අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

Curriculum
Assessment
&
Evaluation
Teaching
Learning
N E T S

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව,
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2017

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

සංයුක්ත ගණිතය

ඇගයීම් වාර්තාව - අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

හැඳින්වීම

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය, ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනයේ අවසාන සහතිකකරණ විභාගයයි. ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනය අවසානයේ සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම සහතික කිරීම මෙම විභාගයේ ප්‍රධාන අරමුණ වුව ද ජාතික විශ්වවිද්‍යාලවලට, වෙනත් උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය පුහුණු ආයතනවලට මෙන් ම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨවලට සුදුස්සන් තෝරා ගැනීම ද මෙම විභාගයේ ප්‍රතිඵල මත සිදු කෙරෙන බැවින් සාධන පරීක්ෂණයක් වශයෙන් මෙන්ම තේරීමේ පරීක්ෂණයක් වශයෙන් ද අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය, ඉතා වැදගත් තත්ත්වයක් උසුලයි. එමෙන්ම තෘතීයික මට්ටමේ රැකියා සඳහා ද ප්‍රවේශ සුදුසුකම් සහතික කෙරෙන විභාගයක් වශයෙන් මෙය පිළිගැනේ. 2017 වර්ෂයේ දී මෙම විභාගය සඳහා නව නිර්දේශය යටතේ 206630 ක් පාසල් අපේක්ෂකයන් ද, 46700 ක් පෞද්ගලික අපේක්ෂකයන් ද පෙනී සිටියහ.

මෙම විභාගයෙන් උසස් සාධන මට්ටමක් ලබා ගැනීම සඳහා සිසුහු ද ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා සපුරාලීම සඳහා ගුරුවරු හා දෙමව්පියෝ ද ඇඩි වෙහෙසක් දරති. මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස්කර ඇත්තේ ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා ඉටුකරගැනීම පිණිස ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ සහාය දීමක් වශයෙනි. මෙම ඇගයීම් වාර්තාවේ ඇතුළත් තොරතුරු විභාග අපේක්ෂකයින්ට, ගුරු භවතුන්ට, විදුහල්පතිවරුන්ට, ගුරු උපදේශක මහත්ම මහත්මීන්ට, විෂයභාර අධ්‍යක්ෂවරුන්ට, දෙගුරුන්ට හා අධ්‍යාපන පර්යේෂකයින්ට එක සේ ප්‍රයෝජනවත් වනු නොඅනුමාන ය. එබැවින් මෙම වාර්තාව වැඩි පිරිසකගේ පරිශීලනය සඳහා යොමු කිරීම වඩාත් සුදුසු වේ.

මෙම ඇගයීම් වාර්තාව, I, II හා III යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ I කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ විෂය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව, ඔවුන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, දිස්ත්‍රික් මට්ටමින් පාසල් අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව ලකුණු ව්‍යාප්තිය යන විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු ද සංයුක්ත ගණිතය විෂයයේ I හා II පත්‍රවල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය, එම ප්‍රශ්නවලට හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට ලබා ගත් නියැදියකට අනුව ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය සවිස්තරාත්මකව දැක්වෙන විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණයක් ද අන්තර්ගත වේ. අ.පො.ස.(උ.පෙළ) 2017 විභාගයේ සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න හා එම ප්‍රශ්නවලට අපේක්ෂකයන් පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ II කොටසෙහි අඩංගු වෙයි. ඒ යටතේ I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා සංවර්ධනාත්මක යෝජනා අන්තර්ගත වේ.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව මගින් උත්තර පත්‍ර ඇගයීමේ නිරත වූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන් විසින් ඉදිරිපත් කරනු ලබන තොරතුරු, නිරීක්ෂණ, අදහස් හා යෝජනා ද සම්භාව්‍ය පරීක්ෂණ න්‍යාය (Classical Test Theory) හා අයිතම ප්‍රතිචාර න්‍යාය (Item Response Theory) යොදාගනිමින් අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිචාර විශ්ලේෂණය මගින් ලබාගත් තොරතුරු ද මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස් කිරීම සඳහා පදනම් කරගෙන ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍රවල එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී අපේක්ෂකයන් සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු ද ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් කාර්යය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා ද මෙම වාර්තාවෙහි III කොටසෙහි ඇතුළත් කර ඇත. විවිධ නිපුණතා හා එම නිපුණතා මට්ටම්වලට ළඟාවීම සඳහා ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සංවිධානය කරගත යුතු ආකාරය පිළිබඳ ව මෙයින් මහත් පිටිවහලක් ලැබෙනු ඇතැයි සිතමි.

ඉදිරියේ දී සම්පාදනය කරනු ලබන ඇගයීම් වාර්තාවල ගුණාත්මක වර්ධනයක් ඇති කිරීම සඳහා ඵලදායී අදහස් හා යෝජනා අප වෙත යොමුකරන ලෙස කාරුණික ව ඉල්ලමි.

මෙම වාර්තාව සැකසීම සඳහා අවශ්‍ය තොරතුරු සැපයූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන පරීක්ෂකවරුන්ට හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන්ටත්, උනන්දුවෙන් හා සක්‍රීයව දායක වූ සැකසුම් කමිටු සාමාජිකයින්ටත්, වගකීමෙන් කටයුතු කළ ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන්ට හා කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ හෘදයාංගම ස්තුතිය පළ කරමි.

බී. සනත් පූජිත
විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්

2020 මැයි 14
පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
පැලවත්ත, බත්තරමුල්ල.

උපදේශකත්වය	:	බී. සනත් පූජිත විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්
මෙහෙයවීම හා සංවිධානය	:	ගයාත්‍රි අබේගුණසේකර විභාග කොමසාරිස් (පර්යේෂණ හා සංවර්ධන)
සම්බන්ධීකරණය	:	එස්. ප්‍රනවදාසන් නියෝජ්‍ය විභාග කොමසාරිස් පර්යේෂණ හා සංවර්ධන (පාසල් විභාග)
විෂය සම්බන්ධීකරණය	:	ඩබ්ලිව්. වී. ඩී. එස්. එම්. වරකාගොඩ නියෝජ්‍ය විභාග කොමසාරිස් ඩබ්ලිව්. එම්. සී. කේ. මහමිතව සහකාර විභාග කොමසාරිස් තිළිණි ගනේගම සහකාර විභාග කොමසාරිස්
සංස්කරණය	:	සී. බමුණුගේ ගුරු සේවය I ඩී.එස්. සේනානායක විද්‍යාලය කොළඹ 07 එන්. එම්. මිස්බා ගුරු සේවය I මහ/ උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර
සැකසුම් කමිටුව	:	ආර්. ඒ. සෙනෙහෙලතා සහකාර විදුහල්පති කු/ගිරි/ සඳලංකාව ජාතික පාසල සඳලංකාව සී. බමුණුගේ ගුරු සේවය I ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය කොළඹ 07 එච්. ජී. කොඩිකාර ගුරු සේවය I ශාන්ත මරියා කන්‍යාරාමය මාතර එන්. එම්. මිස්බා ගුරු සේවය I මහ/ උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර
පරිගණක පිටපත සැකසුම	:	ඩබ්ලිව්. ඒ. ඩී. චතුරිකා දිසානායක දත්ත සටහන් ක්‍රියාකරු එස්. එච්. ප්‍රශාන් කරුණාසේන තොරතුරු හා සන්නිවේදන තාක්ෂණ සහකාර
පිටකවරය නිර්මාණය	:	ඒ. එල්. කේ. චතුරාණි කළමනාකරණ සේවා නිලධාරි

ඇතුළත පිටු

පිටු අංකය

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1 විෂය අභිමතාර්ථ 1

1.2 විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 2

1.2.2 අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව 4

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 5

1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 6

1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 6

1.3.4 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 7

1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 8

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 9

1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 10

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 10

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 11

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 12

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1 I පත්‍රයේ ව්‍යූහය 13

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 14

2.1.3 I පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 17

2.2 II පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II පත්‍රයේ ව්‍යූහය 60

2.2.2 II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 61

2.2.3 II පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 63

III කොටස

3. පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා

3.1 පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු 103

3.2 ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා 105

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1. විෂය අභිමතාර්ථ

- ★ ගණිතය වැඩිදුර අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා සිසුනට මූලික ගණිතමය කුසලතා ලබාදීම
- ★ ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පක්‍රම පිළිබඳ අත්දැකීම් සිසුනට ලබාදීම
- ★ ගණිතමය තාර්කික චින්තනය පිළිබඳ සිසුන්ගේ ශිෂ්‍ය සම්ප්‍රජානනය වැඩිදියුණු කිරීම
- ★ ගණිතය ඉගෙනීම සඳහා සිසුන් අභිප්‍රේරණය කිරීම

සටහන :

මෙම විෂය නිර්දේශය මගින් ගණිතමය දැනුම වැඩිදියුණු කිරීම පමණක් නොව එදිනෙදා ජීවිතයේදී ගණිතමය දැනුම භාවිත කිරීමේ කුසලතා වැඩිදියුණු කිරීම ද චරිත සංවර්ධනය ද අපේක්ෂා කෙරේ.

1.2. විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව

මාධ්‍යය	පාසල්	පෞද්ගලික	එකතුව
සිංහල	24805	4419	29224
දෙමළ	3733	463	4196
ඉංග්‍රීසි	1301	283	1584
එකතුව	**29839**	**5165**	**35004**

වගුව 1

1.2.2 අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය

ශ්‍රේණිය	පාසල් අපේක්ෂකයන්		පෞද්ගලික අපේක්ෂකයන්		එකතුව	ප්‍රතිශතය
	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය		
A	3652	12.24	615	11.91	4267	12.19
B	2872	9.62	547	10.59	3419	9.77
C	5528	18.53	1018	19.71	6546	18.70
S	7478	25.06	1421	27.51	8899	25.42
F	10309	34.55	1564	30.28	11873	33.92
එකතුව	**29839**	**100.00**	**5165**	**100.00**	**35004**	**100.00**

වගුව 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව

දිස්ත්‍රික්කය	පෙනී සිටි සංඛ්‍යාව	විශිෂ්ට සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (A) ලැබූ		අධි සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (B) ලැබූ		සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (C) ලැබූ		සාමාන්‍ය සාමර්ථ්‍යය (S) ලැබූ		සමත් (A+B+C+S)		අසමත් (F)	
		සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%
1. කොළඹ	3196	471	14.74	293	9.17	549	17.18	754	23.59	2067	64.67	1129	35.33
2. ගම්පහ	1813	130	7.17	128	7.06	315	17.37	423	23.33	996	54.94	817	45.06
3. කළුතර	968	76	7.85	62	6.40	157	16.22	230	23.76	525	54.24	443	45.76
4. මහනුවර	1125	122	10.84	97	8.62	198	17.60	255	22.67	672	59.73	453	40.27
5. මාතලේ	242	19	7.85	15	6.20	38	15.70	55	22.73	127	52.48	115	47.52
6. නුවරඑළිය	301	34	11.30	27	8.97	42	13.95	72	23.92	175	58.14	126	41.86
7. ගාල්ල	1414	162	11.46	105	7.43	204	14.43	344	24.33	815	57.64	599	42.36
8. මාතර	1059	133	12.56	112	10.58	178	16.81	257	24.27	680	64.21	379	35.79
9. හම්බන්තොට	721	76	10.54	60	8.32	145	20.11	203	28.16	484	67.13	237	32.87
10. යාපනය	737	181	24.56	109	14.79	149	20.22	171	23.20	610	82.77	127	17.23
11. කිලිනොච්චි	98	17	17.35	12	12.24	17	17.35	23	23.47	69	70.41	29	29.59
12. මන්නාරම	57	4	7.02	11	19.30	13	22.81	16	28.07	44	77.19	13	22.81
13. වව්නියාව	107	16	14.95	12	11.21	22	20.56	26	24.30	76	71.03	31	28.97
14. මුලතිව්	59	5	8.47	8	13.56	12	20.34	19	32.20	44	74.58	15	25.42
15. මඩකලපුව	294	35	11.90	29	9.86	53	18.03	81	27.55	198	67.35	96	32.65
16. අම්පාර	486	32	6.58	35	7.20	88	18.11	114	23.46	269	55.35	217	44.65
17. ත්‍රිකුණාමලය	175	11	6.29	9	5.14	31	17.71	44	25.14	95	54.29	80	45.71
18. කුරුණෑගල	1281	126	9.84	83	6.48	219	17.10	306	23.89	734	57.30	547	42.70
19. පුත්තලම	454	24	5.29	35	7.71	70	15.42	137	30.18	266	58.59	188	41.41
20. අනුරාධපුරය	578	38	6.57	25	4.33	74	12.80	133	23.01	270	46.71	308	53.29
21. පොළොන්නරුව	172	2	1.16	8	4.65	16	9.30	37	21.51	63	36.63	109	63.37
22. බදුල්ල	617	66	10.70	36	5.83	81	13.13	164	26.58	347	56.24	270	43.76
23. මොනරාගල	215	10	4.65	14	6.51	25	11.63	57	26.51	106	49.30	109	50.70
24. රත්නපුරය	726	65	8.95	51	7.02	127	17.49	169	23.28	412	56.75	314	43.25
25. කෑගල්ල	636	30	4.72	51	8.02	80	12.58	149	23.43	310	48.74	326	51.26
සමස්ත දිවයින	**17531**	**1885**	**10.75**	**1427**	**8.14**	**2903**	**16.56**	**4239**	**24.18**	**10454**	**59.63**	**7077**	**40.37**

වගුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව

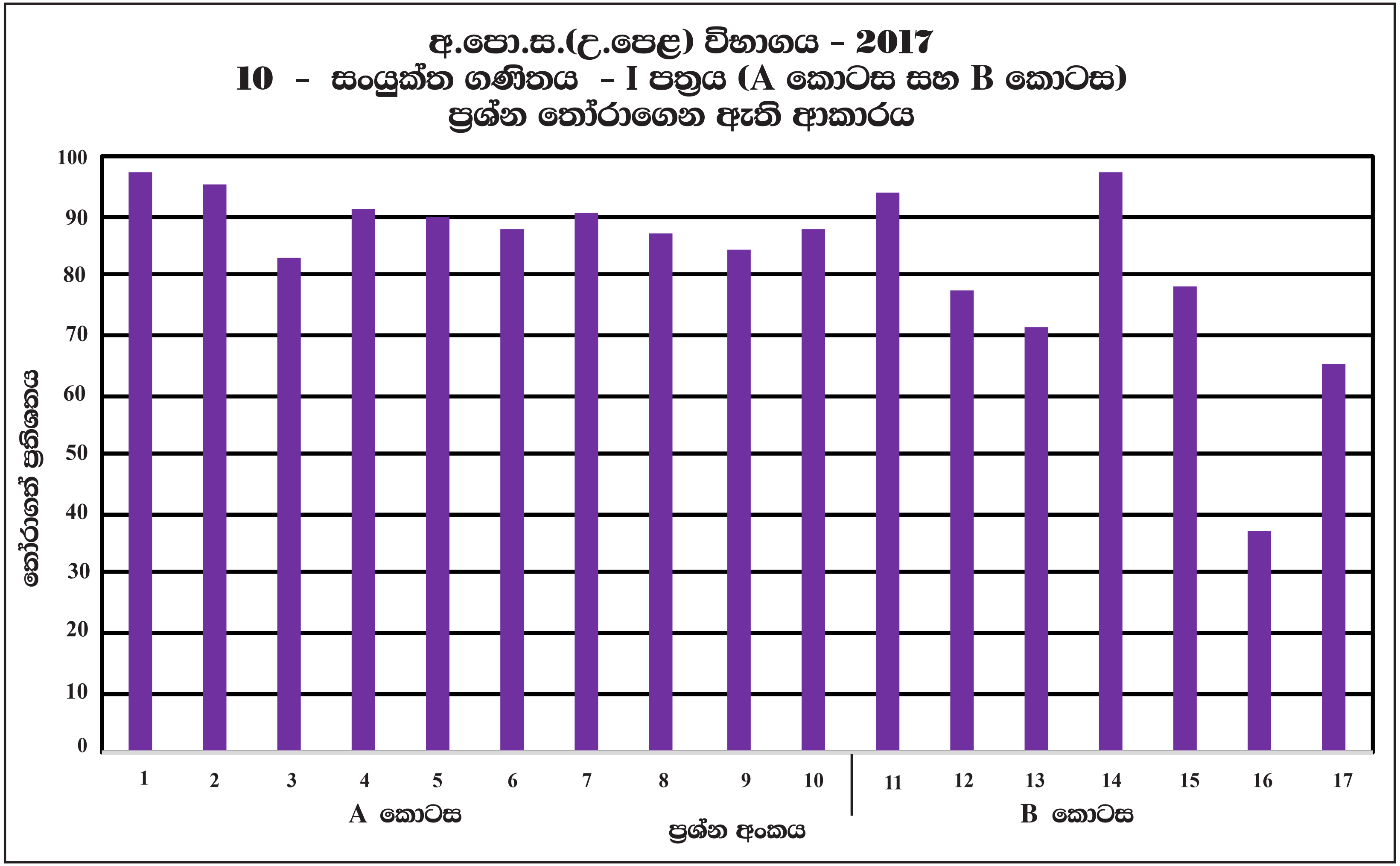
පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය
91 - 100	439	1.25	35004	100.00
81 - 90	1807	5.16	34565	98.75
71 - 80	3129	8.94	32758	93.58
61 - 70	3806	10.87	29629	84.64
51 - 60	4522	12.92	25823	73.77
41 - 50	4977	14.22	21301	60.85
31 - 40	4951	14.14	16324	46.63
21 - 30	4146	11.84	11373	32.49
11 - 20	3505	10.01	7227	20.65
01 - 10	3359	9.60	3722	10.63
00 - 00	363	1.04	363	1.04

වගුව 4

ඉහත වගුවෙහි දැක්වෙන දත්ත අනුව, මෙම විෂයය සඳහා 31 - 40 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 4951 කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 14.14 %කි. ලකුණු 40 හෝ ඊට අඩුවෙන් ලබා ඇති අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 16324කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 46.63% කි.

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A හා B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය



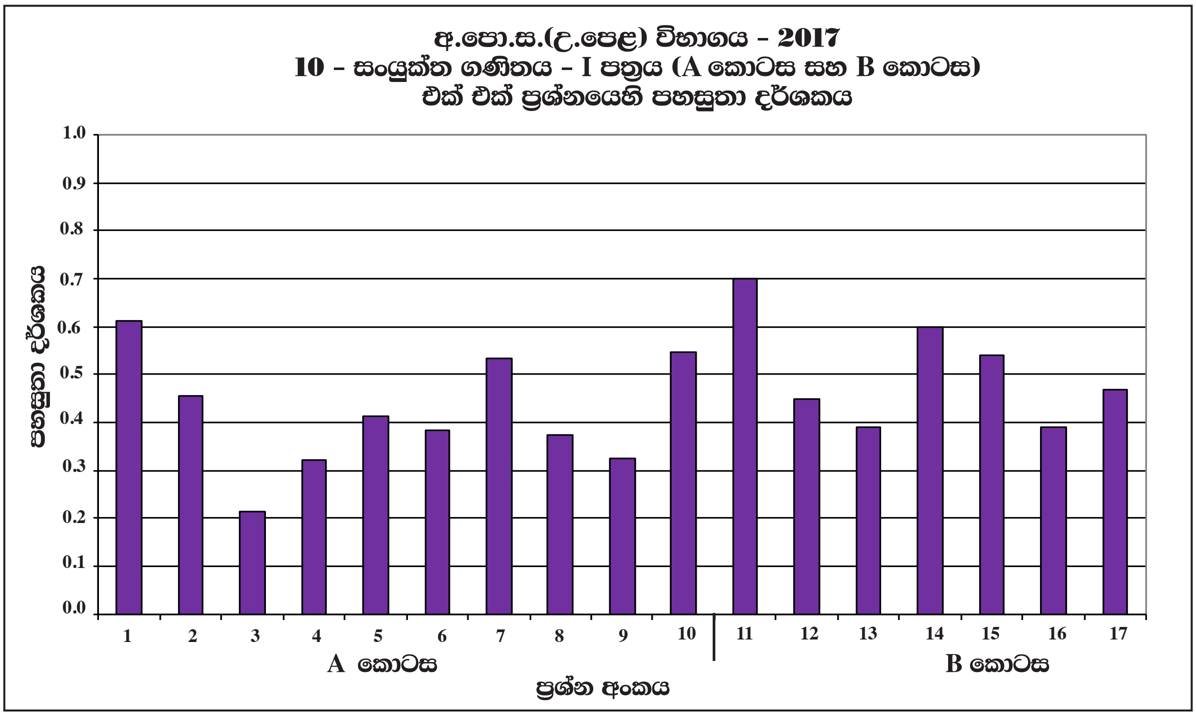
ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

I පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහය අනිවාර්ය වන අතර, B කොටසට අයත් ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, A කොටසේ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති වැඩිම ප්‍රතිශතය 1 වන ප්‍රශ්නයට හිමි වන අතර එය 98% ක් ද, අඩුම ප්‍රතිශතය 3 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වන අතර එය 82% ක් ද වේ.

B කොටසේ ප්‍රශ්නවලින් පිළිතුරු සැපයීමට වැඩිම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 14 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 98% ක් ද අඩුම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 38% ක් ද වේ

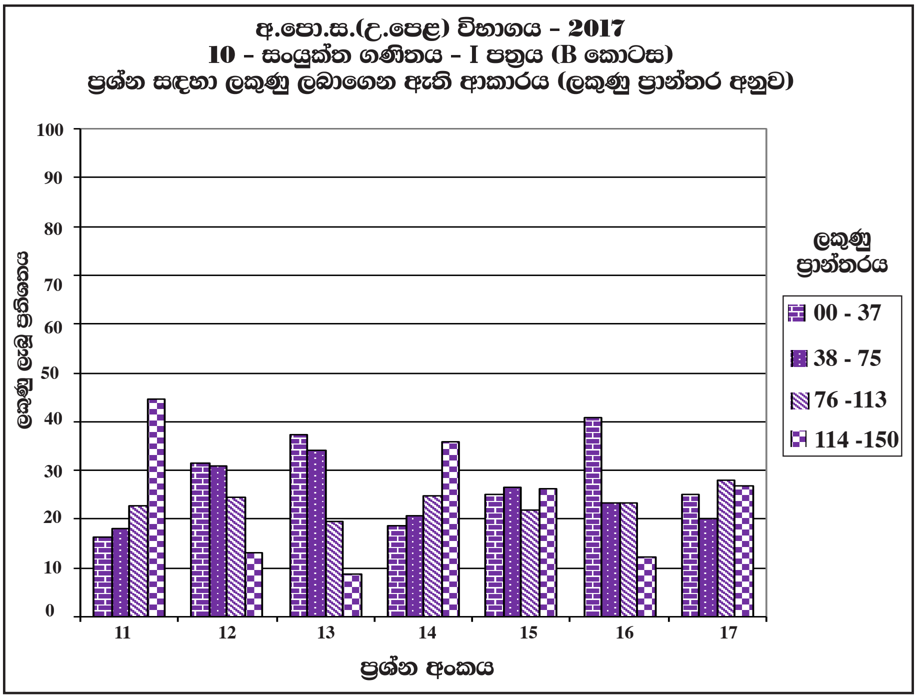
1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 2 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව, මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 11 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 70% ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 3 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 21% ක් පමණ වේ.

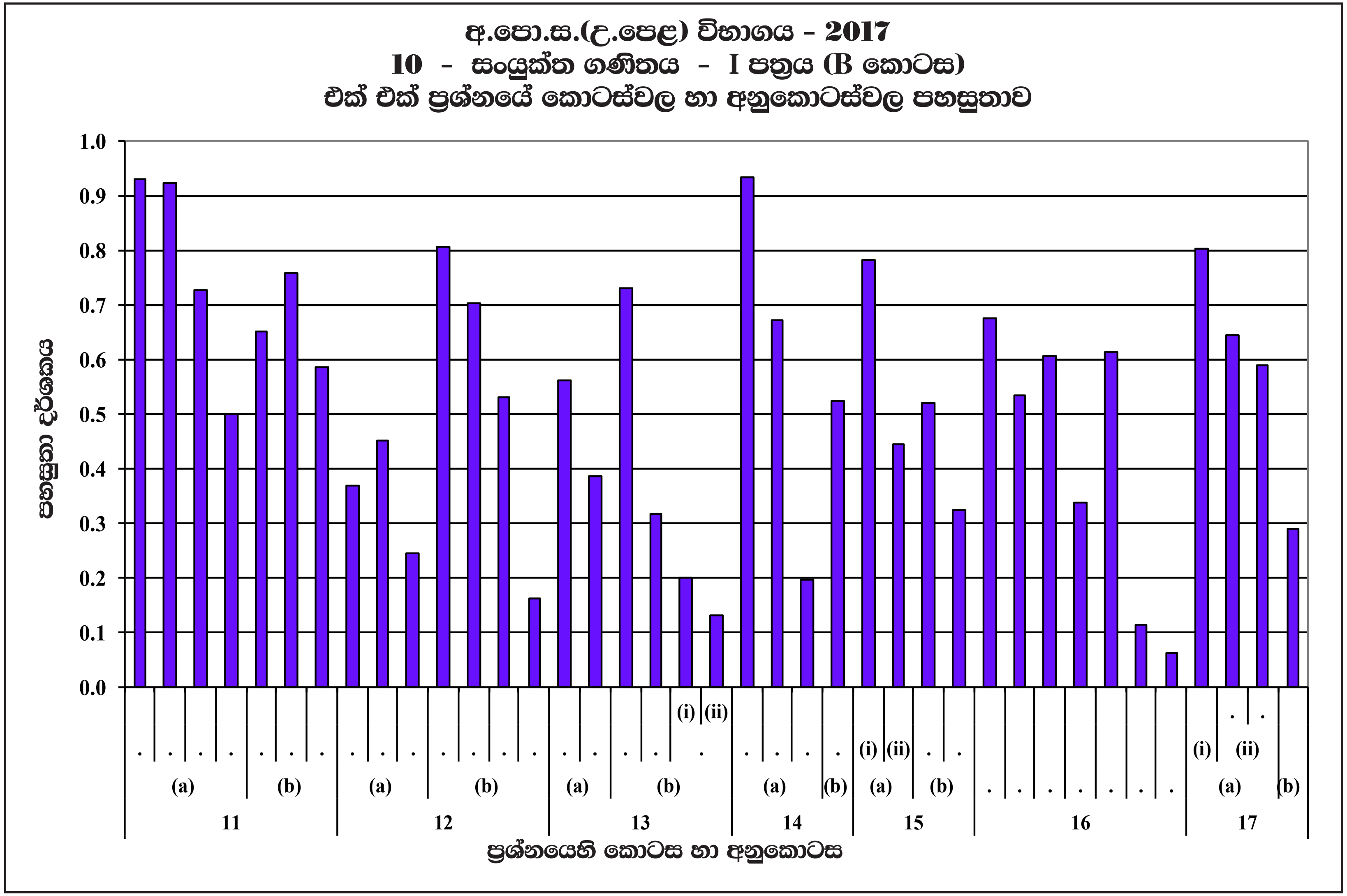
1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 3 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත. මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන්ගෙන් 45%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 22%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 18% ක් පමණ ද, 0-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 16%ක් පමණ ද වේ.

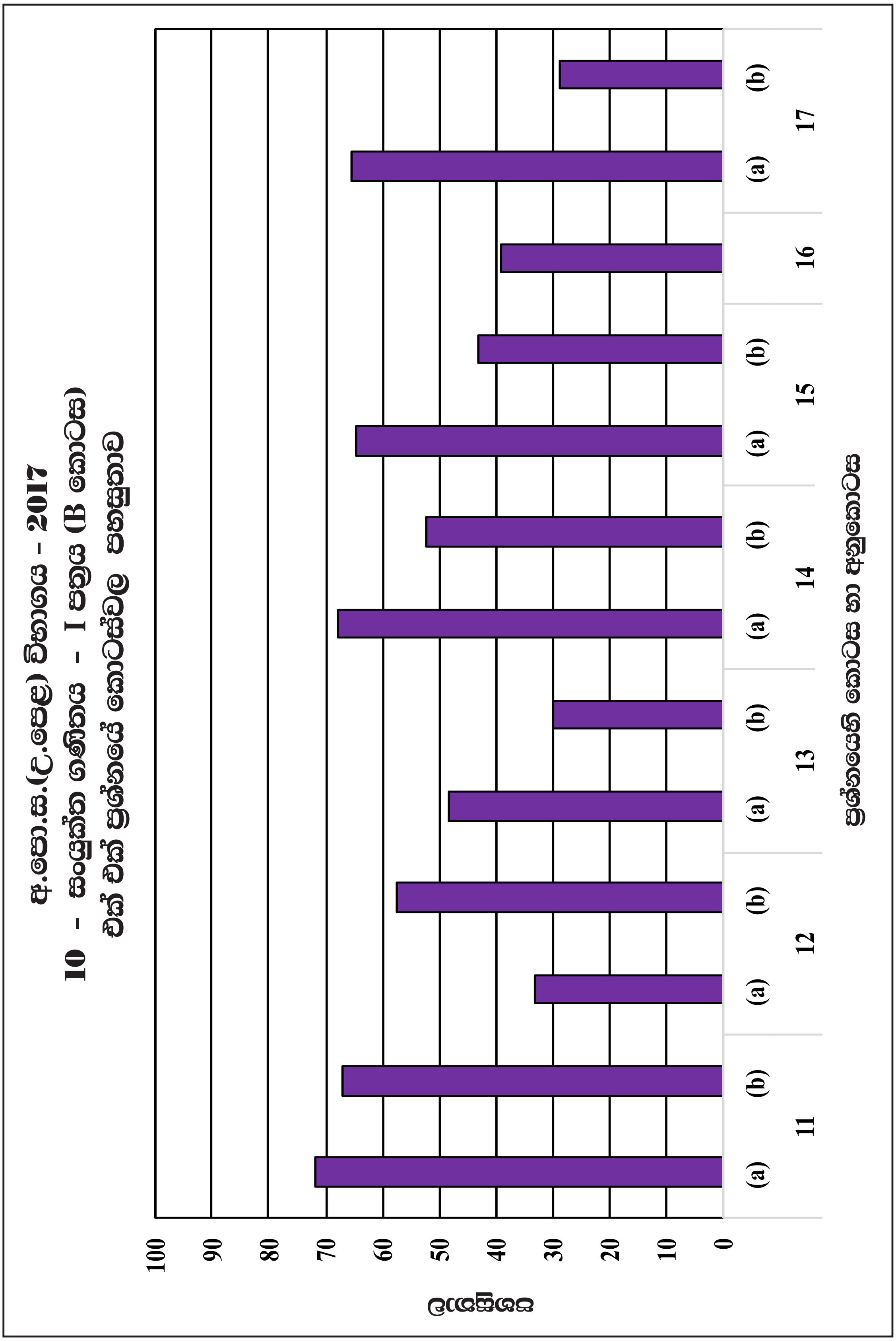
1.3.4 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 4 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 93% ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 92% ක් පමණ වේ.

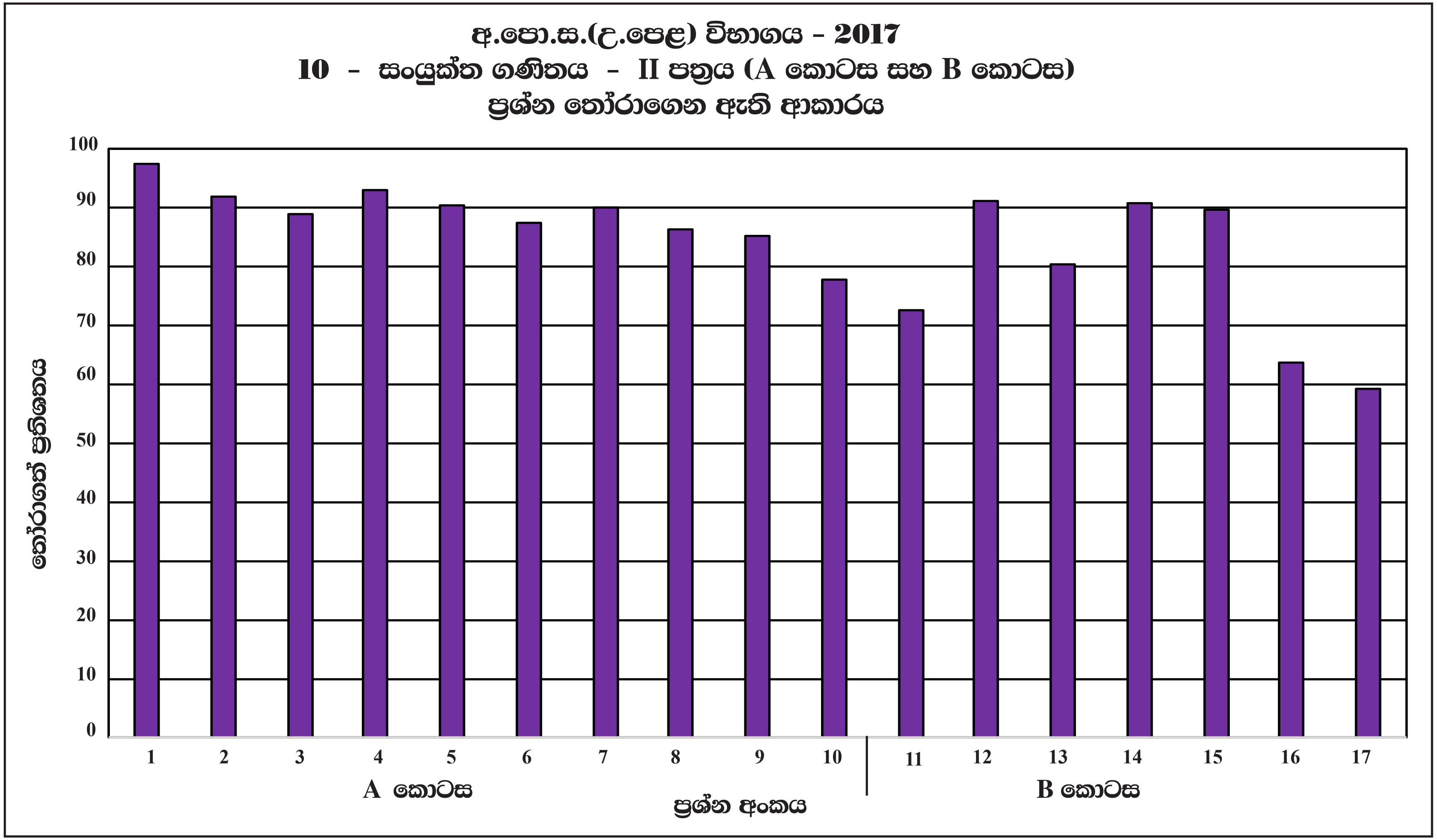
1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 5 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටස වැඩිම පහසුතාව වන 72% ක් ද 17 වන ප්‍රශ්නයේ (b) කොටස අඩුම පහසුතාව වන 29% ක් ද ලබා ඇත.

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය



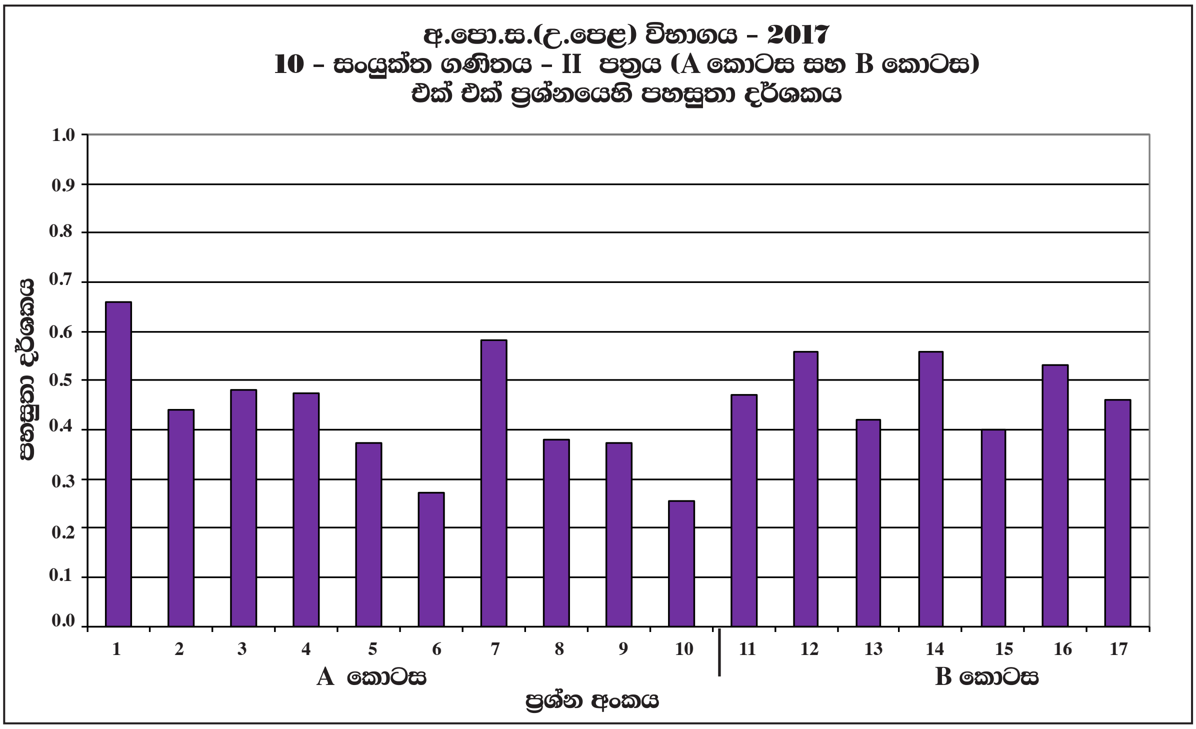
ප්‍රස්තාරය 6 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

II පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහය අනිවාර්ය වන අතර, B කොටසට අයත් ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, A කොටසේ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති වැඩිම ප්‍රතිශතය 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 97% ක් ද, අඩුම ප්‍රතිශතය 10 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 78% ක් ද වේ.

B කොටසේ ප්‍රශ්නවලින් පිළිතුරු සැපයීමට වැඩිම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 12 වන ප්‍රශ්නය හා 14 වන අතර එය 91% ක් ද අඩුම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 59% ක් ද වේ.

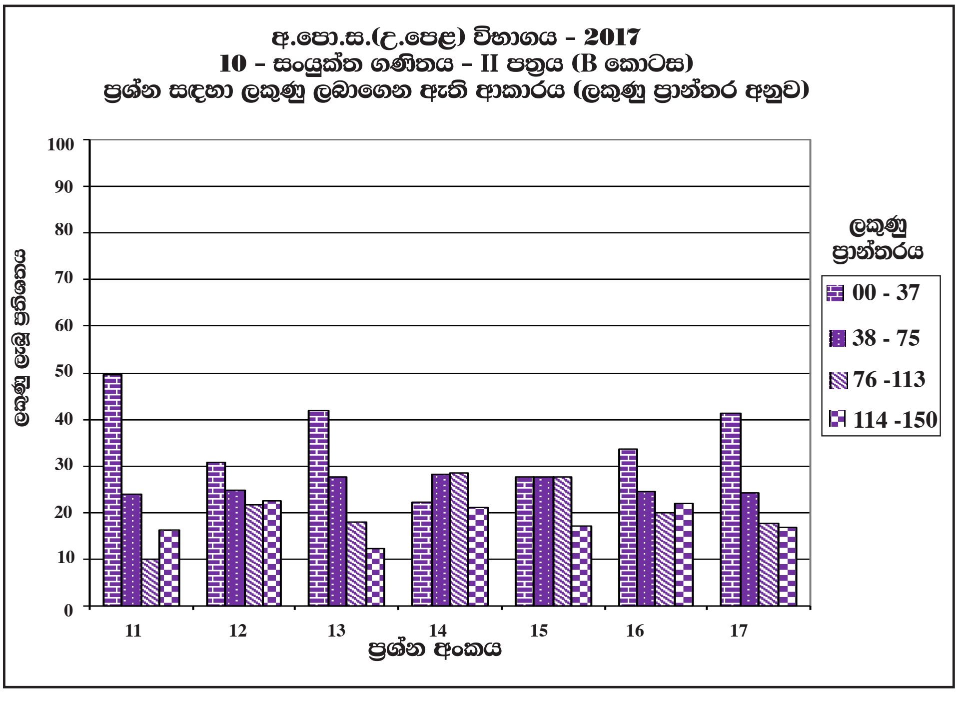
1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 7 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 66%ක් වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 10 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 26% ක් වේ.

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය

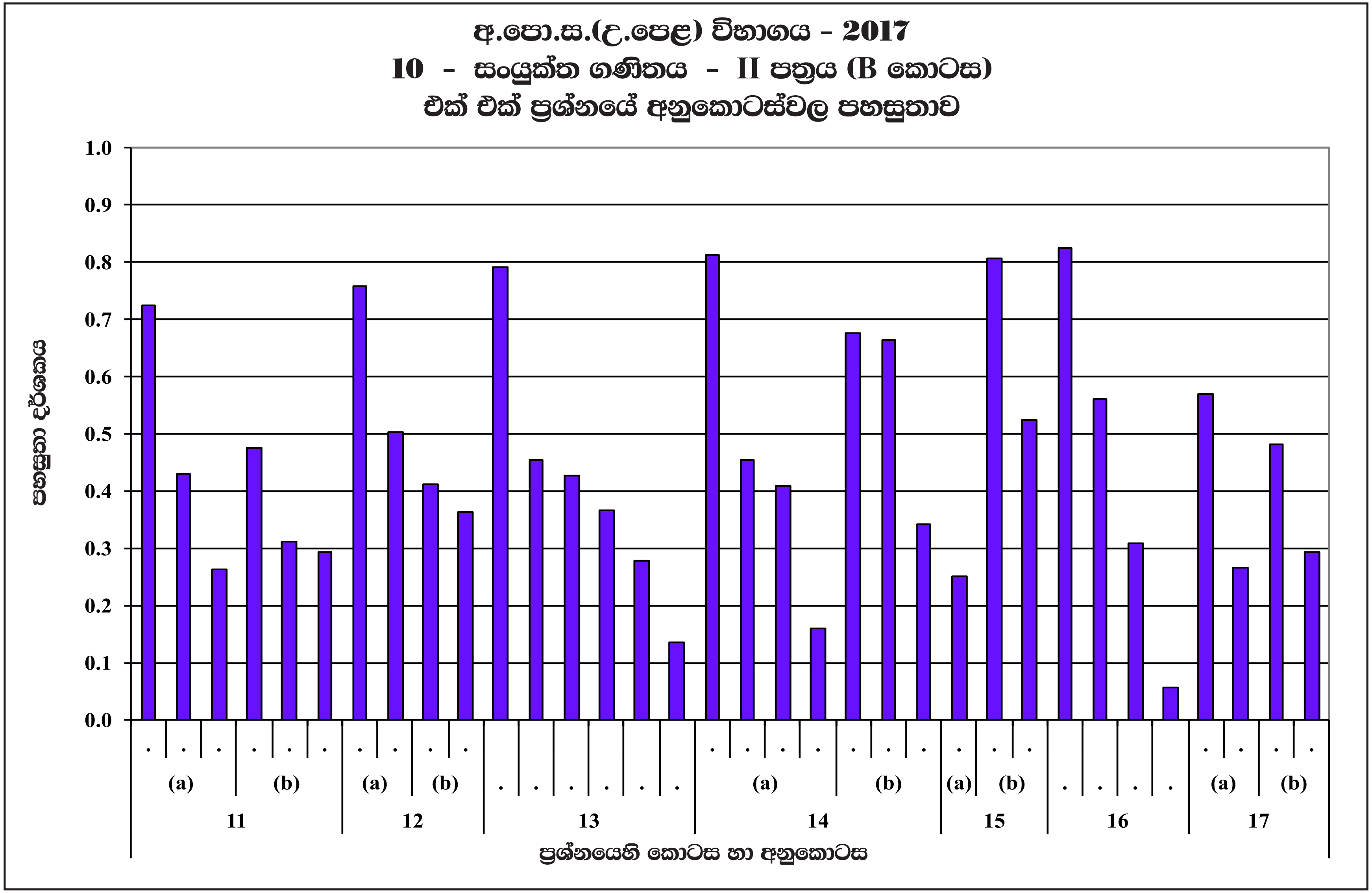


මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත.

මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන්ගෙන් 16%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 10%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 24%ක් පමණ ද, 00-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 50%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 8 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

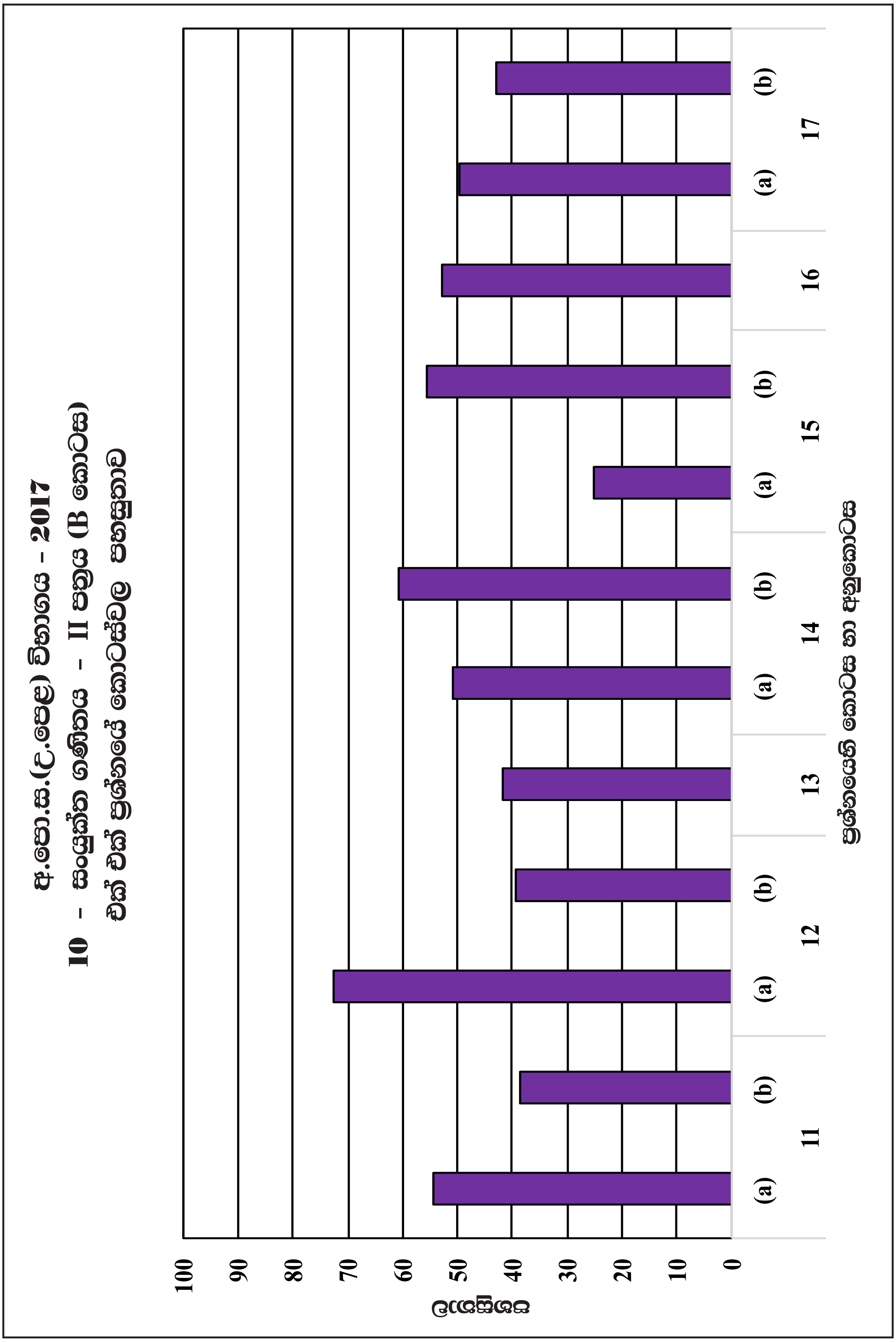


ප්‍රස්තාරය 9 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් තොරතුරු ලබා ගන්නා ආකාරය පහත සඳහන් උදාහරණයෙන් පෙන්වා දී ඇත.

උදා: 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (*a*) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 72% ක් වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 43% ක් වේ.

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 10 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

12 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටස වැඩිම පහසුතාව වන 73% ක් ද, 15 වන ප්‍රශ්නයේ (a) කොටස අඩුම පහසුතාව වන 25%ක් ද ලබාගෙන ඇත.

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1. I පත්‍රයේ ව්‍යුහය

කාලය පැය 03 කි. මුළු ලකුණු 100 කි.

- ⋆ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

  A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250 කි.

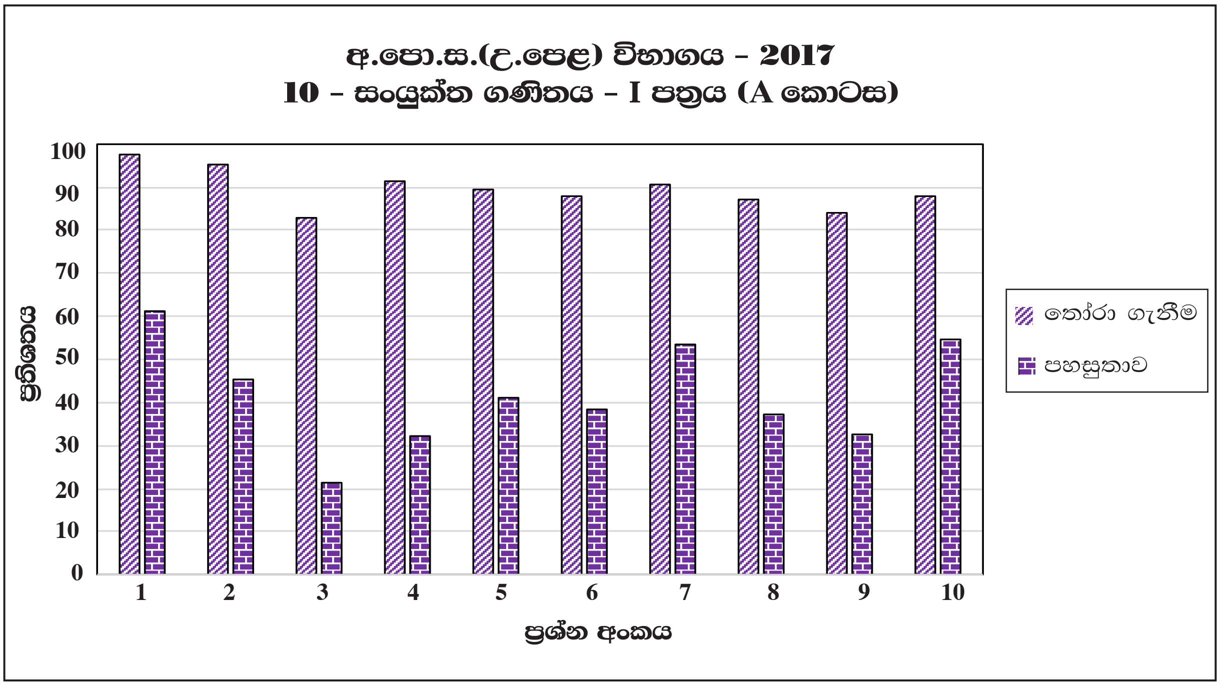
  B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750 කි.

  I පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

- ⋆ විභාගයේදී A කොටසට ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

මෙම පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයම සඳහා පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, ඒවාට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරයේ කැපී පෙනෙන විවිධත්වයක් දක්නට ලැබේ. මෙම ප්‍රශ්න දහයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතයත්, ඒ අනුව එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාවත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක් වේ.



ප්‍රස්තාරය 11 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, I පත්‍රයට පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%කට වඩා වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1, 2, 4 හා 7 යන ප්‍රශ්නවලට පමණි. එයින් අපේක්ෂකයන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 98% කි. ප්‍රශ්න දහයටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් අපේක්ෂකයන් සියලු දෙනාම විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර නොවීම විශේෂ අවධානය යොමු විය යුතු කරුණකි.

තව ද 3 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 83% ක් වන අතර ඉතිරි ප්‍රශ්න 9ටම ඊට වැඩි ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත.

පහසුවෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීම මගින් අපේක්ෂකයන් වඩාත් සතුටුදායක ලෙස ලකුණු ලබා ගනු ඇතැයි අපේක්ෂිත මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් පහසුතාව 50% හෝ ඉක්මවා ඇත්තේ 1, 7 හා 10 ප්‍රශ්න තුනට පමණි. ඒවායේ පහසුතා ද පිළිවෙළින් 61%, 53% හා 55% ලෙස වේ. අඩුම පහසුතාව 3 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 21% ක් වේ.

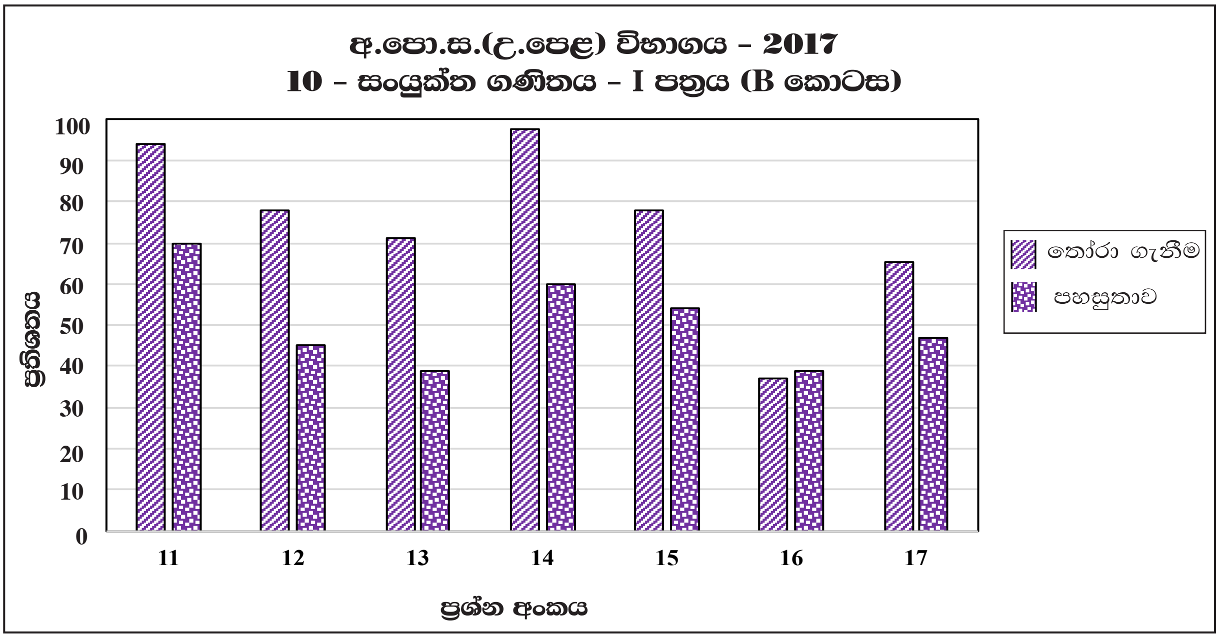
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	8	26	41	30	35	29	22	31	31	13
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	42	18	5	5	29	15	29	19	15	32
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය		2	5	17	9	10	12	9	13	16	12
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		61	45	21	32	41	38	53	37	33	55

වගුව 5 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25 ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමි කරගත් අපේක්ෂකයන් 1 සහ 10 ප්‍රශ්න දෙකට පමණක් 30% ක් හෝ ඊට වැඩි ප්‍රතිශතයක් ලබාගෙන ඇත. ඒවායෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතය වන 42% ලබා ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට ය. ප්‍රශ්නයට හිමි ලකුණු 25 ම හිමිකරගත් අපේක්ෂකයන් ප්‍රශ්න 6 ක් සඳහා හිමිකරගෙන ඇත්තේ 20% ට අඩු ප්‍රතිශතයකි. එම ප්‍රශ්න වන්නේ 2, 3, 4, 6, 8 සහ 9 වේ. 3 සහ 4 යන ප්‍රශ්න දෙක සඳහා 5% බැගින් වන අඩු ප්‍රතිශතයක්, මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම ලබාගෙන තිබීම කෙරෙහි අවධානය යොමු කළ යුතුය.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයට පාදක වන ශුද්ධ ගණිත සංරචකයට අයත් මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා මෙම විෂයයට පෙනී සිටින අපේක්ෂකයන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවේ යැයි අපේක්ෂා කෙරුණ ද, ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වනුයේ එසේ සිදුවී නොමැති බවයි. තව ද අපේක්ෂකයන්ගෙන් 17% ක්ම 3 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර නොමැති වීම ද දක්නට ඇත.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, තම අභිමතය පරිදි තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම තෝරා ගත් එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, I පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයේ දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 12 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි, දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අපේක්ෂකයන් වැඩිම පිරිසක් 14 වන

ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇත. එම අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 98% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 60% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල පහසුතාවටත් වඩා 14 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව වැඩිය. මෙම ප්‍රශ්නයට පාදක වන්නේ "අවකලනය" තේමාව යටතේ එන අවකලනයේ යෙදීම්වල මූලික විෂය කරුණු ය.

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අපේක්ෂකයන් අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නයයි. එය තෝරාගැනීම 37% ක් වන අතර පහසුතාව 39% ක් වේ. දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 13 සහ 16 වන ප්‍රශ්නවලට වේ. A කොටසෙහි ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් 1, 7 හා 10 ප්‍රශ්නවලට පමණක් 50% පහසුතාව ඉක්මවයි. B කොටසෙහි 12, 13, 16 සහ 17 ප්‍රශ්නවලට හැර ඉතිරි සියලුම ප්‍රශ්නවල පහසුතාව 50% ඉක්මවයි. A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම 80% ඉක්මවයි. B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම 80% හෝ ඊට වඩා වැඩි වන්නේ 11 සහ 14 ප්‍රශ්න පමණි.

I පත්‍රයෙහි 3 සහ 16 යන ප්‍රශ්න දෙකම විසඳීම සඳහා ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම අත්‍යවශ්‍ය වේ. නමුත් මෙම ප්‍රශ්න දෙකෙහිම පහසුතා 21% සහ 39% වැනි අඩුම මට්ටමක පවතී. මෙයින් පෙනී යන්නේ අපේක්ෂකයන්ගේ ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම ප්‍රමාණවත් නොවීම නිසා මෙම දුර්වලතාව ඇති වී ඇති බවයි. ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය කර ගැනීම සඳහා ක්‍රමානුකූලව මූලධර්ම යොදා ගනිමින් එවැනි වර්ගවල සරල ගැටලු විසඳීමට හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගත හැකිය.

12 වන ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති ප්‍රතිශතය 78% ක් වුවත් පහසුතාව 45% වැනි පහළ මට්ටමක පැවතුනි. ද්විපද ප්‍රසාරණය නිවැරදිව ප්‍රකාශ කිරීම සහ T_r පදය නිවැරදිව ප්‍රකාශ කිරීමට නොහැකි වීමෙන් ප්‍රශ්නයට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකි වී තිබුණි. (b) කොටසේ ශ්‍රේණිය සමාකලනය කිරීමේදී C සඳහා සුදුසු අගයක් තෝරා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණි. එම නිසා අවසාන පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

A කොටසෙහි ප්‍රශ්න10 ටම අනිවාර්යෙන් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එම ගැටලු කෙටි සරල ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර ඇත්තේ පිළිතුරු සැපයීමට හැකි වන අයුරින් වුවත් ශුද්ධ ගණිතය සිද්ධාන්ත සෘජුව නිවැරදිව යෙදීමට අපේක්ෂකයන් අපොහොසත් වීම, පහසුතාව B කොටසට වඩා අඩු වීමට හේතුවක් සේ සැලකිය හැකිය.

B කොටසෙහි පහසුතාව 51% වුවද එයද වඩා වැඩි අගයකට ගොඩ නඟා ගත යුතුව ඇත. සිද්ධාන්ත සෘජුව යොදා ගත හැකි සරල ගැටලු නිබඳව හුරුකරවීම ද කාල කළමනාකරණය හුරු කරවීම සඳහා අමතර ලිඛිත පරීක්ෂණ පැවැත්වීම ද පහසුතාව ඉහළ නංවා ගැනීමට උදව් වනු ඇත.

2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

10 - සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රය - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(3r+1) = n(n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා L.H.S. = $1.(3+1) = 4$ හා R.H.S. = $1.(1+1)^2 = 4$ (5)

$\therefore$ ප්‍රතිඵලය $n = 1$ සඳහා සත්‍ය වේ.

ඕනෑම $p \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන ප්‍රතිඵලය $n = p$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරන්න.

i.e. $\sum_{r=1}^{p} r(3r+1) = p(p+1)^2$. --------------(1) (5)

දැන් $\sum_{r=1}^{p+1} r(3r+1) = \sum_{r=1}^{p} r(3r+1) + (p+1)(3p+4)$ (5)

$= p(p+1)^2 + (p+1)(3p+4)$

$= (p+1)(p^2 + p + 3p + 4)$

$= (p+1)(p+2)^2$. (5)

එනයින් $n = 1$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම්, $n = p + 1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වෙයි. $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බැව් ඉහත පෙන්වා ඇත. එම නිසා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

25

---

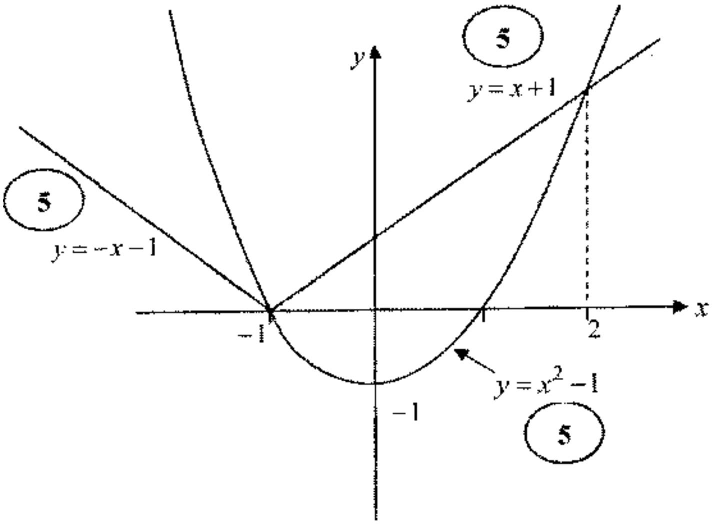
1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 98% ක් පමණි. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය නිසියාකාරව යෙදීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 61% කි. $n = p$; $p \in \mathbb{Z}^+$ ට උපකල්පනයේදී $\sum_{r=1}^{p} r(3r+1) = p(p+1)^2$ ලෙස ලිවිය යුතු වුවත් $\sum_{r=1}^{p} p(3p+1) = p(p+1)^2$ වැනි වැරදි ආකාරයට ලියා තිබීම නිසා අපේක්ෂකයන් සුළු ප්‍රමාණයකට එම පියවර සඳහා ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. එලෙසම $n = p + 1$ සඳහා වූ සාධනය ද නිවැරදි නොවීය.

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයේ පියවර තහවුරු වන පරිදි අභ්‍යාසවලට යොමු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගැනීමට සිසුන් උනන්දු කරවිය යුතුය.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. $x^2 - 1 \geq |x+1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.



ඡේදන ලක්ෂවලදී $x \geq -1$ සහ $x^2 - 1 = x + 1$ විය යුතුයි. එම නිසා $x = -1$ හා $x = 2$ වේ. **5**

$x \leq -1$ සහ $x \geq 2$ වන x තෘප්ත වන අගයන් විසඳුම් ලෙස ලැබේ. **5**

25

<u>වෙනත් ක්‍රමයක් 1</u>

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{නම් } x \geq -1 \\ -(x+1) & \text{නම් } x < -1 \end{cases}$$

<u>(i) අවස්ථාව</u> $x \geq -1$

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq |x+1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq x + 1$ **5**

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq -1$ හෝ $x \geq 2.$ **5**

$x \geq -1$ නිසා, $x = -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම් වේ.

(ii) අවස්ථාව $x < -1$,

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq |x + 1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq -(x + 1)$ (5)

$\Leftrightarrow x^2 + x \geq 0$

$\Leftrightarrow x(x + 1) \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq -1$ හෝ $x \geq 0$. (5)

$x < -1$ නිසා, $x < -1$ විසඳුම් වේ.

අවස්ථා දෙකෙන් $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම් ලෙස ලැබේ. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් 2

(i) අවස්ථාව $x > -1$,

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq |x + 1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq +(x + 1)$ (5)

$\Leftrightarrow x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$. (5)

$x > -1$ නිසා, $x \geq 2$ විසඳුම් වේ.

(ii) අවස්ථාව $x \leq -1$,

$x^2 - 1 \geq |x + 1| \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq -(x + 1)$ (5)

$\Leftrightarrow x \leq -1$ හෝ $x \geq 0$. (5)

$x \leq -1$ නිසා, $x \leq -1$ විසඳුම් වේ.

අවස්ථා දෙකෙන් $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම් ලෙස ලැබේ. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් 3

(i) අවස්ථාව $x^2 \geq 1$

මෙහිදී, $x^2 - 1 \geq 0$, හා පැති දෙකම ධන අගයක් ගනී.

$\therefore x^2 - 1 \geq |x + 1|$

$\Leftrightarrow (x^2 - 1) \geq (x + 1)^2$ (5)

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 (x - 1)^2 - (x + 1)^2 \geq 0.$

$\Leftrightarrow \quad (x+1)^2 \; [(x-1)^2 - 1] \geq 0.$

$\Leftrightarrow \quad (x+1)^2 \; x\,(x-2) \geq 0$ (5)

$\Leftrightarrow \quad x = -1$ හෝ $x \leq 0$ හෝ $x \geq 2$ (5)

$x^2 \geq 1$ නිසා $\Leftrightarrow x \leq 1$ හෝ $x \geq 1$ වේ. $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ විසඳුම් වේ. (5)

(ii) අවස්ථාව $\quad x^2 < 1$

$x^2 - 1 < 0,$ නිසා පිළිතුරක් නොමැත. අවස්ථා දෙකෙන්ම $x \leq -1$ හෝ $x \geq 2$ ලෙස ලැබේ. (5)

25

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ **නිරීක්ෂණ හා නිගමන** :

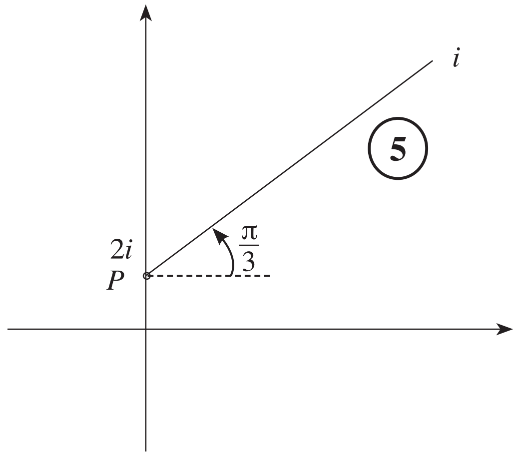
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 95%ක් පමණි. එහි පහසුතාව 45%ක් පමණි. ප්‍රස්තාරික ක්‍රමයෙන් පිළිතුරු සැපයීම වඩාත් සාර්ථක වී තිබුණු අතර හුදෙක් වීජීය ක්‍රම භාවිත කිරීමෙන් සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණි.

මාපාංක පිළිබඳ අසමානතා නිවැරදිව තහවුරු වන ආකාරයේ ගැටලු වීජීය ක්‍රම භාවිතයෙන් විසඳීමට සිසුන් නිරත කරවීමෙන් වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට යොමු කළ හැකිය.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\text{Arg}(z - 2i) = \frac{\pi}{3}$ යන්න සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථය වන l හි දළ සටහනක් අඳින්න.

P හා Q යනු ඉහත ආගන්ඩ් සටහනෙහි පිළිවෙළින් $2i$ හා $\sqrt{3} + 5i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. PQ දුර සොයා Q ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.



$$(\sqrt{3} + 5i) - 2i = \sqrt{3} + 3i$$

$$= 2\sqrt{3}\left\{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\} \quad (5)$$

$$= 2\sqrt{3}\left\{\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right\} \quad (5)$$

$$\therefore \; PQ = 2\sqrt{3} \quad (5)$$

තවද, $\text{Arg}\left((\sqrt{3} + 5i) - 2i\right) = \frac{\pi}{3}$ හා එනයින් Q, l මත පිහිටයි

(5)

25

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් උත්සාහ කර ඇත්තේ 83%ක් වන අතර පහසුතාව 21%ක් පමණි.

රේඛාවක ආනතිය සහ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ප්‍රධාන විස්තාරය පිළිබඳව නිසි අවබෝධයක් නොමැති කම නිසා නිවැරදිව පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකි වී තිබුණි.

විස්තාරය, මාපාංකය ඇතුළත් සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. **INFINITY යන වචනයෙහි අකුරු අට, වෙනස් ආකාර කීයකට පේළියක පිළියෙල කළ හැකි ද?**
මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක

(i) I අකුරු තුන ම එක ළඟ තිබේ ද?

(ii) හරියටම එක I අකුරක් හා N අකුරු දෙක ම මුල් අකුරු තුන ලෙස තිබේ ද?

I	N	F	T	Y
3	2	1	1	1

$$\frac{8!}{3!\,2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{2} \quad (5)$$

$$= 3360. \quad (5)$$

(i) $\frac{6!}{2!} = 360.$ (5)

(ii)

I	F	T	Y
2	1	1	1

N	N	I					
N	I	N					
I	N	N					

(5)

$$\frac{5!}{2!} \times 3 = 5 \times 4 \times 3 \times 3$$

$$= 180. \quad (5)$$

25

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් උත්සාහ කර ඇත්තේ 91%ක් වන අතර පහසුතාව 32%ක් පමණි.

සංකරණ හා සංයෝජන මූලධර්ම පිළිබඳ ව නිවැරදි අවබෝධයක් නොමැතිකම නිසා මෙම ගැටලුවට පිළිතුරු සැපයීම එතරම් සාර්ථක වී නොතිබුණි.

සංකරණ හා සංයෝජන මූලධර්ම පිළිබඳව අවබෝධ වන පරිදි සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කරවීමෙන් හා විවිධ ආකාරයේ ගැටලු විසඳීම ප්‍රගුණ කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\lim_{x \to \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \to \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = \lim_{x \to \alpha} \frac{(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}$$ (5)

$$= \lim_{x \to \alpha} \frac{(x-\alpha)\cos x \cos \alpha \cdot (x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\sin x \cos \alpha - \cos x \sin \alpha}$$ (5)

$$= \lim_{x \to \alpha} \frac{x-\alpha}{\sin(x-\alpha)} \cdot \cos x \cos \alpha \cdot (x^2+\alpha x+\alpha^2)$$ (5)

(5)

$$= 1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (3\alpha^2)$$

$$= 3\alpha^2 \cos^2 \alpha .$$ (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් 1

$$\lim_{x \to \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = \lim_{x \to \alpha} \frac{(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2)}{\tan(x-\alpha)(1+\tan x \tan \alpha)}$$ (5) $$\left(\because \tan(x-\alpha) = \frac{\tan x - \tan \alpha}{1+\tan x \tan \alpha} \right)$$

$$= \lim_{x \to \alpha} \frac{x-\alpha}{\tan(x-\alpha)} \cdot \frac{x^2+\alpha x+\alpha^2}{(1+\tan x \tan \alpha)}$$ (5)

$$= \lim_{x \to \alpha} \frac{x-\alpha}{\sin(x-\alpha)} \cdot \frac{\cos(x-\alpha) \cdot (x^2+\alpha x+\alpha^2)}{(1+\tan x \tan \alpha)}$$

(5)

$$= 1 \cdot \frac{1 \cdot 3\alpha^2}{1+\tan^2 \alpha}$$ (5)

$$= \frac{3\alpha^2}{\sec^2 \alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha .$$ (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් 2

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{\tan x-\tan\alpha} = \lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{x-\alpha}{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{x-\alpha}{\frac{\sin x\cos\alpha-\cos x\sin\alpha}{\cos x\cos\alpha}} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to\alpha}\frac{x^3-\alpha^3}{x-\alpha}\cdot\frac{(x-\alpha)}{\sin(x-\alpha)}\cdot\cos x\cos\alpha \quad (5)$$

$$= 3\alpha^2\cdot 1\cdot\cos^2\alpha$$

(5)

$$= 3\alpha^2\cos^2\alpha. \quad (5)$$

25

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 90%ක් පමණි. ශ්‍රිතයක සීමාව සෙවීමට අදාළව මෙම ගැටලුව ඉදිරිපත් කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 41%ක් පමණි.

ශ්‍රිතයේ සීමාව සෙවීමට හැකිවන ආකාරයට පරිවර්තනය කර ගැනීමේදී සාධක පිළිබඳ දැනුමේ මඳකම ද, ප්‍රමේයයන් නිවැරදිව යෙදිය හැකි ආකාරයට සකසා ගැනීමේ දුර්වලතා ද දක්නට ලැබුණි.

මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගැනීම සඳහා සාධක පිළිබඳ දැනුම මෙන්ම ප්‍රමේයයන් භාවිත වන ආකාරය අනුව ව්‍යුහගත වූ ගැටලු විසඳීමට යොමු කරවීම ඉතාම වැදගත් වේ.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. $0<a<b$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{d}{dx}\sin^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{b-a}{b}}\cos x\right)=-\dfrac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int\frac{\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}\,dx$ සොයන්න.

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{(b-a)}{b}\cos^2 x}}\times\sqrt{\frac{b-a}{b}}\times(-\sin x)$$ (5) + (5)

$$=-\frac{\sin x}{\sqrt{b-b\cos^2 x+a\cos^2 x}}\times\sqrt{b-a}$$ (5)

$$=-\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}$$

$$\therefore\int-\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}dx=\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)+ \text{ නියතය}$$ (5)

$$\int\frac{\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x+b\sin^2 x}}dx=-\frac{1}{\sqrt{b-a}}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{b-a}{b}}\cos x\right)+C,$$ මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$y=\sin^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{b-a}{b}}\cos x\right)$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\sin y=\sqrt{\dfrac{b-a}{b}}\cos x$ and $-\dfrac{\pi}{2}\le y\le\dfrac{\pi}{2}$.

$$\cos y\frac{dy}{dx}=\sqrt{\frac{b-a}{b}}(-\sin x) \text{ ---------------- } (1)$$ (5)

$$\cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} \quad \left(\because -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \sqrt{1-\frac{b-a}{b}\cos^2 x}$$

$$= \sqrt{\frac{b(1-\cos^2 x)+a\cos^2 x}{b}}$$

$$= \frac{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}}{\sqrt{b}} \quad (5)$$

$$\therefore (1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{b-a}\sin x}{\sqrt{a\cos^2 x + b\sin^2 x}} \quad (5)$$

පෙර මෙන් අනුකලනය (10)

25

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88%ක් වන අතර පහසුතා දර්ශකය 38%ක් පමණි.

ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතයක අවකලනය සහ දාම නීතිය පිළිබඳ දැනුම අවම මට්ටමක පැවතුණි. ව්‍යුත්පන්නය නිවැරදිව ලබා ගත් නමුත් අනුකලනය සඳහා ශ්‍රිතය දී ඇති ආකාරයට ලබා ගැනීමට අපහසුවීම නිසා පිළිතුර සාර්ථකව ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

මේ ආකාරයේ මූලධර්ම අවබෝධ වන පරිදි ගැටලු විසඳීමෙන් සාර්ථක ප්‍රතිඵල ලබා ගත හැක.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. C වක්‍රයක්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = 3\cos\theta - \cos^3\theta$, $y = 3\sin\theta - \sin^3\theta$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -\cot^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -1 වන පරිදි C වක්‍රය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි බණ්ඩාංක සොයන්න.

$x = 3\cos\theta - \cos^3\theta \qquad y = 3\sin\theta - \sin^3\theta$

$\frac{dx}{d\theta} = -3\sin\theta + 3\cos^2\theta\sin\theta$; (5) $\quad \frac{dy}{d\theta} = 3\cos\theta - 3\sin^2\theta\cos\theta$ (5)

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{3\cos\theta(1-\sin^2\theta)}{-3\sin\theta(1-\cos^2\theta)} = -\frac{\cos^3\theta}{\sin^3\theta} = -\cot^3\theta.$ (5)

$\frac{dy}{dx} = -1 \Leftrightarrow \cot\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ (5)

$P \equiv \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \equiv \left(\frac{5}{2\sqrt{2}}, \frac{5}{2\sqrt{2}}\right).$

(5)

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 91%ක් වන අතර එහි පහසුතාව 53%ක් පමණි.

බොහෝ අපේක්ෂකයන් ගැටලුවේ මුල් කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණත් අවසාන කොටසේදී අනුක්‍රමණය -1 ආදේශයෙන් θ පරාමිතියේ අගය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

සරල ගැටලු විසඳීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගතහැක.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $3x - 4y = 2$ හා $4x - 3y = 1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු.

(i) l_1 හා l_2 අතර කෝණවල සමච්ඡේදකයන්හි සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(ii) l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$\frac{3x-4y-2}{5} = \pm\frac{4x-3y-1}{5}$ මගින් දෙනු ලැබේ. (5)

$x+y+1=0$ හෝ $7x-7y-3=0$ (5)

l_1 හා $x+y+1=0$ අතර සුළු කෝණය α ලෙස ගන්න.

$$\tan\alpha = \left|\frac{\frac{3}{4}+1}{1-\frac{3}{4}}\right| \quad (5)$$

$$= 7 > 1, \quad (5)$$

$\therefore 7x-7y-3=0$ යනු l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණයේ සමීකරණය වේ. (5)

25

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 87%ක් වන අතර එහි පහසුතාව 37%ක් පමණි. කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ ලබා ගැනීමේදී + හෝ − ලකුණු දෙකම භාවිත කර නොතිබීම නිසා සමීකරණ 2ක් ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. සමීකරණ නිවැරදිව ලබා ගත් නමුත් රේඛා දෙකක් අතර සුළු කෝණය සෙවීමේදී $\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$ සූත්‍රය නිවැරදිව භාවිත කර නොමැති වීමෙන් සාර්ථක පිළිතුරකට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

සරල ගැටලු විසඳීමෙන් මේ පිළිබඳ නිසි අවබෝධයක් ලබාගත හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. S යනු $x^2+y^2-4=0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය යැයි ද l යනු $y=x+1$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව යැයි ද ගනිමු. S හා l හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නා වූ ද වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$(x^2+y^2-4)+\lambda(y-x-1)=0$, ආකාර වේ. ; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$.

(10)

$x^2+y^2-\lambda x+\lambda y-\lambda-4=0$.

මෙය S ට ප්‍රලම්භ නම්, $g=0; f=0; c=-4; g'=-\frac{\lambda}{2}; f'=\frac{\lambda}{2}; c'=-\lambda-4$, සමගින්

$2gg'+2ff'=c+c'$ විය යුතුයි. (5)

එනම් $0=-\lambda-8$

$\therefore \lambda=-8$. (5)

$\therefore$ පිළිතුර $x^2+y^2+8x-8y+4=0$. (5)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 84%ක් වන අතර පහසුතාව 33%ක් පමණි.

වෘත්තයක හා සරල රේඛාවක ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $s+\lambda l=0$ ආකාරයට ප්‍රකාශ නොකර වෙනස් ආකාරවලට වෘත්තයේ සමීකරණය සෙවීමට උත්සාහ දරා තිබුණි. $2gg'+2ff'=c+c'$ සමීකරණය නිවැරදිව භාවිත කිරීමට නොහැකි වීමෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණි. වෘත්ත පිළිබඳ සරල ගැටලු විසඳීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $-\pi < \theta \leq \pi$ සඳහා $\left(\cos\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}\right)^2 = 1 + \sin\theta$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** $\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ බව පෙන්වා $\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}$ හි අගය ද සොයන්න. $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$$\left(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}\right)^2 = \sin^2\frac{\theta}{2} + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2}$$

(5)

$$= 1 + \sin\theta \quad \left(\because \sin^2\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2} = 1 \text{ and } 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \sin\theta.\right)$$

$\theta = \frac{\pi}{6}$: යැයි ගනිමු. (5)

එවිට $\left(\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2}$.

$\therefore \sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ ------------ (1) (5) $\left(\because \sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} > 0\right)$

$\theta = \frac{-\pi}{6}$: යැයි ගනිමු.

එවිට $\left(\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

$\therefore \cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ------------ (2) $\left(\because \sin\frac{\pi}{12} < \cos\frac{\pi}{12}\right)$ (5)

$(1) - (2) \Rightarrow \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$. (5)

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88%ක් වන අතර එහි පහසුතාව 55%ක් පමණි.

මෙම ගැටලුවේ මුල් කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණත් $\cos\frac{\pi}{12}, \sin\frac{\pi}{12} > 0$ බව අවබෝධ කර නොගැනීම නිසා නිසි පිළිතුර ලබා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණි. එලෙස $\theta = -\frac{\pi}{6}$ සඳහා $\cos\frac{\pi}{12} > \sin\frac{\pi}{12}$ හඳුනා නොගැනීමෙන් $\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}$ ට අදාළ අගය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

වෘත්ත පාද වලදී කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල ලකුණු සම්බන්ධ වන සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙන බව දී ඇත. $a^2 > 3b$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β යැයි ගනිමු. a ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ ද b ඇසුරෙන් $\alpha\beta$ ද ලියා දක්වන්න.

$|\alpha - \beta| = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}$ බව පෙන්වන්න.

$|\alpha + \beta|$ හා $|\alpha - \beta|$ ස්වකීය මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය

$9x^2 - 6\left(|a| + \sqrt{a^2 - 3b}\right)x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2b} = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(*b*) $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වේ. $(x-1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -4 බව පෙන්වන්න.

p හා q හි අගයන් සොයා $(x+1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(5)

(*a*) විවේචකය $\Delta = (2a)^2 - 4\,(3)\,(b)$

$= 4(a)^2 - 4\,.\,3b$ (5)

$f(x) = 0$ ට තාත්වික ප්‍රභින්න මුල දෙකක් ඇති නිසා, $\Delta > 0$ විය යුතුයි. (5)

$\therefore\ a^2 > 3b$ (5)

20

$\alpha + \beta = -\frac{2a}{3}$ හා $\alpha\beta = \frac{b}{3}$

(5) (5)

10

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ (10)

$= \frac{4a^2}{9} - \frac{4b}{3}$ (5)

$= \frac{4}{9}(a^2 - 3b)$ (5)

$\therefore (\alpha - \beta) = \frac{2}{3}\sqrt{(a^2 - 3b)}$ (5)

25

$\alpha' = |\alpha + \beta|$ හා $\beta' = |\alpha - \beta|$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\alpha' = \frac{2}{3}|\alpha|$ හා $\beta' = \frac{2}{3}\sqrt{(a^2 - 3b)}$

(5)

අවශ්‍ය සමීකරණය $(x - \alpha')(x - \beta') = 0$ වේ. (5)

i.e. $x^2 - (\alpha' + \beta')x + \alpha'\beta' = 0$ (5)

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{2}{3}|a| + \frac{2}{3}\sqrt{(a^2 - 3b)}\right)x + \frac{4}{9}|a|\sqrt{(a^2 - 3b)} = 0$

(5) (5)

$\Rightarrow 9x^2 - 6\left(|a|\sqrt{(a^2 - 3b)}\right)x + 4\sqrt{(a^4 - 3a^2b)} = 0$ (5)

30

(*b*) $g(x)$ යන්න $(x - 1)(x + 2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $3x + 2$ වන නිසා,

$g(x) = h(x)(x - 1)(x + 2) + 3x + 2$, - - - - - - - - (1) (10)

මෙහි $h(x)$ මාත්‍රය 1 වන බහුපදයකි.

ශේෂ ප්‍රමේයය මගින් $g(x)$ යන්න $(x - 1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $g(1)$ වේ. (5)

$(1) \Rightarrow g(1) = 5$ (5)

එනයින් $g(x)$ යන්න $(x - 1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය 5 වේ.

නැවතත්, ශේෂ ප්‍රමේයය මගින් $g(x)$ යන්න $(x + 2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $g(-2)$ වේ. (5)

$(1) \Rightarrow g(-2) = -4$ (5)

එනයින්, $g(x)$ යන්න $(x + 2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය -4 වේ.

30

$g(1) = 5 \Rightarrow 1 + p + q + 1 = 5$ (5)

$p + q = 3$

$g(-2) = -4 \Rightarrow -8 + 4p - 2q + 1 = -4$ (5)

$4p - 2q = 3$

$p = \frac{3}{2}$ හා $q = \frac{3}{2}$

(5) (5) **20**

---

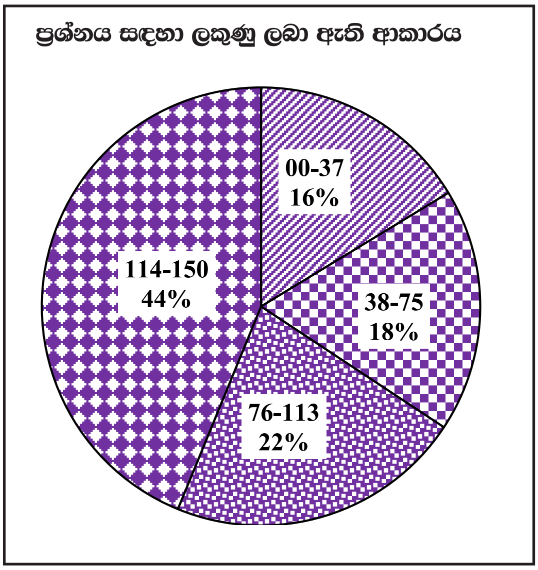
(5) (5)

දැන් $g(-1) = -1 + p - q + 1 = 0.$ $(\because\ p = q)$

එම නිසා සාධක ප්‍රමේයය මගින්, $(x + 1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් වේ. (5) **15**

---

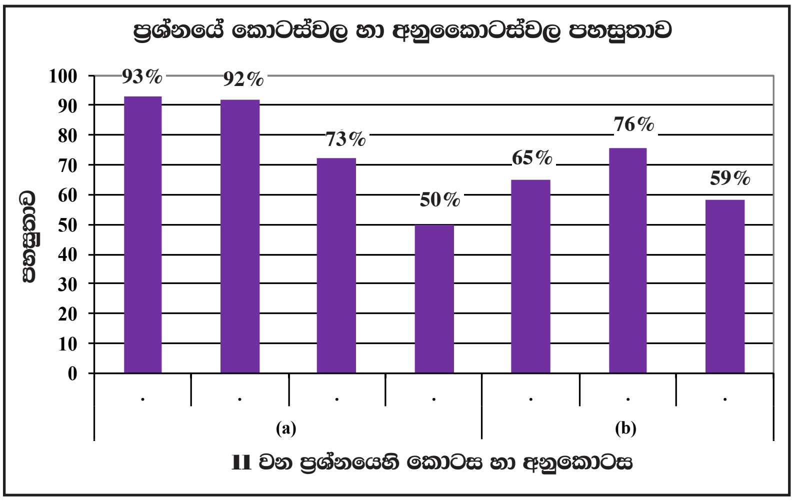
11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 94%කි. පහසුතාව 70%ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 16% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 18% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 -150 ප්‍රාන්තරයේ 44% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 93%කි. අඩුම පහසුතාව (a) හි (iv) අනුකොටසට වන අතර එය 50%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ 94%ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටස වර්ගජ සමීකරණ යටතේ වන අතර (b) කොටස ශේෂ ප්‍රමේයය සහ සාධක ප්‍රමේයය යටතේ ඉදිරිපත් කර ඇත. (a) හි අනුකොටස් 4ක් ද (b) හි අනුකොටස් 3ක් ද ඇත. (a) හි පළමු අනුකොටස සඳහා පහසුතාව වැඩිම වන අතර එය 93%කි. (a) හි අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ හතරවන අනුකොටසට වන අතර එය 50%කි. මාපාංකය පිළිබඳ අවබෝධය මඳකම නිසා පහසුතාව අඩුම මට්ටමක පැවතුණි.

(b) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසට වැඩිම පහසුතාව ඇති අතර එය 76%ක් පමණි. අඩුම පහසුතාව තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 59%ක් පමණි. (b) හි දෙවන අනුකොටසෙහි p සහ q ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වීම නිසා තුන්වන අනුකොටසට අදාළ ලකුණු අහිමි වී තිබුණි.

වර්ගජ සමීකරණ, ශේෂ ප්‍රමේය, සාධක ප්‍රමේයය පිළිබඳ සරල ගැටලු විසඳීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) x හි ආරෝහණ බල වලින් $(5+2x)^{14}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

$r = 0, 1, 2, \ldots, 14$ සඳහා ඉහත ප්‍රසාරණයේ x^r අඩංගු පදය T_r යැයි ගනිමු.

$x \neq 0$ සඳහා $\dfrac{T_{r+1}}{T_r} = \dfrac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $x = \dfrac{4}{3}$ වන විට, ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි විශාලතම පදය ලබාදෙන r හි අගය සොයන්න.

(*b*) $c \geq 0$ යැයි ගනිමු. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\dfrac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \dfrac{1}{(r+c)} - \dfrac{1}{(r+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{(3+2c)}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{(n+c+1)} - \frac{1}{(n+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

c සඳහා සුදුසු අගයන් සහිත ව මෙම ඓක්‍යය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)}$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) $\displaystyle (5+2x)^{14} = \sum_{r=0}^{14} {}^{14}C_r 5^{14-r}(2x)^r$ (10)

$\displaystyle = \sum_{r=0}^{14} {}^{14}C_r 5^{14-r} \cdot 2^r \cdot x^r$, මෙහි $r = 0, 1, \ldots, 14$ සඳහා ${}^{14}C_r = \dfrac{14!}{r!(14-r)!}$ (5)

15

$r = 0, 1, \ldots, 14$ සඳහා $T_r = {}^{14}C_r 5^{14-r} \cdot 2^r \cdot x^r$ යැයි ගන්න.

එවිට $\dfrac{T_{r+1}}{T_r} = \dfrac{14!\, 5^{13-r}\, 2^{r+1}}{(r+1)!(13-r)!}x^{r+1} \Big/ \dfrac{14!\, 5^{14-r}\, 2^r}{r!(14-r)!}x^r$ (5) (10)

$= \dfrac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ (5)

20

$x=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{T_{r+1}}{T_r}=\frac{2}{5}\frac{(14-r)}{(r+1)}\cdot\frac{4}{3}$ (5)

$\frac{8}{15}\frac{(14-r)}{(r+1)} \underset{<}{\geq} 1$ වන විට $\frac{T_{r+1}}{T_r} \underset{<}{\geq} 1$ ලෙස වේ.

(5) (5)

එවිට $112-8r \underset{<}{\geq} 15r+15.$

එවිට $r \underset{>}{\leq} \frac{97}{23}=4\frac{5}{23}.$ (5)

$T_0<T_1<T_2<T_3<T_4<T_5>T_6\cdots>T_{14}$ (10)

එම නිසා අවශ්‍ය අගය $r=5$ (5)

35

(b) $\frac{1}{r+c}-\frac{1}{r+c+2}=\frac{(r+c+2)-(r+c)}{(r+c)(r+c+2)}$ (5)

$=\frac{2}{(r+c)(r+c+2)}.$ (5)

10

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r=\frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$ යැයි ගනිමු.

එවිට

$r=1: \quad u_1=\frac{1}{1+c}-\frac{1}{3+c}$ (5)

$r=2; \quad u_2=\frac{1}{2+c}-\frac{1}{4+c}$

$r=3; \quad u_3=\frac{1}{3+c}-\frac{1}{5+c}$ (5)

$\vdots$

$r=n-2; \ u_{n-2}=\frac{1}{n-2+c}-\frac{1}{n+c}$ (5)

$r=n-1; \quad u_{n-1}=\frac{1}{n-1+c}-\frac{1}{n+c+1}$ (5)

$r=n; \qquad u_n=\frac{1}{n+c}-\frac{1}{n+c+2}$

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = \frac{1}{1+c} + \frac{1}{2+c} - \frac{1}{n+c+1} - \frac{1}{n+c+2}$$ (10)

$$= \frac{3+2c}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{n+c+1} - \frac{1}{n+c+2}.$$ (5)

35

දැ.අ.පැ. සීමාව $n \to \infty$ $\frac{3+2c}{(1+c)(2+c)}$. වේ. (10)

$\therefore$ $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ අභිසාරී වේ හා ඓක්‍යය $\frac{3+2c}{(1+c)(2+c)}$. වේ.

(5) (5)

20

$c = 0$: දැමීමෙන්, $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{3}{4}$. ------------------(1) (5)

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)} = \frac{5}{12}.$$ (5)

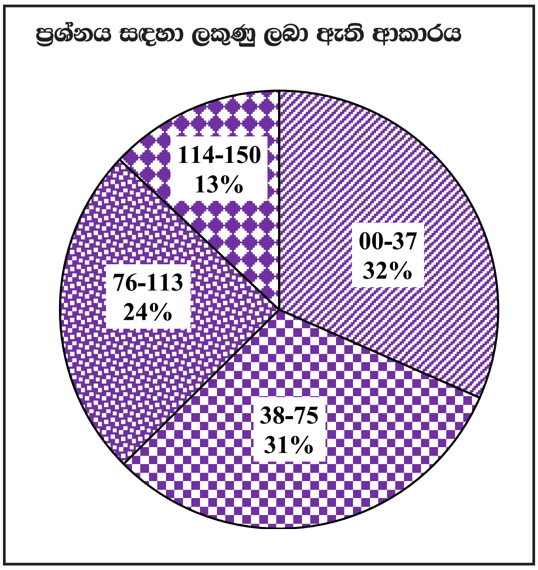
$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)} = \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4} \text{ ------------------(2)}$$

දැන්, (1) හා (2) $\Rightarrow$ $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)}$. (5)

15

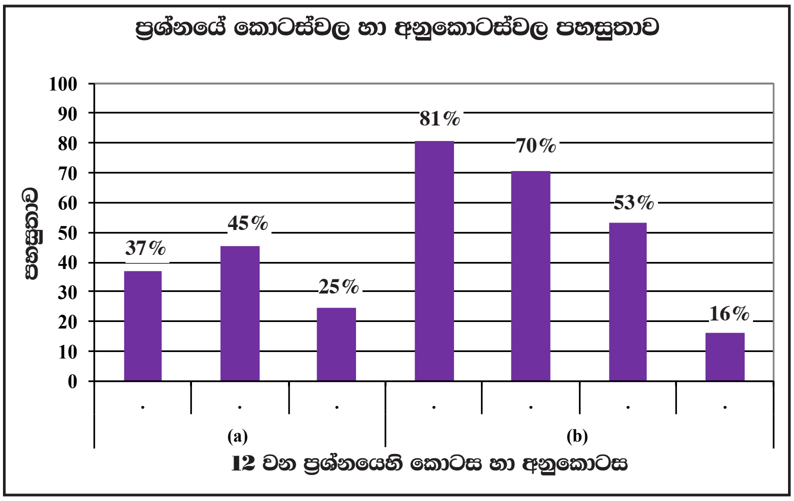
---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 78% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 46% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 32%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 31%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 81%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි හතරවන අනුකොටසට වන අතර එය 16%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

(a) කොටසෙන් ද්විපද ප්‍රසාරණය පිළිබඳ දැනුම ද (b) කොටසෙන් ශ්‍රේණි පිළිබඳ දැනුම ද පරීක්ෂා කර ඇත. (a) කොටසෙහි අනුකොටස් 3ක්ද (b) කොටසෙහි අනුකොටස් 4ක් ද ඇත. (a) කොටසෙහි වැඩිම පහසුතාව දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 45%කි. (a) කොටසෙහි අඩුම පහසුතාව තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 25%කි. ද්විපද ප්‍රසාරණයේ T_r පදය නිවැරදිව ලියා නොගැනීමෙන් හා විශාලතම පදය සෙවීමේදී අසමානතාව භාවිතා නොකිරීමෙන් අවශ්‍ය පිළිතුරු නිවැරදිව ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. (b) කොටස අනුකොටස් 4කින් සමන්විත අතර වැඩිම පහසුතාව 81%ක් වන අතර එය පළවන අනුකොටසට වේ. අඩුම පහසුතාව හතරවන අනුකොටසට වන අතර එය 16%කි.

ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය නොකිරීම හා c සඳහා සුදුසු අගය භාවිත නොකිරීම නිසා ප්‍රශ්නයට අදාළ ලකුණු ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි.

ද්විපද ප්‍රසාරණයේ පද නිවැරදිව ප්‍රකාශ කිරීමට හැකි වන පරිදි හා වැඩිතම පදය සෙවීම සඳහා අදාළ විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

එලෙස ම ශ්‍රේණි සඳහා ද සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් ඇතිවන දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{AB^T} = \mathbf{P}$ බව දී ඇත; මෙහි $\mathbf{B^T}$ මගින් $\mathbf{B}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම දැක්වේ. $a = 1$ හා $b = -1$ බව පෙන්වා, a හා b සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව $\mathbf{B^T A}$ සොයන්න.

$\mathbf{P^{-1}}$ ලියා දක්වා, එය භාවිතයෙන්, $\mathbf{PQ} = \mathbf{P}^2 + 2\mathbf{I}$ වන පරිදි $\mathbf{Q}$ න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනක, $|z| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථය වූ C හි දළ සටහනක් අඳින්න.

$z_0 = a(\cos\theta + i\sin\theta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ. $\frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක මාපාංකය a ඇසුරෙන් ද ප්‍රධාන විස්තාරය θ ඇසුරෙන් ද සොයන්න.

P, Q, R හා S යනු පිළිවෙළින් $z_0, \frac{1}{z_0}, z_0 + \frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්ඩ් සටහනෙහි නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යය ඉහත C මත පිහිටන විට

(i) Q හා S ලක්ෂ්‍ය ද C මත පිහිටන බවත්

(ii) R ලක්ෂ්‍යය තාත්ත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවත්

පෙන්වන්න.

(*a*)

$$AB^T = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & b \\ a & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} 2-a+3a & 2+ab \\ -1-b+2a & -1+b^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$AB^T = P \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2-a+3a & 2+ab \\ -1-b+2a & -1+b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2+2a=4, \quad 2+ab=1, \quad -1+2a-b=2, \quad -1+b^2=0. \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \quad a=1, \quad b=-1. \quad (5)$$

දැන්, $B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ (5)

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$ (5)

45

$P^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$ (10)

තවද, $PQ = P^2 + 2I \Leftrightarrow P^{-1}(PQ) = P^{-1}(P^2 + 2I)$ (5)

$\Leftrightarrow Q = P^{-1}P^2 + P^{-1}(2I)$ (5)

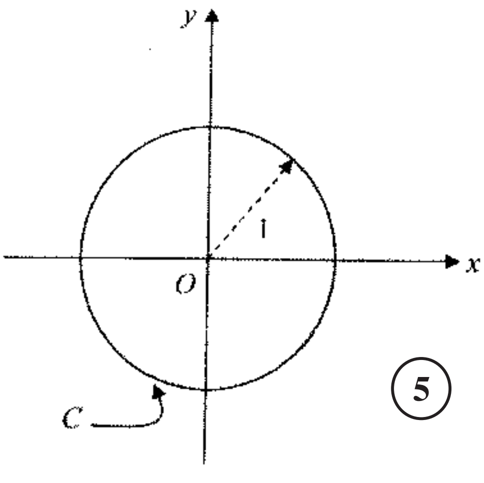
$\Leftrightarrow Q = P + 2P^{-1}$ (5)

$\Leftrightarrow Q = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ (5)

$\therefore Q = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}.$ (5)

35

(*b*)



(5)

05

පළමුව, $\dfrac{1}{z_0} = \dfrac{1}{a(\cos\theta + i\sin\theta)} \cdot \dfrac{(\cos\theta - i\sin\theta)}{(\cos\theta - i\sin\theta)}$ (5)

$= \dfrac{(\cos\theta - i\sin\theta)}{a(\cos^2\theta + \sin^2\theta)}$

$= \dfrac{1}{a}(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta))$ (5)

එනයින්, $\left|\dfrac{1}{z_0}\right| = \dfrac{1}{a}$, සහ $\text{Arg}\left(\dfrac{1}{z_0}\right) = -\theta.$

(5) (5)

ඊළඟට, $z_0{}^2 = a^2(\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= a^2\left\{(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2i\cos\theta\sin\theta\right\}$ (5)

$= a^2(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)$ (5)

එනයින්, $\left|z_0{}^2\right| = a^2$, සහ $\text{Arg}\left(z_0{}^2\right) = 2\theta.$ (5)

(5)

40

P, C මත පිහිටයි යැයි සිතමු.

එවිට $a = 1$ (5)

$\therefore \left|\dfrac{1}{z_0}\right| = 1$ හා Q යන්න C මත පිහිටයි. (5)

තවද, $|z_0^2| = 1$ හා එනයින් S යන්න C මත පිහිටයි. (5)

15

$z_0 + \dfrac{1}{z_0} = (\cos\theta + i\sin\theta) + (\cos\theta - i\sin\theta)$

$= 2\cos\theta.$ (5)

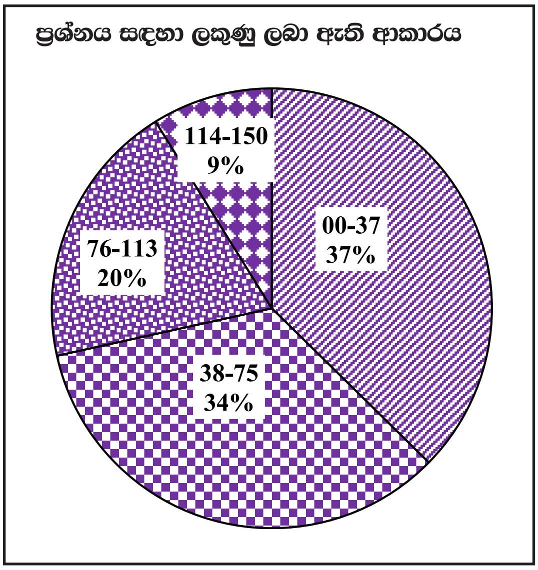
$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2\cos\theta < 2.$

$z_0 + \dfrac{1}{z_0}$ මගින් නිරූපනය කරන සංඛ්‍යාව තාත්වික වන අතර තාත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටයි. (5)

10

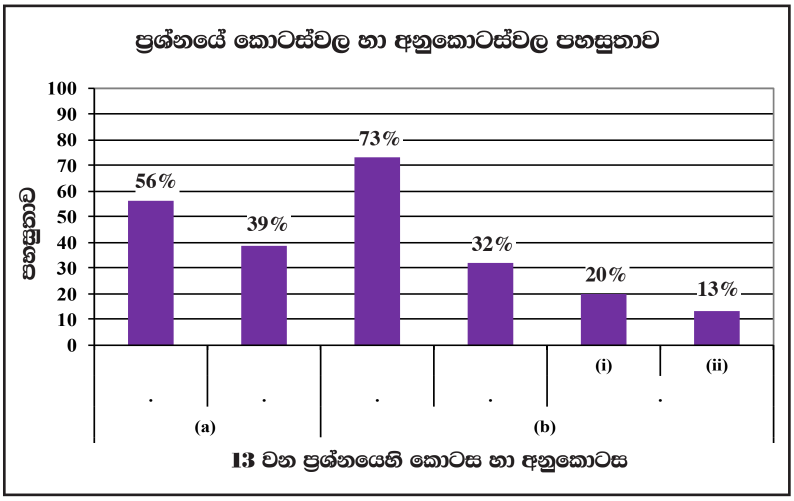
---

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 71% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 39% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 37%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 34%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 9%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 73%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි (ii) අනුකොටසට වන අතර එය 13%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙය (a), (b) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස න්‍යාස පිළිබඳ දැනුම මත ද (b) කොටස සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිබඳ මූලධර්ම මත ද පදනම් වී ඇත.

(a) හි වැඩිම පහසුතාව පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 56%කි. (a) කොටසෙහි අඩුම පහසුතාව දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 39%කි. (a) කොටසෙහි සමීකරණ හතරම නොලියා තිබීම නිසා, සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. දෙවන අනුකොටසෙහි න්‍යාසයක ප්‍රතිලෝමය ලියා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණු නිසා මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. (b) කොටසෙහි වැඩිම පහසුතාව පළමු කොටසට වන අතර එය 73%කි. අඩුම පහසුතාව (b) වල (ii) අනුකොටසට වන අතර එය 13%ක් පමණි.

(b) කොටසෙහි පළවන අනුකොටසෙහි පිළිතුරු ලබා ගැනීම සාර්ථක මට්ටමක පැවතුණ අතර දෙවන අනුකොටසෙහි $a = 1$ බව හඳුනා නොගැනීම නිසා එම කොටසෙහි පිළිතුරු සාර්ථක මට්ටමක නොතිබුණි. θ හි අගය පරාසය නිවැරදිව නොගැනීම නිසා (ii) අනුකොටසෙහි පිළිතුර අසාර්ථක වී තිබුණි.

න්‍යාස හා සම්බන්ධ මූලික ගණිත කර්ම පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මග හරවා ගත හැකිය. එලෙසම සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිබඳ විවිධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීමෙන් ද මෙම දුර්වලතා මග හරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) $x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

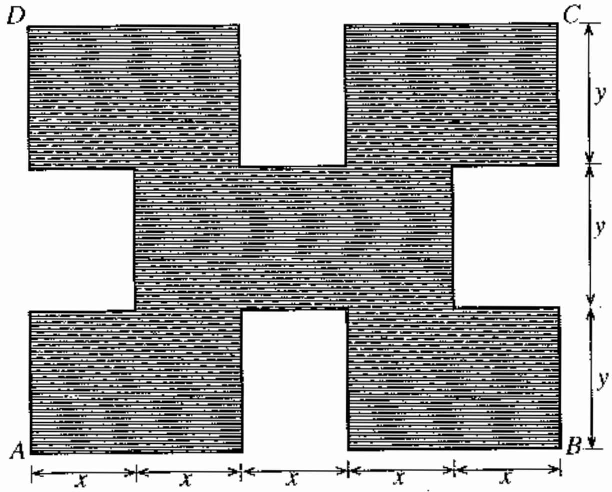
$x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \leq 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

(*b*) යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය 385 m^2 වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර $5x$ ද පළල මීටර $3y$ ද වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග මීටර y ද පළල මීටර x ද වූ සර්වසම සෘජුකෝණාස්‍ර හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි. $y = \frac{35}{x}$ බව පෙන්වා, අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මනින ලද පරිමිතිය P යන්න $x > 0$ සඳහා $P = 14x + \frac{350}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.



(a) $x \neq 1, 2.$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$

එවිට $f'(x) = \frac{(x-1)(x-2)2x - x^2(2x-3)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ **(10)**

$= \frac{-6x^2 + 4x + 3x^2}{(x-1)^2(x-2)^2}$ **(5)**

$= \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ ($x \neq 1, 2.$ සඳහා) **(5)**

20

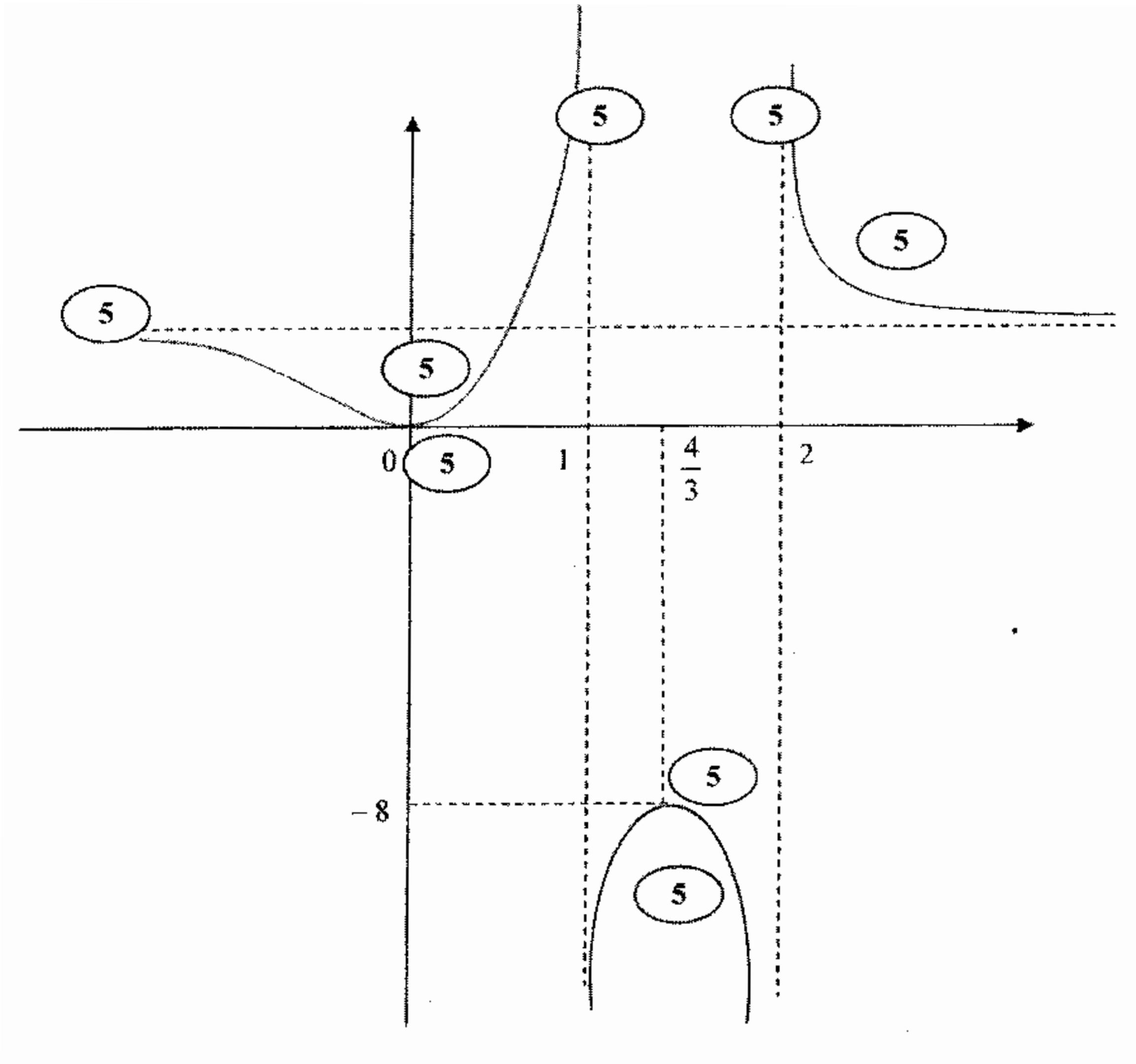
තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ : $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 1.$ එනයින් එය $y = 1$ වේ.

$\lim_{x \to 1-} f(x) = \infty$ හා $\lim_{x \to 1+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to 2-} f(x) = -\infty$ හා $\lim_{x \to 2+} f(x) = \infty.$

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ : $x = 1, 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x = \frac{4}{3}.$ **(5)**

	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < \frac{4}{3}$	$\frac{4}{3} < x < 2$	$2 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(+)	(-)	(-)
	(5)	(5)	(5)	(5)	(5)



හැරුම් ලක්ෂ දෙකක් පවතී : $(0,0)$ ස්ථානීය අවමයක් $\left(\frac{4}{3}, -8\right)$ ස්ථානීය උපරිමයක්

(5) $x = 0$ හෝ $2 < x < 2$ (5)

80

(b) වර්ගඵලය : $(5x)(3y) - 4xy = 385$ (5)

$11xy = 385$

$xy = 35$

$y = \dfrac{35}{x}$. (5)

පරිධිය : $P = 2(5x + 3y) + 4x + 4y$ (5)

$= 14x + 10y$

$= 14x + \dfrac{350}{x}; \quad x > 0$. (5)

$\dfrac{dP}{dx} = 14 - \dfrac{350}{x^2}$ (5)

$\dfrac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{350}{14} = 25$

(5)

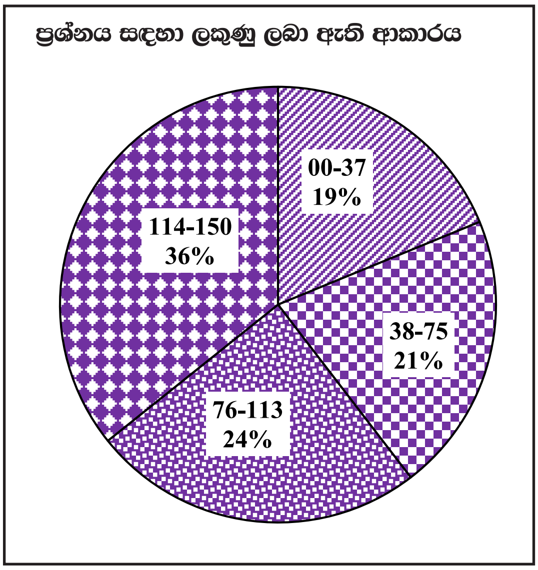
$\therefore x = 5$ (5)

$0 < x < 5$ සඳහා $\dfrac{dP}{dx} < 0$ හා $5 < x$ සඳහා $\dfrac{dP}{dx} > 0$ වේ.
(5) (5)

$x = 5$ වන විට P අවමයක් වේ. (5)

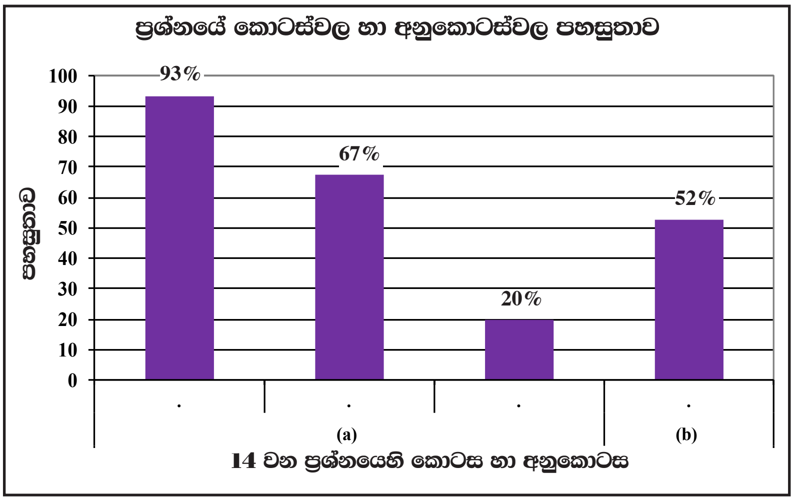
50

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 98% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 58% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 19%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 36%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි පළමුවන අනුකොටසට වන අතර එය 93%කි. අඩුම පහසුතාව (a) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 20%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටසට අනුකොටස් 3ක් ද ඇත.

මෙම ප්‍රශ්නය අවකලනයේ යෙදීම් භාවිතයෙන් සකසා ඇත. (a) කොටස ප්‍රස්තාරයකින් ද (b) කොටස පරිමිතිය සඳහා යෙදීමක් ද වේ. (a) කොටසෙහි පළවන අනුකොටස සාර්ථක වන අතර දෙවන අනුකොටස අසාර්ථක මට්ටමක පැවතුණි. ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් සමීකරණය විසඳීමට නොහැකි වීම පිළිතුරු අසාර්ථක වීමට හේතු වී තිබුණි. (b) කොටසෙහි පහසුතාව 52%ක් වන අතර නිවැරදිව වර්ගඵලය ලියා නොගැනීම නිසා පරිමිතිය සඳහා දී ඇති පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

අවකලනය පිළිබඳ දැනුම භාවිතා වන පරිදි සරල ගැටලු විසඳීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (*a*) (i) $\dfrac{1}{x(x+1)^2}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, **ඒ නයින්**, $\int \dfrac{1}{x(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int xe^{-x}\,\mathrm{d}x$ සොයා, **ඒ නයින්**, $y = xe^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද $x = 1$, $x = 2$ හා $y = 0$ සරල රේඛාවලින් ද ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(*b*) $c > 0$ හා $I = \displaystyle\int_0^c \frac{\ln(c+x)}{c^2+x^2}\,\mathrm{d}x$ යැයි ගනිමු. $x = c\tan\theta$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$I = \dfrac{\pi}{4c}\ln c + \dfrac{1}{c}J$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan\theta)\,\mathrm{d}\theta$ වේ.

a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $J = \dfrac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

$I = \dfrac{\pi}{8c}\ln(2c^2)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(i) $$\frac{1}{x(x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$$ (10)

$$1 = A(x+1)^2 + Bx(x+1) + Cx$$

$$1 = (A+B)x^2 + (2A+B+C)x + A$$

සංගුණක සමාන කිරීමෙන්,

$x^0 : 1 = A$

$x^1 : 0 = 2A+B+C$ (10)

$x^2 : 0 = A+B$

$\therefore\ A = 1, B = -1$ සංගුණක සමාන කිරීමෙන්, $C = -1$. (10)

$$\int \frac{1}{x(x+1)^2}dx = \int \frac{1}{x}dx - \int \frac{1}{x+1}dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}dx$$ (5)

(15) $= \ln|x| - \ln|x+1| + \dfrac{1}{x+1} + C'$, මෙහි C' යනු අභිමත නියතයකි.

50

(ii) $\int xe^{-x}dx = -xe^{-x} + \int e^{-x}dx$ (10)

$-xe^{-x} - e^{-x} + C''$, මෙහි C'' යනු අභිමත නියතයකි. (5)

(5)

අවශ්‍ය වර්ගඵලය $= \int_1^2 xe^{-x}dx$ (5)

$= -(x+1)e^{-x}\Big|_1^2$ (5)

$= 2e^{-1} - 3e^{-2}$. (5)

35

(b) $x = c\tan\theta$. යැයි ගනිමු.

එවිට $dx = c\sec^2\theta\, d\theta$.

$x = 0$, විට $\theta = 0$ වන අතර $x = c, \theta = \frac{\pi}{4}$ වේ.

(5)

එවිට $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln c(1+\tan\theta)}{c^2 + c^2\tan^2\theta} \cdot c\sec^2\theta\, d\theta$ (5)

(5)

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln c(1+\tan\theta)}{c^2\sec^2\theta} \cdot c\sec^2\theta\, d\theta$ (5)

$= \frac{1}{c}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \{\ln c + \ln(1+\tan\theta)\} d\theta$ (5)

$= \frac{1}{c}\ln c\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta + \frac{1}{c}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\{1+\tan\theta\} d\theta$

$= \frac{1}{c}\ln c \cdot \theta\Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{c}J$ (5)

$= \frac{\pi}{4c}\ln c + \frac{1}{c}J$. (5)

35

$$J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\left(1+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\right)d\theta$$ **(5)**

$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\left\{1+\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right\}d\theta$$ **(5)**

$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\frac{2}{(1+\tan\theta)}\,d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\{\ln 2-\ln(1+\tan\theta)\}d\theta$$ **(5)**

$$=\ln 2\cdot\frac{\pi}{4}-J$$

$$\therefore J=\frac{\pi}{8}\ln 2.$$ **(5)**

$$\therefore I=\frac{\pi}{4c}\ln c+\frac{1}{c}\frac{\pi}{8}\ln 2$$ **(5)**

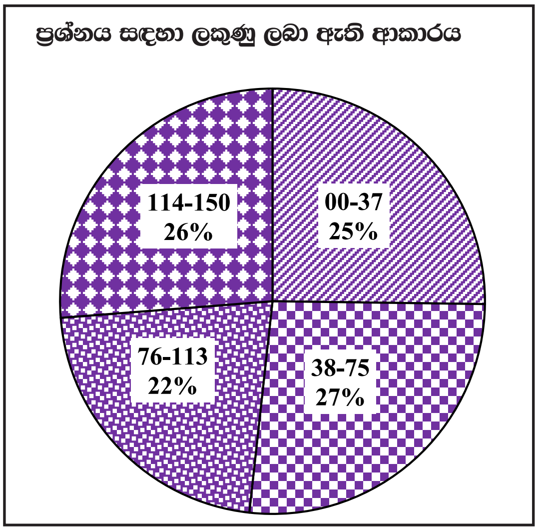
$$=\frac{\pi}{8c}\{2\ln c+\ln 2\}$$

$$=\frac{\pi}{8c}\ln(2c^2).$$ **(5)**

30

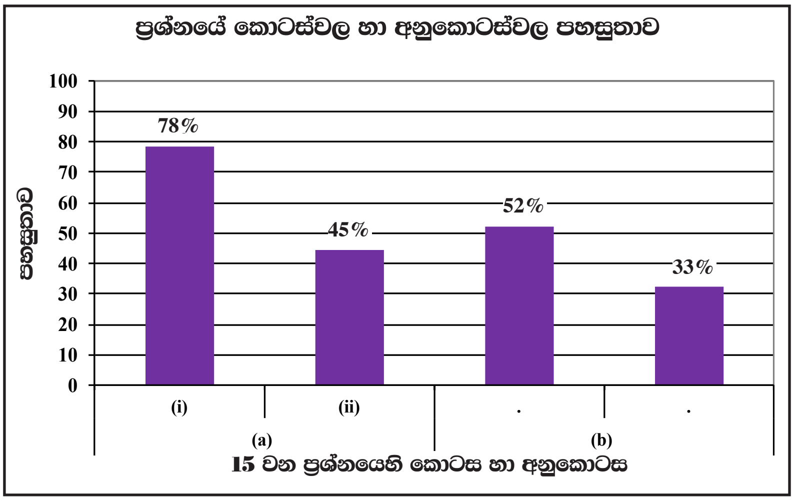
---

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 78% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 52% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 78%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 33%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙම ගැටලුව (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත, අනුකලනය පිළිබඳ මූලධර්මය ඇසුරෙන් සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. (a) හි (i) අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර එහි පහසුතාව 78%ක් පමණි. (a) හි (ii) අනුකොටසේ වර්ගඵලය සෙවීම අසාර්ථක මට්ටමක පැවතුණි. එහි පහසුතාව 45%කි. සමහර අපේක්ෂකයන් එනයින් යන්න තේරුම් නොගෙන වක්‍ර ඇඳීමට උත්සාහ කර තිබුණි. (b) හි පළවන අනුකොටසට පිළිතුරු සැපයීම සාර්ථක වුවත් අවසාන කොටසේ සූත්‍රය භාවිතයෙන් ලබා ගැනීමට තිබූ පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි. මෙයට හේතුව වන්නේ සූත්‍රය යොදා ගැනීමේ හා සුළු කිරීමේ දුර්වලතාවයයි. මෙය මඟ හරවා ගැනීම සඳහා නිශ්චිත අනුකලනය පිළිබඳ සරල ගැටලු විසඳීම හුරුකළ යුතුය.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $P \equiv (0,1)$ ලක්ෂ්‍යය $y = mx$ මගින් දෙනු ලබන l සරල රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

l ට ලම්බව P හරහා වූ සරල රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(-mt, t+1)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නයින්, P සිට l ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වූ Q ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

m විචලනය වන විට, Q ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - y = 0$ මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, Q හි පථයේ දළ සටහනක් xy-තලයෙහි අඳින්න.

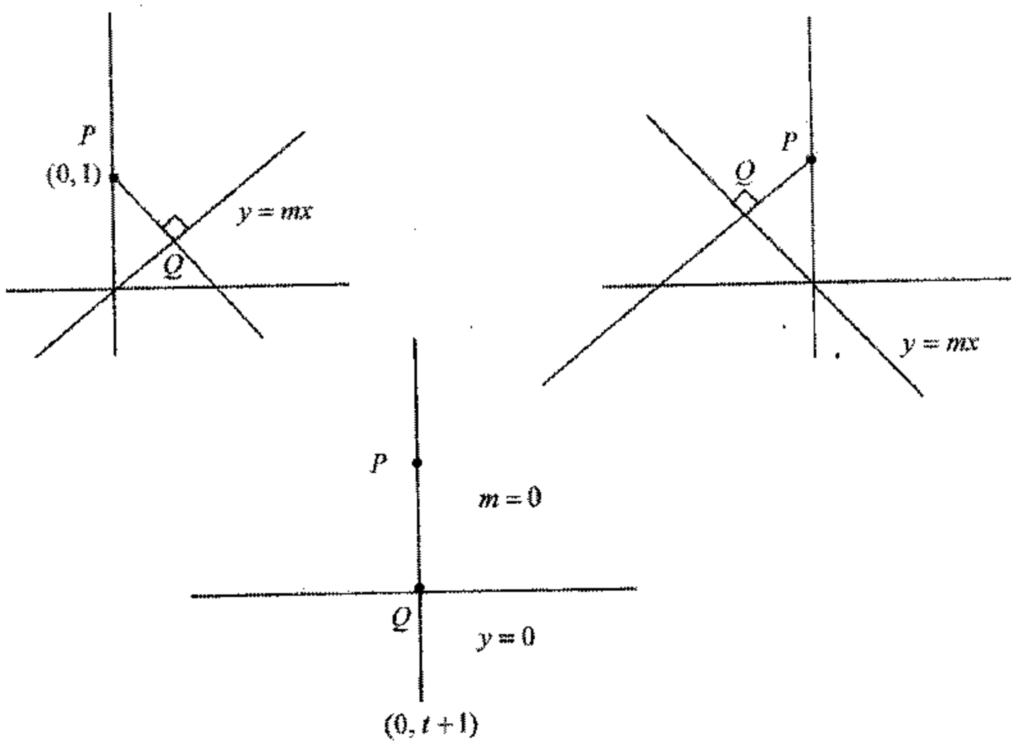
තව ද $R \equiv \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යය S මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ දී S බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා x-අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S' හි කේන්ද්‍රයම කේන්ද්‍රය ලෙස ඇතිව S අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$(0, 1)$ ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටයි නම් එවිට $1 = m \times 0$ ලෙස විය යුතුයි. i.e. $1 = 0$. මෙය විසංවාදයකි. (5) (5)

$\therefore$ $(0, 1)$ යන්න l මත නොපිහිටයි. **10**



(i) අවස්ථාව : $m \neq 0$

මෙම අවස්ථාවේදී, P හරහා යන l ට ලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය පහත ආකාර වේ.

$y - 1 = -\frac{1}{m}(x - 0).$ (10)

මෙම සමීකරණයට t හඳුන්වාදීමෙන් $y - 1 = -\frac{1}{m}(x - 0) = t$ (යැයි කියමු) (5)

එවිට $y = t + 1$ හා $x = -mt$, මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(5) (5)

එනයින්, 1 ට ලම්බ P හරහා යන රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක

$(-mt,\ t + 1)$, ආකාර ගනියි. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(ii) අවස්ථාව : $m = 0$

මෙම අවස්ථාවේදී, P හරහා යන l ට ලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය $y -$ අක්ෂය වන අතර

එනයින් එය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(0,\ t + 1)$ ආකාර ගනියි. මෙහි t යනු

පරාමිතියක් එම නිසා සියලු t අගයන් සඳහා මෙම ආකාරය සත්‍ය වේ. (5)

30

---

t_0 යනු Q ට අනුරූප අගය t ලෙස ගනිමු.

Q යන්න l, මත පිහිටන නිසා $t_0 + 1 = m(-mt_0)$ (5)

(5)

$\therefore\ t_0 = -\frac{1}{1+m^2}$, සහ එනයින් $Q = \left(-m\left(-\frac{1}{1+m^2}\right), -\frac{1}{1+m^2} + 1\right)$ (5)

$= \left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right).$ (5)

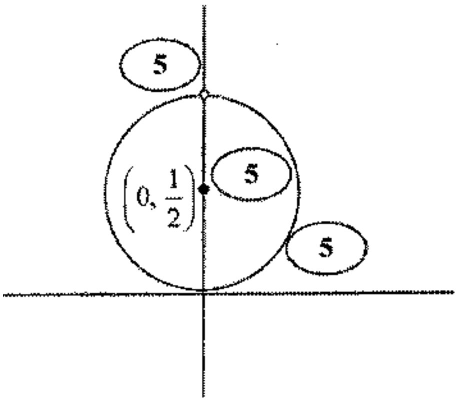
20

$x = \dfrac{m}{1+m^2}$, $y = \dfrac{m^2}{1+m^2}$ යන්න $x^2 + y^2 - y$ හි ආදේශයෙන් (5)

$$x^2 + y^2 - y = \frac{m^2}{(1+m^2)^2} + \frac{m^4}{(1+m^2)^2} - \frac{m^2}{1+m^2} = \frac{m^2(1+m^2)}{(1+m^2)^2} - \frac{m^2}{1+m^2} = 0.$$ (5)

(5)

එනයින් Q යන්න S මත පිහිටයි. (5)



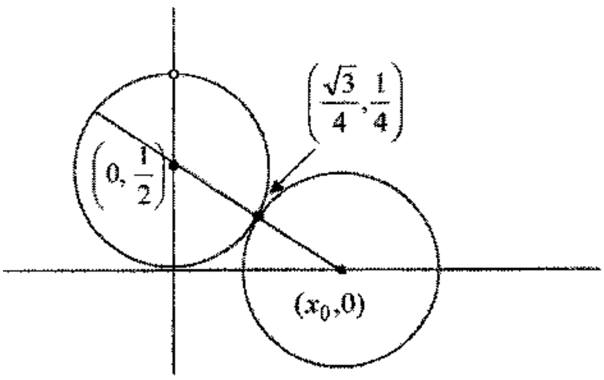
35

$x = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$; හා $y = \dfrac{1}{4}$ යන්න $x^2 + y^2 - y$ හි ආදේශයෙන් (5)

$$x^2 + y^2 - y = \frac{3}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{4} = 0.$$ (5)

S මත $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}, \dfrac{1}{4}\right)$ පිහිටයි. (5)

15



එවිට x_0 යනු S' හි කේන්ද්‍රයේ

x හි ඛණ්ඩාංක ලෙස ගන්න.

$$\sqrt{x_0^2+\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}}. \quad (5)$$

(5) (5)

$$\Rightarrow \quad x_0^2+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}}+\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-x_0\right)^2+\frac{1}{16}. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad x_0=\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (5)$$

එනයින් S' හි සමීකරණය $\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2.$ (5)

i.e. $\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2.$

30

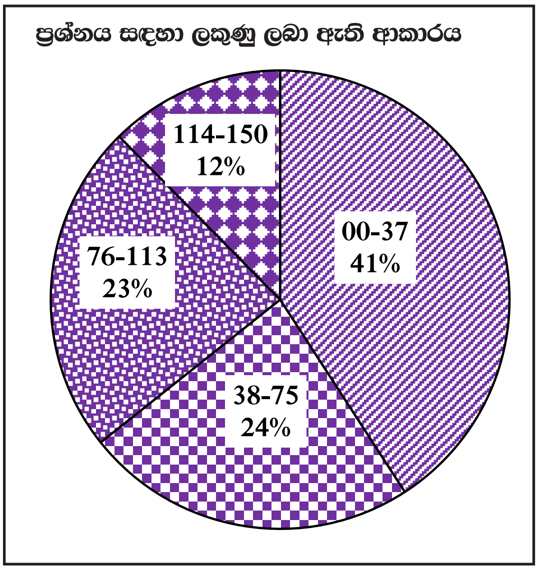
S අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය

$$\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2. \quad (10)$$

10

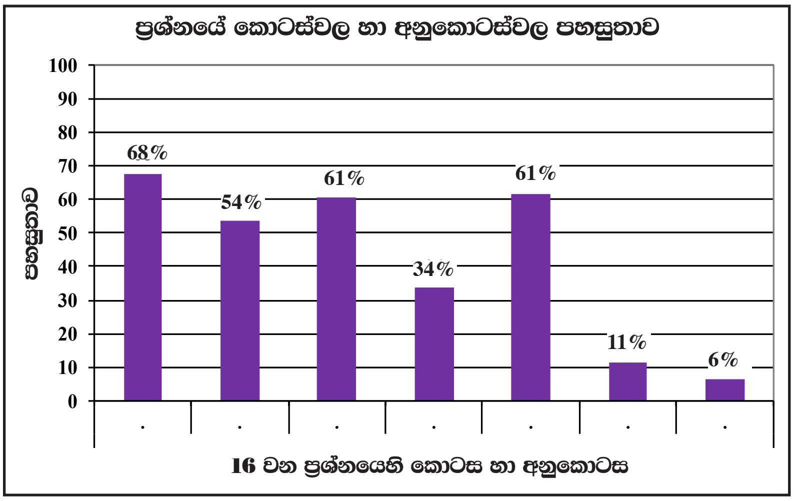
---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 37% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 39% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 41%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 23%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 12%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 68%කි. අඩුම පහසුතාව හත්වන අනුකොටසට වන අතර එය 6%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙම ගැටලුව සරල රේඛාව සහ වෘත්තය යන මාතෘකා යටතේ සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. මෙහි $m \in \mathbb{R}$ බව දී ඇති නමුත් අපේක්ෂකයන් සලකා ඇත්තේ $m > 0$ අවස්ථාව පමණි. ලම්බ රේඛාවක පරාමිතිය සෙවීමේදී පිළිතුර සාර්ථක නමුත් $m = 0$, අවස්ථාව සලකා නොතිබිණි. xy තලය මත වෘත්තයේ දළ සටහන ඇඳීම එතරම් සාර්ථක වී නොතිබුණි. දළ සටහන ඇඳි සමහර අපේක්ෂකයන් ද S වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා මූල ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශ රේඛාව ඇඳ නොතිබිණි.

එම ගැටලුවේ අවසන් කොටස් දෙකට පිළිතුරු සැපයීම ඉතාම අසාර්ථක මට්ටමක පැවතුණි. මෙයට හේතුව ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ අවබෝධය මදකම බව පැහැදිලි වේ. සරල රේඛාව හා වෘත්තය ඇතුළත් මූලික සිද්ධාන්ත පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය වන සේ ව්‍යුහගත අභ්‍යාසවල සිසුන්ව නිරත කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) (i) $0° < \theta < 90°$ සඳහා $\dfrac{2\cos(60° - \theta) - \cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCD$ චතුරස්‍රයෙහි $AB = AD$, $A\hat{B}C = 80°$, $C\hat{A}D = 20°$ හා $B\hat{A}C = 60°$වේ. $A\hat{C}D = \alpha$ යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\dfrac{AC}{AB} = 2\cos 40°$ බව පෙන්වන්න.

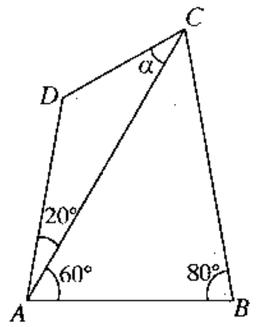
මීළඟට ADC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$\dfrac{AC}{AD} = \dfrac{\sin(20° + \alpha)}{\sin\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin(20° + \alpha) = 2\cos 40° \sin\alpha$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\cot\alpha = \dfrac{2\cos 40° - \cos 20°}{\sin 20°}$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ඉහත (i) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = 30°$ බව පෙන්වන්න.



(*b*) $\cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$ සමීකරණය විසඳන්න.

(a) (i) $\dfrac{2\left\{\dfrac{1}{2}\cos\theta + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right\} - \cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$. (5) (5) (5)

15

(ii) සයින් නීතිය භාවිතයෙන් : $\dfrac{AC}{\sin 80°} = \dfrac{AB}{\sin 40°}$. (10)

$\Rightarrow \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2\sin 40° \cos 40°}{\sin 40°} = 2\cos 40°$ (5) (5) (5)

නැවතත් සයින් නීතිය භාවිතයෙන් : $\dfrac{AC}{\sin(\alpha + 20°)} = \dfrac{AD}{\sin\alpha}$. (10)

$\Rightarrow \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{\sin(20° + \alpha)}{\sin\alpha}$ (5)

එනයින්, $AB = AD \Rightarrow \dfrac{\sin(20^\circ + \alpha)}{\sin\alpha} = 2\cos 40^\circ.$ (5)

(5)

$\therefore \quad \sin(20^\circ + \alpha) = 2\sin\alpha\cos 40^\circ$

$\Rightarrow \quad \sin 20^\circ \cos\alpha + \cos 20^\circ \sin\alpha = 2\sin\alpha\cos 40^\circ$ (5)

$\Rightarrow \quad \cot\alpha = \dfrac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ (5)

60

---

(10)

$\theta = 20^\circ \Rightarrow$ සමගින් (i) $\Rightarrow \quad \dfrac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \sqrt{3}$ (5)

$\therefore \cot\alpha = \sqrt{3}$ (5)

(5)

$\Rightarrow \alpha = 30^\circ.$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$ නිසා)

25

(b) $\cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin 4x - \sin 2x = \cos 2x - \cos 4x$ (5)

$\Leftrightarrow 2\cos 3x \sin x = 2\sin 3x \sin x$

(5) (5)

$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos 3x - \sin 3x) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \sin x = 0$ හෝ $\cos 3x = \sin 3x$ (5)

(5) (5) (5)

$\Leftrightarrow \sin x = 0$ හෝ $\tan 3x = 1$ $(\because \cos 3x \neq 0)$

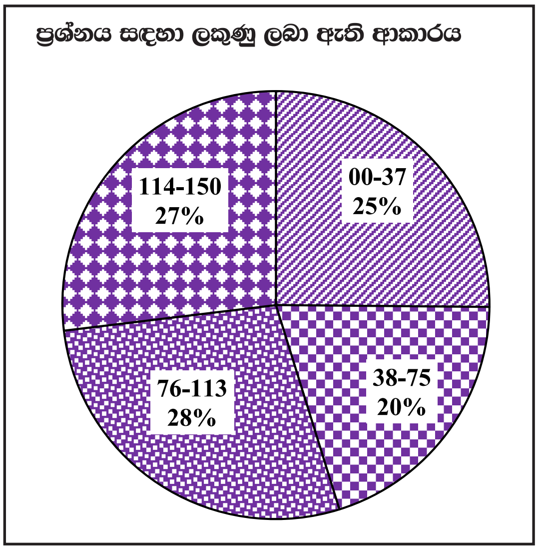
$n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\Leftrightarrow x = n\pi$ හෝ $m \in \mathbb{Z}$ සඳහා $3x = m\pi + \dfrac{\pi}{4}$ (5)

$n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\Leftrightarrow x = n\pi$ හෝ $m \in \mathbb{Z}$ සඳහා $x = \dfrac{m\pi}{3} + \dfrac{\pi}{12}$ (5)

50

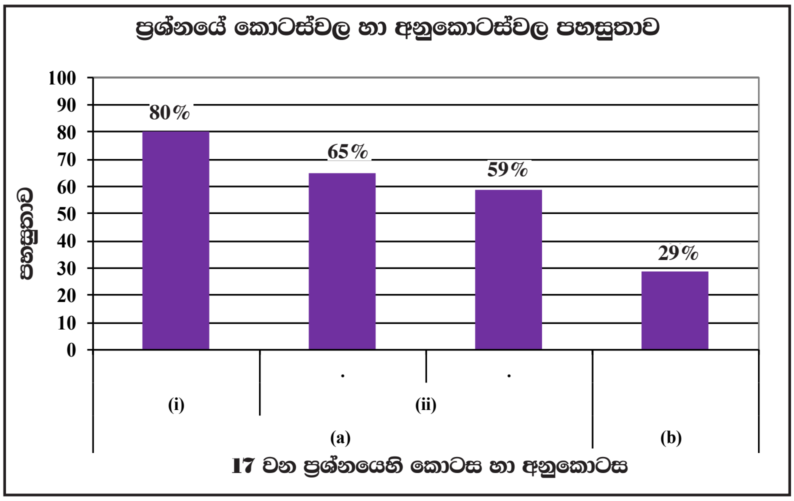
---

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 65% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 52% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 80%කි. අඩුම පහසුතාව (b) කොටසට වන අතර එය 29%කි.

[7 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 4 අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර ත්‍රිකෝණමිතිය මාතෘකාව යටතේ සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. (a) හි (i) අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. එහි පහසුතාව 80%කි. (a) හි (ii) අනුකොටසට සයින් නීතිය නිවැරදිව යෙදුවත් දී ඇති සම්බන්ධය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. එනයින් භාවිතය ද අසාර්ථක මට්ටමක තිබුණි. (b) කොටසට පිළිතුරු සැපයීම අසාර්ථක මට්ටමක පැවතුණි. පහසුතාව 29%කි. ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත දෙකක එකතුවක් හා අන්තරයක් ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමට නොහැකි වීමෙන් සමීකරණය විසඳීමට අපහසු වී තිබුණි. ත්‍රිකෝණමිතික සූත්‍ර භාවිතයේ සරල සමීකරණ ඇතුළත් ගැටලු වැඩිපුර විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

2.2 II පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II පත්‍රයේ ව්‍යූහය

කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට ම** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.

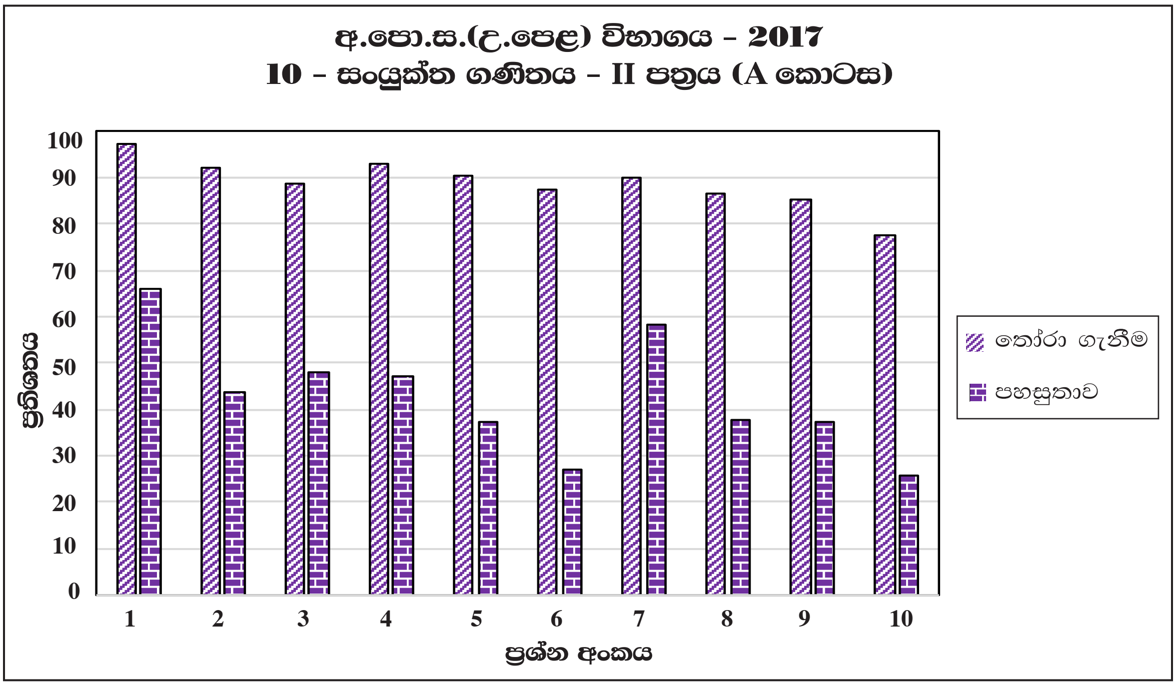
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.

II පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු $= (250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට, ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.2.2. II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයට ම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වේ. මෙම කොටසේ එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතයත් එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 13 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් II පත්‍රයට පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%ක් හෝ 90%ට වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1, 2, 4, 5 හා 7 යන ප්‍රශ්නවලට ය. අපේක්ෂකයන්ගෙන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 97%කි. 10 වන ප්‍රශ්නයට 78%ක අඩුම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත.

මෙම ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතා සලකා බැලීමේ දී පෙනී යන්නේ පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත්තේ 1 හා 7 යන ප්‍රශ්න පමණක් බවය. 6 හා 10 යන ප්‍රශ්න දෙකෙහිම පහසුතා 30% ට වඩා අඩු වේ. ඒවා පිළිවෙළින් 27%ක් හා 26%ක් වේ.

පහසුතාව වැඩි ම ප්‍රශ්නය, 1 වන අතර එහි පහසුතාව 66% ක් වේ. වැඩියෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නය වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අංක 10 ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 26%ක් වේ. එම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 78%ක් වේ.

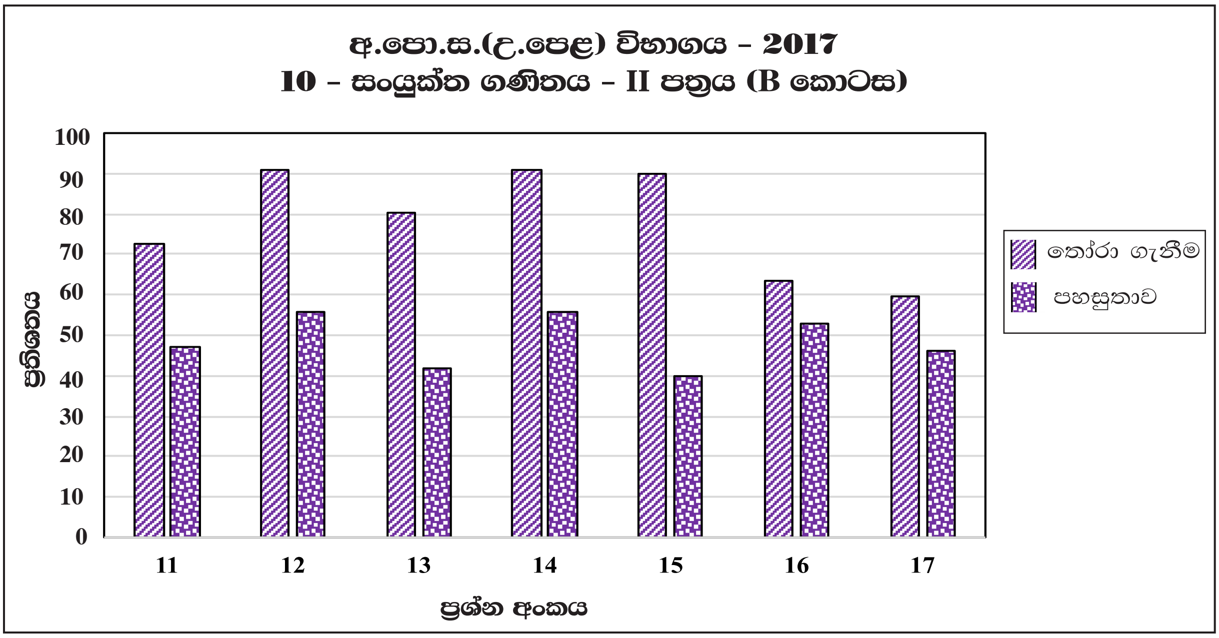
මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකි වේ.

ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	15	19	15	17	26	30	15	38	17	29
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	50	23	18	22	15	9	38	24	4	10
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය		3	8	11	7	9	13	10	14	15	22
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		66	44	48	47	37	27	58	38	37	26

වගුව 6 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන් කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයකට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණය හිමිකර ගත් අපේක්ෂකයන් වැඩි ම ප්‍රතිශතය එනම් 50%ක් ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයටයි. අඩුම ප්‍රතිශතය ඇත්තේ 9 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 4%කි. 1 සහ 7 යන ප්‍රශ්න දෙක සඳහා එම ප්‍රතිශතය 30% ඉක්මවයි. ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන්නේ 8 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 38%කි. කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය අඩුම වන්නේ 1, 3 සහ 7 වන ප්‍රශ්නවලට වන අතර එය 15%කි. 10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන අතර එය 22%කි. ලකුණු 25 ලැබූ ප්‍රතිශතය අඩුම වන්නේ 9 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 4%කි. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව වැඩිම වන්නේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 66%කි. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව අඩුම වන්නේ 10 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 26%කි.

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසේ ද දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් තම අභිමතය පරිදි තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 14 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම් අපේක්ෂකයන්ගෙන් 91% ක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 12 සහ 14 වන ප්‍රශ්න වන අතර, එම ප්‍රශ්න දෙකෙහිම පහසුතාවය 56% බැගින් වේ. අඩුවෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය ප්‍රතිශතයක් ලෙස 59%ක් ද එහි පහසුතාව 46% ක් ද වේ.

A කොටසෙහි පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය 10 වන ප්‍රශ්නය ද, B කොටසෙහි පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය 15 වන ප්‍රශ්නය ද සකසා ඇත්තේ "සංඛ්‍යානය" විෂය කොටස පදනම් කර ගනිමිනි. මෙයින් පැහැදිලි වන්නේ අපේක්ෂකයන් තුළ සංඛ්‍යානය පිළිබඳ දැනුම ඉතා අඩු මට්ටමක පවතින බවයි.

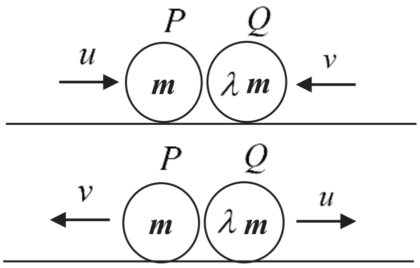
A කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 43% ක් වන අතර B කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 49% කි. මෙය ආසන්න වශයෙන් සමාන අගයක පැවතිය ද 50% ට වඩා අඩුවේ. එදිනෙදා ජීවිතයේ ප්‍රායෝගික සිද්ධීන් හා සම්බන්ධ කර ගැටලු සාකච්ඡා කිරීමෙන් හා නිරන්තරව අභ්‍යාස කරවීමෙන් පහසුතාව වැඩිකර ගැනීමට හැකිවේ.

2.2.3. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට, සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත වූ එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු, P අංශුව v වේගයෙන් හා Q අංශුව u වේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. $\lambda = 1$ බව පෙන්වා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.



පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta(M\underline{v})$ ⟶ යෙදීමෙන්

$$0 = (\lambda mu - mv) - (mu - \lambda mv) \quad \textcircled{5}$$

$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)u + (\lambda - 1)v$$

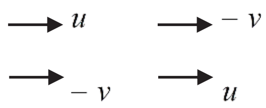
$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)(u + v)$$

$$\Rightarrow \lambda = 1. \quad \textcircled{5}$$

e යෙදීමෙන් P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යැයි ගනිමු. නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදීමෙන් :

$$(u + v) = e(u + v) \quad \textcircled{10}$$

$$\therefore \quad e = 1. \quad \textcircled{5}$$



25

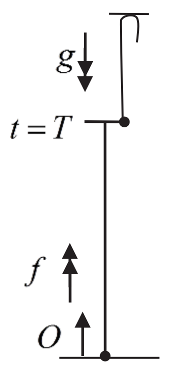
---

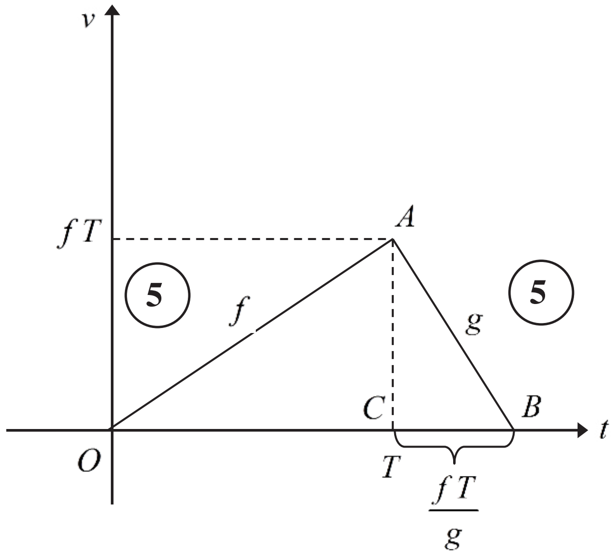
1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 97%ක් වන අතර මෙහි පහසුතාව 66%කි. අංශු දෙකක චලිතය සඳහා ආවේගය = ගම්‍යතා පරිවර්තනය හෝ රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය සහ නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය නිවැරදිව යෙදීම මෙයින් අපේක්ෂා කෙරේ. ඉහත සමීකරණ ලිවීමේදී දිශාව නිවැරදිව නොසැලකීම නිසා සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය හා නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය භාවිතයෙන් සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ව හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. **කුඩා ඒකාකාර බෝලයක් රැගත් බැලූනයක් කාලය $t=0$ දී පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර ඒකාකාර f ත්වරණයකින් සිරස් ව ඉහළට චලනය වේ; මෙහි $f<g$ වේ. කාලය $t=T$ හි දී බෝලය, බැලූනයෙන් සීරුවෙන් ඉවත් වී ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. $t=0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. T, f හා g ඇසුරෙන්, බෝලය ළඟා වූ උපරිම උස සොයන්න.**





$$f=\frac{AC}{T} \quad \text{සහ} \quad g=\frac{AC}{BC} \Rightarrow BC=\frac{f}{g}T. \quad (5)$$

$$\text{උපරිම උස} = OAB \text{ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය} = \frac{1}{2}\left(T+\frac{fT}{g}\right)\times fT. \quad (5) \quad (5)$$

$$=\frac{fT^2}{2g}\left(f+g\right)$$

25

---

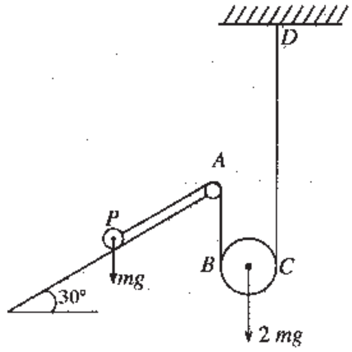
2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

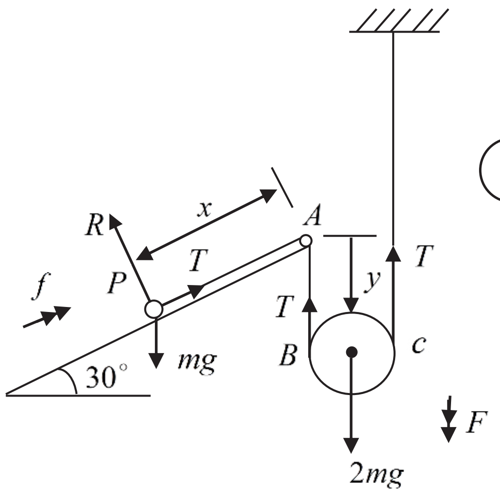
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 92%ක් පමණි. අංශුවක චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම සහ එහි භාවිතය මින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 44%ක් පමණි.

ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී බෝලයේ චලිත දිශා නොසලකා තිබීමෙන් සාර්ථක පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. ඒ සඳහා සිසුන්ව සරල අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. රූපයේ $PABCD$ යනු තිරසට 30° කින් ආනත අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඈඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකි, තන්තුව, A හි වූ අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් ද ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට කප්පියක් යටින් ද යයි. D ලක්ෂ්‍යය අචල වේ. PA, උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ වන අතර AB හා CD සිරස් වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සචල කප්පියේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.





(5)

$x+2y=$ නියතයක් $\Rightarrow \ddot{x}+2\ddot{y}=0 \Rightarrow 2\ddot{y}=-\ddot{x}.$ (5)

රූපයේ පරිදි f හා F සමගින් $f=2F$ වේ. (5)

$\underline{F}=m\underline{a}$ ↗ for P: $T-mg\sin 30^\circ = mf$ (5)

$\underline{F}=m\underline{a}$ ↓ for $2mg$: $2mg-2T=2mF$ (5)

25

---

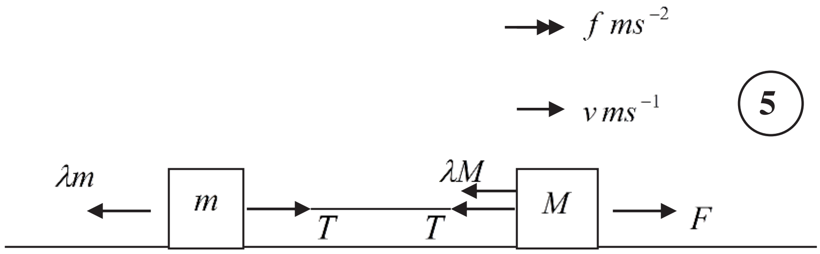
3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 89%ක් පමණි. නිව්ටන්ගේ නියම (**F = ma**) යෙදීම මින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 48%ක් පමණ වේ.

අංශුවේ සහ කප්පියේ ත්වරණ අතර සම්බන්ධතාවය නිවැරදිව ලබා නොගැනීම නිසා සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට අපහසු වී තිබුණි. ඉහත ආකාරයේ සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. ස්කන්ධය M kg වූ ට්‍රක් රථයක් ස්කන්ධය m kg වූ කාරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන λM හා නිව්ටන λm වේ; මෙහි $\lambda\,(>0)$ නියතයකි. එක්තරා මොහොතක දී ට්‍රක් රථයේ එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය P kW වන අතර ට්‍රක් රථයෙහි හා කාරයෙහි වේගය v m s^{-1} වේ. එම මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\dfrac{1000mP}{(M+m)v}$ බව පෙන්වන්න.



ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000P}{v}\, N$ ------------ (1) **(5)**

$\underline{F} = m\underline{a} \;\rightarrow\;$ for M : $F - \lambda M - T = M f$ ----------- (2) **(5)**

$\underline{F} = m\underline{a} \;\rightarrow\;$ for m : $T - \lambda m = m f$ ----------- (3) **(5)**

දැන් (1), (2) හා (3) $\Rightarrow \dfrac{1000P}{v} - \lambda M - T = M f$

$$\Rightarrow \frac{1000P}{v} - \lambda M - T = \frac{M}{m}(T - \lambda m)$$

$$\Rightarrow T = \frac{1000mP}{(M+m)v}\, N.$$ **(5)**

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 93%ක් පමණි. නිව්ටන් නියම **F = ma** හා ක්ෂමතාව සඳහා P = FV යන සමීකරණවල යෙදීම් පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 47%කි.

නිවැරදි බල ලකුණු කිරීම හා ඒවා සාර්ථකව සමීකරණවල යොදා නොගැනීම නිසා දී ඇති පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත. මෙවැනි සරල ගැටලු විසඳීමේදී නිවැරදි බල ලකුණු කිරීමට සහ සමීකරණවල යෙදීම් පිළිබඳ විශේෂ අවධානය යොමු කරමින් ගැටලු විසඳීමට යොමු කළ යුතුය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $-\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ හා $2\alpha\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha(>0)$ නියතයකි. අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන්, $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.
C යනු $OACB$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය y-අක්ෂය දිගේ පිහිටයි නම්, α හි අගය සොයන්න.

තිත් ගුණිතය : $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = (-\underline{i}+2\underline{j})\cdot(2\alpha\underline{i}+\alpha\underline{j})$

$= -2\alpha + 2\alpha = 0$ (5)

$\therefore A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$. (5)

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

$= (-1+2\alpha)\underline{i} + (2+\alpha)\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{OC}$ $y-$ අක්ෂය මත පිහිටයි. $\Rightarrow (1-2\alpha) = 0$ (5)

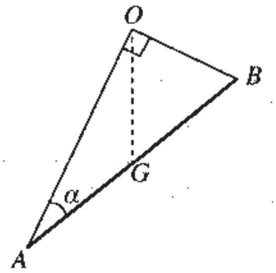
$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$. (5) **25**

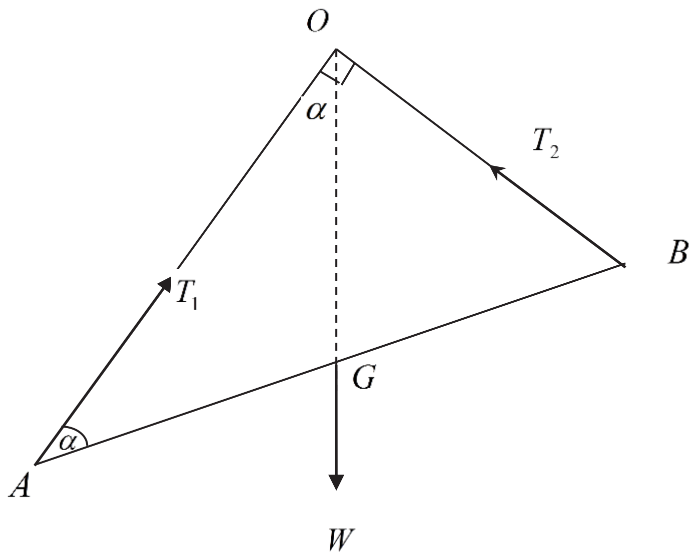
5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 91%ක් පමණි. දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 37%ක් පමණි. $\mathbf{i}$ සහ $\mathbf{j}$ ඒකක දෛශික ඇසුරෙන් දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය ප්‍රකාශ කිරීම නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් බොහෝ අපේක්ෂකයින් අවසන් ප්‍රතිඵලයට ළඟා වී නොතිබුණි. අදිශ ගුණිතය පිළිබඳ විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. OA හා OB සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලන ලද දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. G යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ හා $O\hat{A}B = \alpha$ බව දී ඇත. $A\hat{O}G = \alpha$ බව පෙන්වා, තන්තු දෙකෙහි ආතති සොයන්න.





(5)

$A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$, බැවින් A, O සහ B හරහා යන විෂ්කම්භය AB වන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය G වේ.

$\therefore AG = OG.$

$\Rightarrow A\hat{O}G = O\hat{A}G = \alpha$. (5)

$\overrightarrow{AO}$ හා $\overrightarrow{BO}$ දිගේ විභේදනයෙන් (5)

$T_1 = W\cos\alpha.$ (5)

$T_2 = W\sin\alpha.$ (5)

25

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 87%ක් පමණි. ඒක තල බල තුනක ක්‍රියාව යටතේ දෘඪ වස්තුවක සමතුලිතතාව පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 27%කි.

ජ්‍යාමිතික ලක්ෂණ නිවැරදිව හඳුනා නොගැනීම නිසා නිවැරදි පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. ජ්‍යාමිතික ලක්ෂණ පිළිබඳ වැඩි අවධානය යොමු කරමින් ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතාව පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමට හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැක.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(A' \cup B') = \frac{5}{6}$ හා $P(B \mid A) = \frac{1}{4}$ බව දී ඇත. $P(A)$ හා $P(B)$ සොයන්න.

$A' \cup B' = (A \cap B)'$, නිසා $P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$ වේ.

$$\therefore P(A \cap B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}. \quad \textcircled{5}$$

දැන් $P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ (5) $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \times 4 = \frac{2}{3}$. (5)

තවද, (5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(B) - \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}. \quad \textcircled{5}$$

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 90%ක් වන අතර එහි පහසුතාව 58%කි. මෙය සරල සිද්ධිවල සම්භාවිතාව පිළිබඳ ප්‍රමේයයන් සහ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව පිළිබඳ යෙදීම් අපේක්ෂා කරන ගැටලුවකි. මෙහි $P(A \cup B)$ සඳහා වූ සම්බන්ධය සහ $P(A \setminus B)$ හි අර්ථ දැක්වීම පිළිබඳ දැනුම මදකම නිසා ගැටලුවට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට අපොහොසත් වී තිබුණි.

සම්භාවිතාව පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේයයන් නිවැරදිව යොදා ගැනීමෙන් හා සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

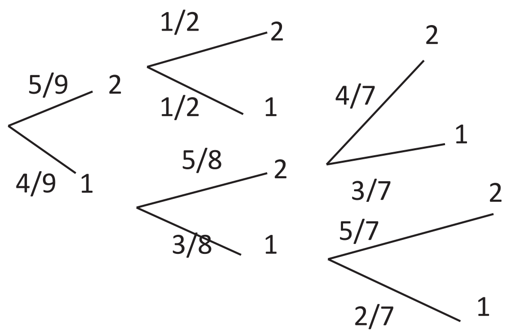
8 වන ප්‍රශ්නය

8. මල්ලක, කාඩ් නවයක් අඩංගු වේ. ඒවායින් හතරක 1 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇති අතර ඉතිරි ඒවායේ 2 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇත. ප්‍රතිස්ථාපන රහිත ව වරකට එක බැගින් සසම්භාවීව මල්ලෙන් කාඩ් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් දෙකෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව හතර වීමේ,

(ii) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් තුනෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව තුන වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.



(i) පිළිතුර $= \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$. (5)

(5)

(ii) පිළිතුර $= \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{21}$. (5)

(10)

25

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 86%ක් පමණි. මෙම ගැටලුව ද සම්භාවිතාවය පිළිබඳ සරල ගැටලුවක් වන අතර එහි පහසුතාව 38%ක් පමණි.

මෙහිදී සම්භාවිතාවේ ගුණන නීතිය නිවරුදිව යෙදීම පිළිබඳව අපේක්ෂා කෙරේ. සිද්ධි පිළිබඳව නිවැරදි අවබෝධයක් නොමැති වීම සාර්ථක පිළිතුරු කරා ළඟා නොවීමට හේතු වී තිබුණි. සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. නිරීක්ෂණ හයක අගයන් a, a, b, b, x හා y වේ; මෙහි a, b, x හා y යනු ප්‍රභින්න ධන නිඛිල වන අතර $a<b$ වේ. මෙම නිරීක්ෂණ හයෙහි මාතයන් මොනවා ද?

මෙම මාතයන්හි ඓක්‍යය හා ගුණිතය පිළිවෙළින් x හා y බව දී ඇත. නිරීක්ෂණ හයෙහි මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ වේ නම්, a හා b සොයන්න.

මාතයන් a හා b වේ. (5)

$a+b=x$ බව සහ $ab=y$ බව දී ඇත.

මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ නිසා, $\frac{2a+2b+x+y}{6}=\frac{7}{2}$ වේ. (5)

$\therefore 3a+3b+ab=21$ ---------------- (1) (5)

(1) $\Rightarrow ab$ යන්න 3 න් බෙදෙන අතර $ab \geq 3$.

තවද (1) $\Rightarrow a+b \leq 6$. (5)

$1 \leq a < b$ නිසා

$a=2 \quad b=3$ වේ. (5)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 85%ක් පමණි. සංඛ්‍යානයේ එන කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් පිළිබඳ දැනුම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 37%ක් පමණි. දී ඇති අගයයන් අතර සම්බන්ධතාවය ලබා ගැනීමට හැකි වුවත්, දී ඇති අවශ්‍යතාවය සපුරාලන සේ a, b හි අගයන් සෙවීමට නොහැකි වී තිබුණි. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් සම්බන්ධ විවිධ ආකාරයේ සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$ **යන සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් 10 හා 9 වේ.** x_{10} **සංඛ්‍යාව ඉවත් කිරීමෙන් පසු ඉතිරි වන සංඛ්‍යා නවයෙහි ද මධ්‍යන්‍යය 10 බව දී ඇත. මෙම සංඛ්‍යා නවයෙහි විචලතාව සොයන්න.**

මධ්‍යන්‍යය $=10 \Rightarrow \dfrac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 10.$ **(5)**

විචලතාව $=9 \Rightarrow \dfrac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 10^2 = 9 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1090.$ **(5)**

පළමු සංඛ්‍යා 9 හි මධ්‍යන්‍යය $=10 \Rightarrow x_{10} = 10.$ **(5)**

$\therefore \sum_{i=1}^{9} x_i^2 = 990.$ **(5)**

$\therefore$ පළමු සංඛ්‍යා 9හි විචලතාව $= \dfrac{990}{9} - 10^2 = 10.$ **(5)**

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

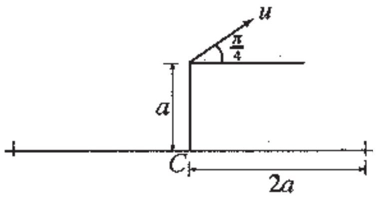
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 78%ක් පමණි. අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිබඳ දැනුම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 26%ක් පමණි.

විචලතාවය පිළිබඳ සමීකරණය නිවැරදිව යොදා ගැනීම දුර්වල මට්ටමක පැවතීම නිසා සාර්ථකව පිළිතුරු කරා ළඟා වීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය ඇතුළත් වන පරිදි විවිධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට හුරු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) උස a වූ සිරස් කුළුණක පාදය, තිරස් පොළොව මත වූ අරය $2a$ වන වෘත්තාකාර පොකුණක C කේන්ද්‍රයෙහි ඇත. කුළුණ මුදුනේ සිට තිරසෙන් ඉහළට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් u වේගයක් සහිත ව කුඩා ගලක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. (රූපය බලන්න.) ගල, ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී C සිට R දුරකින් C හරහා වූ තිරස් තලයෙහි වදියි. $gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ සමීකරණය මගින් R දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

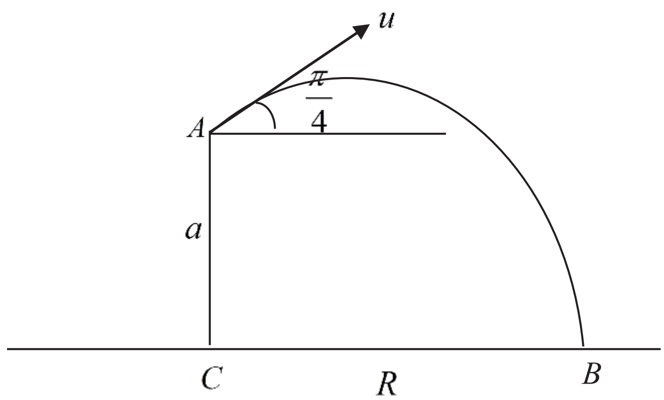


u, a හා g ඇසුරෙන් R සොයා, $u^2 > \frac{4}{3}ga$ නම්, ගල පොකුණ තුළට නොවැටෙන බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරයි. B බෝට්ටුවක සිට බටහිරින් දකුණට θ කෝණයකින් l km දුරක නැව තිබෙන මොහොතේ දී බෝට්ටුව, නැව හමුවන අපේක්ෂාවෙන්, පොළොවට සාපේක්ෂව v km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක ගමන් කරයි; මෙහි $u\sin\theta < v < u$ වේ. නැව හා බෝට්ටුව ඒවායේ වේග හා පෙත් නොවෙනස්ව පවත්වා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි පෙත් දෙක නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි චලිත දිශා දෙක අතර කෝණය $\pi - 2\alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\theta}{v}\right)$ වේ.

මෙම පෙත් දෙක දිගේ නැව හමුවීම සඳහා බෝට්ටුව ගනු ලබන කාල, පැය t_1 හා පැය t_2 යැයි ගනිමු. $t_1 + t_2 = \frac{2lu\cos\theta}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.



$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$\rightarrow$ A සිට B දක්වා : $R = u\cos\frac{\pi}{4}\cdot t = \frac{ut}{\sqrt{2}}$ --------------- (1) **(5)**

$\uparrow$ A සිට B දක්වා : $-a = u\sin\frac{\pi}{4}t - \frac{1}{2}gt^2$ ----------------(2) **(10)**

(1) හා (2) $\Rightarrow$ $-a = R - \frac{1}{2}g\frac{2R^2}{u^2}$ **(5)**

$\Rightarrow gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ **(5)**

25

$$\therefore R = \frac{u^2 \pm \sqrt{u^4 + 4u^2ag}}{2g}.$$ (5)

$$R = \frac{u^2 + \sqrt{u^4 + 4agu^2}}{2g}$$ (5) $(\because R > 0)$ (5)

15

$u^2 > \frac{4}{3}ga.$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $R > \dfrac{\frac{4}{3}ga + \sqrt{\frac{16}{9}g^2a^2 + \frac{16}{3}g^2a^2}}{2g} = \dfrac{\frac{4}{3}ga + \frac{8}{3}ga}{2g} = 2a.$ (5) (5)

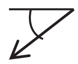
$\Rightarrow R > 2a$.

ගල පොකුණට නොවැටේ.

10

(b) $\underline{V}(S, E) = \rightarrow u$ (5)

$\underline{V}(B, E) = v$ (5)

$\underline{V}(B, S) =$  (5)

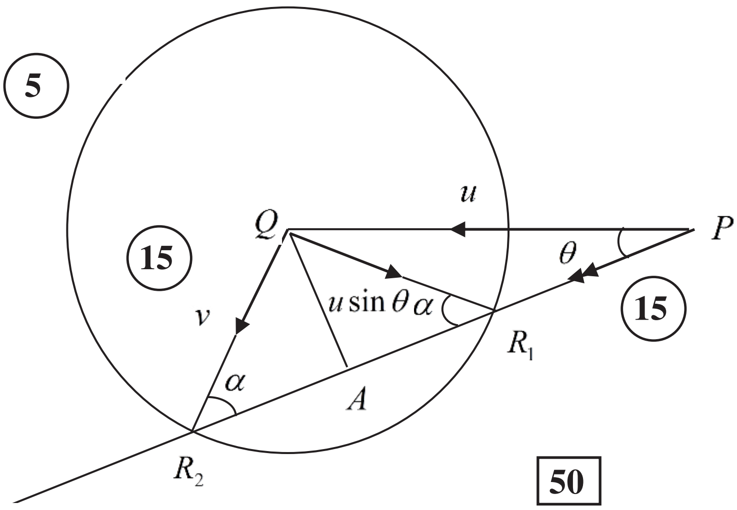
$\underline{V}(B, S) = \underline{V}(B, E) + \underline{V}(E, S)$

$= \underline{V}(E, S) + \underline{V}(B, E)$ (5)

$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$

$= \overrightarrow{PR}$.

$u\sin\theta < v < u$



50

අවශ්‍ය කෝණය $= R_1\hat{Q}R_2$ (5)

$= \pi - 2\alpha$, මෙහි $Q\hat{R}_2R_1 = \alpha$. (5)

$$\sin\alpha = \frac{QA}{QR_2} = \frac{u\sin\theta}{v}$$ (5)

$$\therefore \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\theta}{v}\right).$$

15

$$t_1 + t_2 = \frac{l}{PR_1} + \frac{l}{PR_2} = \frac{l(PR_1 + PR_2)}{PR_1 \cdot PR_2}.$$

(5)

$$PR_1 = PA - AR_1$$

$$= u\cos\theta - \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\theta}$$ (10)

$$PR_2 = PA + AR_2$$

$$= u\cos\theta + \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\theta}$$ (10)

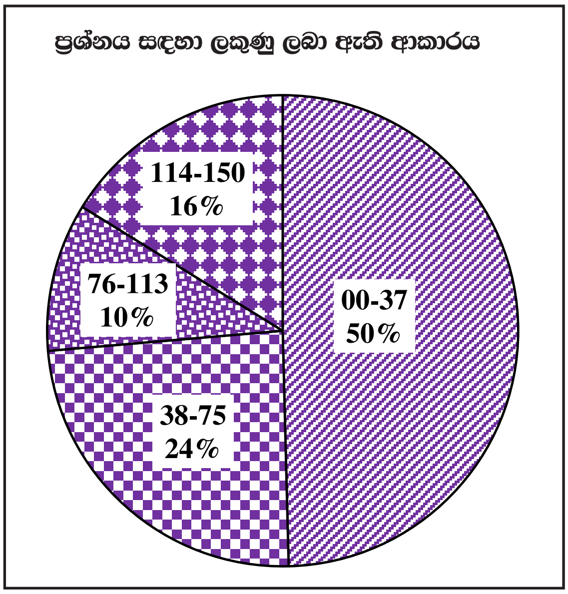
$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{l\ 2u\cos\theta}{u^2\cos^2\theta - (v^2 - u^2\sin^2\theta)}$$ (5)

$$= \frac{2lu\cos\theta}{u^2 - v^2}\ (\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1)$$ (5)

35

---

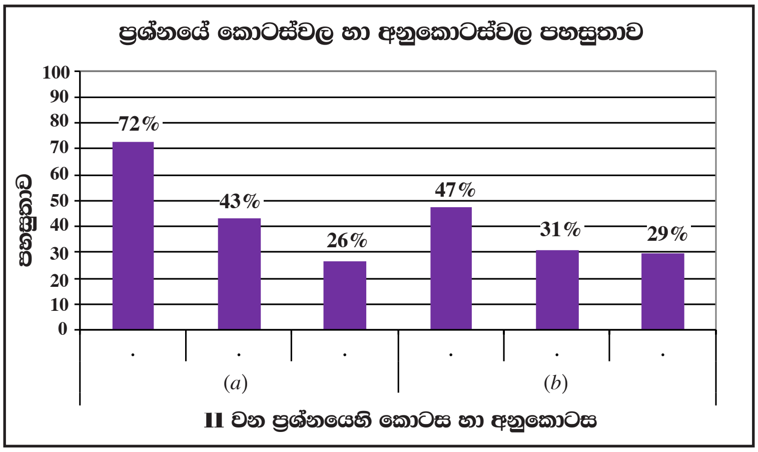
11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 72% කි. මෙහි පහසුතාව 41% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 50% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 10% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 16% ක් පමණ ද,

යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 72% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 26%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

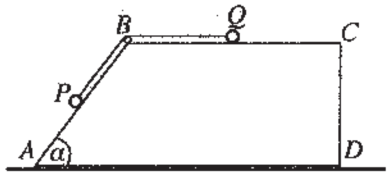
ප්‍රක්ෂිප්ත ඇසුරෙන් (*a*) කොටස ද, සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ඇසුරෙන් (*b*) කොටස ද ලෙස (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් ප්‍රශ්නය සමන්විත වේ. (*a*) අනුකොටස්වල පහසුතාව 72% සිට 26% දක්වා පරාසයකට විහිදේ. පළවන අනුකොටසට පිළිතුරු සැපයීම සාර්ථක වුවද $R > 0$ බව නොසැලකීම නිසා දෙවන අනුකොටසේ ලකුණු ලබා ගැනීම අඩු වී තිබුණි. දෙවන අනුකොටසෙහි සාධනය කළ යුත්තේ $u^2 > \frac{4}{3}ga$ මගින් $R > 2a$ බව වුවත් අපේක්ෂකයන් විශාල ප්‍රමාණයක් $R > 2a$ ලෙස ගෙන $u^2 > \frac{4}{3}ga$ බව පෙන්වීමට උත්සාහ කිරීම නිසා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි.

(*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 39% ක් වන අතර අනුකොටස් තුනකින් යුක්ත වේ. (*b*) හි අනුකොටස්වල පහසුතාව 47% සිට 29% දක්වා පරාසයකට විහිදේ. (*b*) පළවන අනුකොටසේ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූපයක ඇඳීම කළ යුතු වුවත් බොහෝ අපේක්ෂකයින් එලෙස කර නොතිබීම සහ ඇඳි ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දිශා ඊතිස් මගින් ලකුණු කර නොතිබීම නිසා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. දෙවන අනුකොටසෙහි ඉහත හේතුව නිසාම, කෝණය ලබා ගැනීමට අපහසු වීම ලකුණු අඩුවීමට බලපෑ හේතුවකි. තුන්වන අනුකොටසට ද පළවන අනුකොටසෙහි ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳීමේදී බලපෑ හේතු මෙන්ම සුළු කිරීමේ දෝෂ ද ලකුණු අඩුවීමට හේතු වී තිබුණි.

සරල ගැටලුවලින් පටන්ගෙන සංකීර්ණ ගැටලු ව්‍යුහගත කර සිසුන්ට අභ්‍යාස කරවීමෙන් මෙම දෝෂ මඟ හරවා ගත හැකිය.

12 වන ප්‍රශ්නය

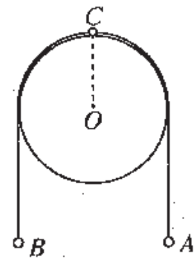
12. (*a*) රූපයෙහි දැක්වෙන $ABCD$ ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. තව ද $AB = 2a$ ද $B\hat{A}D = \alpha$ ද වේ; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ හා $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ වේ. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. දිග $l\,(> 2a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් B හි පිහිටි කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට එම m ස්කන්ධය ම සහිත වෙනත් Q අංශුවක් ද ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද Q අංශුව BC මත ද තබා තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



ගෙබිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණය $\frac{4}{17}g$ බව පෙන්වා, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි ත්වරණය සොයන්න.

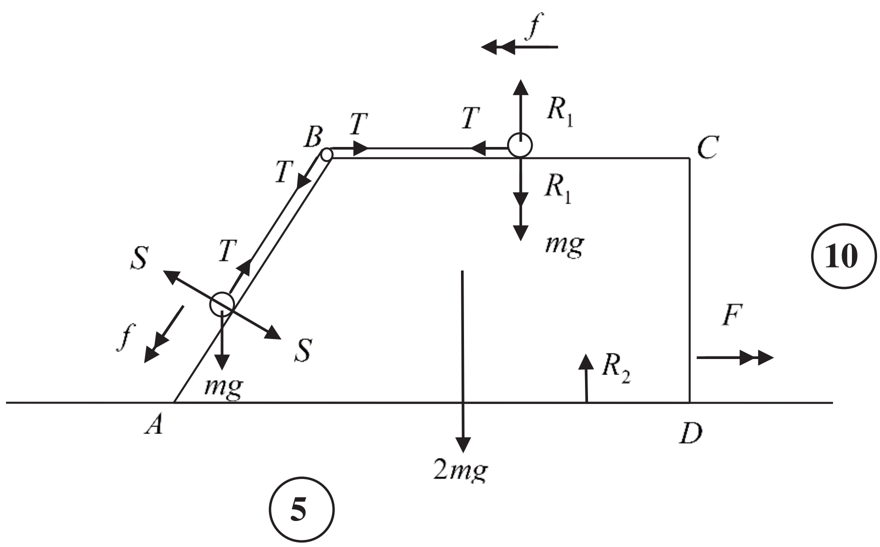
තව ද P අංශුව A කරා ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{17a}{5g}}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් දිග $l(> 2\pi a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳනු ලැබේ. ස්කන්ධය $2m$ වූ C අංශුවක් තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඈඳනු ලැබේ. කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අචල සුමට ගෝලයක උච්චතම ලක්ෂ්‍යයෙහි C අංශුව ඇතිව ද A හා B අංශු O තුළින් වූ සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් ද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව ගෝලය මතින් තබා ඇත. සරල රේඛීය පෙතක A අංශුව පහළට චලනය වන පරිදි C අංශුවට ගෝලය මත එම සිරස් තලයේ ම කුඩා විස්ථාපනයක් දෙනු ලැබේ. C අංශුව ගෝලය සමග ස්පර්ශව ඇතිනාක් $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{a}(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි θ යනු OC හැරී තිබෙන කෝණය වේ.



$\theta = \frac{\pi}{3}$ වන විට C අංශුව, ගෝලය අතහැර යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(*a*)



$\underline{a}\,(P, \text{Block}) = f \swarrow$ යැයි ගනිමු. එවිට $\underline{a}\,(Q, \text{Block}) = f \twoheadleftarrow$

තවද $\underline{f}(\text{Block}, E) = F \twoheadrightarrow$

$\underline{F} = m\underline{a}$: යෙදීමෙන්

පද්ධතියට $\rightarrow$ $0 = 2mF + m(F - f) + m(F - f\cos\alpha)$ (10)

$$\Rightarrow 0 = 4F - f - f \times \frac{3}{5}$$

$\therefore f = \dfrac{5F}{2}$ ------------(1) (5)

P අංශුවට ↙ $mg\sin\alpha - T = m(f - F\cos\alpha)$ ------------ (2) (10)

Q අංශුවට $\leftarrow$ $T = m(f - F)$ -------------(3) (10)

(2) + (3) $\Rightarrow$ $mg \times \dfrac{4}{5} = m(f - F) + m\left(f - F \times \dfrac{3}{5}\right)$ (5)

$$\Rightarrow \quad 4g = 5f - 5F + 5f - 3F$$

$\Rightarrow \quad 4g = 10f - 8F$ (5)

දැන් (1) $\Rightarrow$ $4g = 25F - 8F$

$\Rightarrow \quad F = \dfrac{4}{17}g$. (5)

(1) $\Rightarrow$ $f = \dfrac{10g}{17}$. (5)

70

$s = ut + \dfrac{1}{2}at^2$: ↙ යෙදීමෙන්

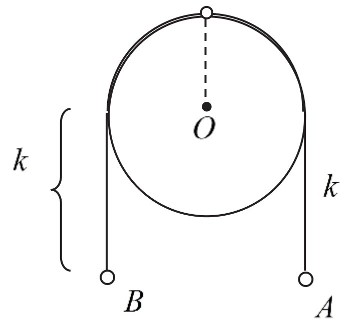
(P, B) හි චලිතය සඳහා : $a = 0 + \dfrac{1}{2}f\,t^2$ (5)

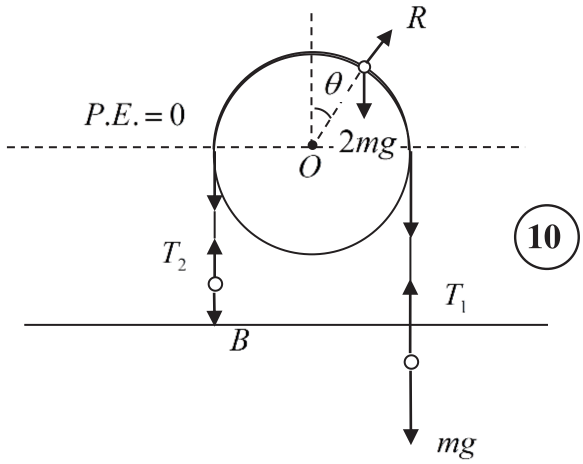
(5)

$\therefore \; t = \sqrt{\dfrac{2a}{\frac{10g}{17}}} = \sqrt{\dfrac{17a}{5g}}$.

10

(b)





ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්

$$\frac{1}{2}\times 2m\times(a\dot{\theta})^2+2\times\frac{1}{2}\times m\times(a\dot{\theta})^2+2mga\cos\theta-mg(k-a\theta)-mg(k+a\theta)=2mgk+2mga$$

(25) PE 10, KE 10, Equation 5

$\Rightarrow 2a\dot{\theta}^2=-2g\cos\theta+2g$ (10)

$\therefore \theta^2=\frac{g}{a}(1-\cos\theta).$

45

$\underline{F}=m\underline{a}$:

C සඳහා ↗; $R-2mg\cos\theta=-2m\cdot a\dot{\theta}^2$ (10)

$\Rightarrow R=2mg\cos\theta-2mg(1-\cos\theta)$

$=2mg(2\cos\theta-1).$ (5)

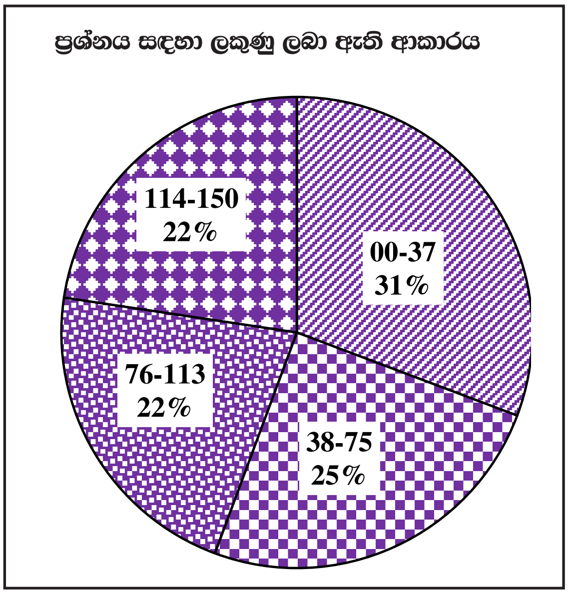
$\Rightarrow$ θ වැඩි වන විට R අඩු වන අතර $\cos\theta=\frac{1}{2}$ වන විට $R=0$ වේ. (5)

$\therefore$ $\theta=\frac{\pi}{3}$ වන විට C ගෝලය හැර යයි. (5)

25

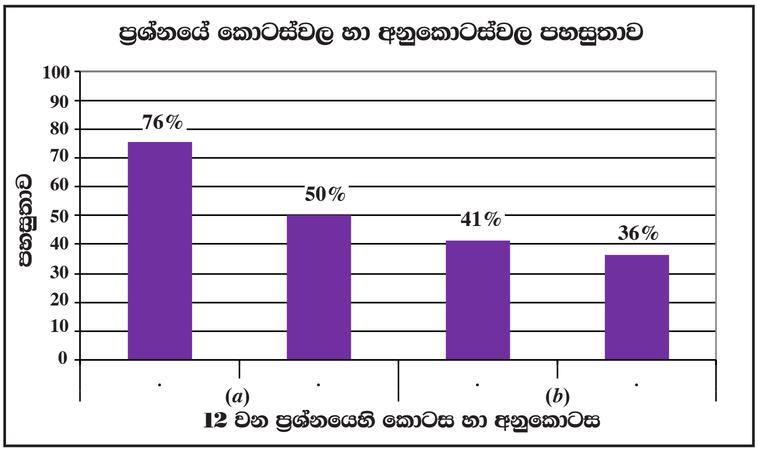
---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 91% කි. මෙහි පහසුතාව 56%ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 31% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 25% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 76% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 36%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස සාපේක්ෂ ත්වරණය ඇසුරෙන් ද (*b*) කොටස සිරස් වෘත්ත චලිතය ඇසුරෙන් ද සැකසී ඇත. (*a*) කොටසෙහි පහසුතාව 73% ක් වන අතර (*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 40% ක් පමණ වේ. මෙම ගැටලුවේ (*a*) හි පළවන අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇති නමුත් නිවැරදිව බල ලකුණු කිරීම හා **F** = ma නිවැරදිව යොදා නොගැනීම සමහර අපේක්ෂකයන්ගේ ලකුණු අඩුවීමට හේතු වී තිබුණි. (*a*) හි දෙවන අනුකොටසෙහි කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව චලිත සමීකරණ යෙදීම සඳහා අවශ්‍ය නිවැරදි සාපේක්ෂ ත්වරණ යොදා නොගැනීම නිසා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි.

(*b*) කොටසෙහි අනුකොටස් දෙකක් ඇති අතර පළවන අනුකොටසට 41% ක පහසුතාවක් ද දෙවන අනුකොටසට 36% ක පහසුතාවක් ද ඇත.

පළවන අනුකොටසෙහි ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය නිවැරදිව යෙදීමට නොහැකි වීම නිසා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. දෙවන අනුකොටසෙහි **F** = ma යෙදීමේදී ත්වරණ දිශාවන් නිවැරදිව යොදා නොගැනීම ද අංශුව ගෝලයෙන් ඉවත් වීම සඳහා සුදුසු අවශ්‍යතාව භාවිතා නොකිරීම ද ලකුණු අඩුවීමට හේතුවක් වී තිබුණි.

F = ma සහ ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතා වන විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් ගෙබිමකට $3a$ උසක් ඉහළින් වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඈඳා ඇත. අංශුව O අසලින් තබා, $\sqrt{ga}$ වේගයකින් සිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුවේ දිග x යන්න, $a \le x < 3a$ සඳහා $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සොයන්න.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුම තෙක් අංශුවේ පහළට චලිතය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $a \le x < 3a$ සඳහා $\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ බව පෙන්වන්න.
$X = x - 2a$ යැයි ගනිමින් අවසාන සමීකරණය $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(A^2 - X^2\right)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A යනු නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය කුමක් ද?
අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසු තන්තුව බුරුල් වන තෙක් අංශුවේ උඩු අත් චලිතයට $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(B^2 - X^2\right)$ බව දී ඇත; මෙහි B යනු මෙම නව සරල අනුවර්තී චලිතයේ නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ඉහතින් විස්තර කරන ලද යටි අත් හා උඩු අත් සරල අනුවර්තී චලිතවල අංශුව යෙදෙන මුළු කාලය $\frac{5\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

$a \le x < 3a:$ සඳහා

$$T = \frac{mg}{a}(x - a) \quad (5)$$

$\underline{F} = m\underline{a}:$ යෙදීමෙන්

m සඳහා $m \downarrow;\ mg - T = m\ddot{x}$ (10)

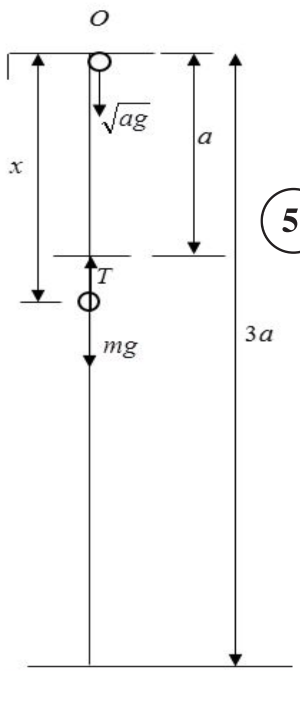
$$\Rightarrow mg - \frac{mg}{a}(x - a) = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0 \quad (5)$$

$\ddot{x} = 0$ මගින් කේන්ද්‍රය දෙනු ලැබේ. i.e. $x = 2a$. (5)

එම නිසා C, හි කේන්ද්‍රය පවතී. මෙහි C යනු (5)

$OC = 2a$ වූ O ට සිරස්ව පහළින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යයයි.



(5)

35

ශක්ති සංස්ථිතියෙන් : $\frac{1}{2}m(ga) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}mg\frac{(x-a)^2}{a}$ (20)

$$ga = \dot{x}^2 - 2gx + \frac{g}{a}(x^2 - 2ax + a^2)$$

$$\dot{x}^2 = ga + 2gx - \frac{g}{a}x^2 + 2gx - ga$$

$\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ for $a \le x < 3a$ (5)

25

$X = x - 2a \Rightarrow \dot{X} = \dot{x}$ (5)

තවද $a \le x < 3a \Leftrightarrow -a \le X < a.$

$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\{4a(X + 2a) - (X + 2a)^2\}$ (5)

$= \frac{g}{a}\{4a^2 - X^2\}$ for $-a \le X < a$ (5)

$\therefore A = 2a$. (5)

20

$\downarrow v$ යනු ගැටුමට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය ලෙස ගන්න.

එවිට $v^2 = \frac{g}{a}(4a^2 - a^2) = 3ga$

(5)

$\therefore v = \sqrt{3ga}$ (5)

10

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමයෙන් ගැටුමට පසු ප්‍රවේගය $\uparrow = \sqrt{ga}$ $\left(\because e = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. (10)

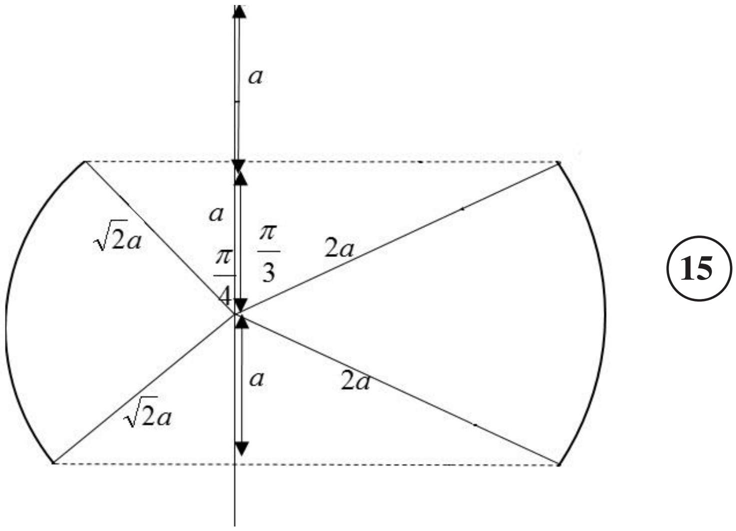
$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}(B^2 - X^2)$

$X = a$ වන විට $\dot{X} = \sqrt{ga}$ වේ.

$ga = \frac{g}{a}(B^2 - a^2)$ (5)

$\Rightarrow B = \sqrt{2}a$. (5)

20



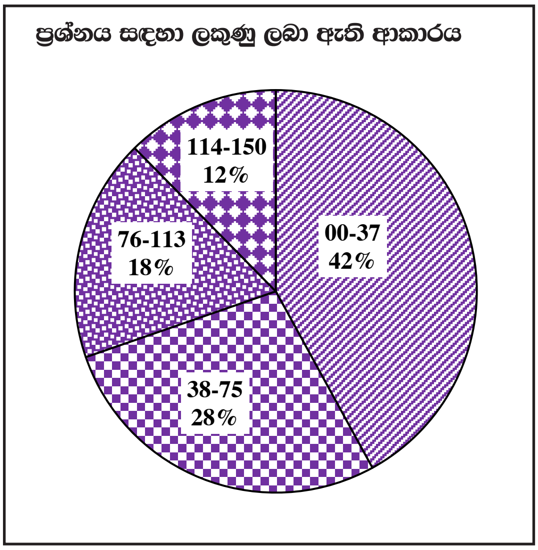
$\sqrt{\frac{g}{a}}t_1 = \frac{\pi}{3}$ නිසා $t_1 = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$ වේ. (5)

$\sqrt{\frac{g}{a}}t_2 = \frac{\pi}{2}$ නිසා $t_2 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}$ වේ. (5)

$\therefore t_1 + t_2 = \frac{5\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$. (5)

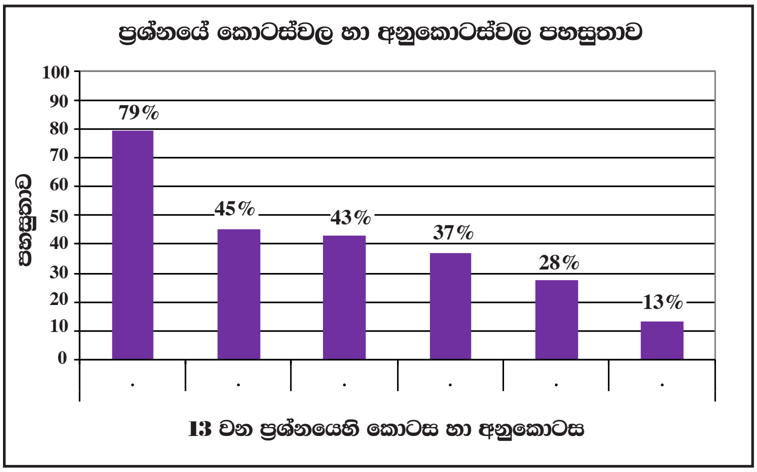
40

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 80% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 42% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 42%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 12%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 79% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ හයවන අනුකොටසට වන අතර එය 13%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙය අනුකොටස් 6කින් සමන්විත සරල අනුවර්තී චලිතය පිළිබඳ ගැටලුවකි. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 79% කි. මෙම ගැටලුවේ සියලු අනුකොටස්වල පහසුතාව 79% සිට 13% දක්වා පරාසය තුළ පිහිටයි. සරල අනුවර්තී චලිතයේ දී ඇති සමීකරණය ලබා ගැනීම සාර්ථක වී තිබුණි. ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ ආතතිය නිවැරදිව ලියා ගැනීමට නොහැකි වූ අපේක්ෂකයන්ට දී ඇති සමීකරණය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. එලෙසම සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රයේදී ත්වරණය ශූන්‍ය බව නොදැනීම නිසා කේන්ද්‍රය හඳුනා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

දෙවන අනුකොටසේදී ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමේදී ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා විභව ශක්තිය නිවැරදිව ලියා ගැනීමට නොහැකි වීමෙන් මෙම කොටසට ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි.

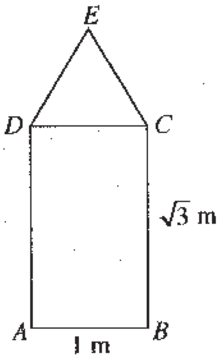
තුන්වන අනුකොටසේදී x හා y අතර සම්බන්ධතාවය යොදා ගැනීමෙන් x සඳහා සමීකරණය පරිණාමනය කර ගැනීමට නොහැකි වීමෙන් මෙම කොටසට අයත් ලකුණු අහිමිකරගෙන තිබුණි. පොළොව සමඟ ගැටුමට මොහොතකට පෙර ප්‍රවේගය සෙවීමේදී අංශුව ගමන් කළ දුර පිළිබඳ නිසි අවබෝධයක් නොමැතිකමින් හතරවන අනුකොටස සඳහා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි.

පස්වන අනුකොටස වෙනත් සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව අවබෝධ කර නොගැනීම නිසා එයට හිමි ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. හයවන අනුකොටසට පළමු අවස්ථාවේදී මෙන් නොව දෙවන අවස්ථාවේදී ඇතිවන සරල අනුවර්තී චලිතයේ නිවැරදි විස්තාරය සොයා ගැනීමට අපහසු වීම නිසාද මෙම කොටසේදී ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. සරල අනුවර්තී චලිතය පිළිබඳ වූ විවිධ ගැටලු ව්‍යුහගත කර විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) A හා B සමග **ඒක රේඛීය නොවන** O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{c} = (1-\lambda)\,\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0<\lambda<1$ වේ.
$\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ දෛශික $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
ඒ නයින්, C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛා ඛණ්ඩය මත පිහිටන බවත් $AC : CB = \lambda : (1-\lambda)$ බවත් පෙන්වන්න.
දැන්, OC රේඛාව AOB කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්නේ යැයි සිතමු. $|\mathbf{b}|(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}) = |\mathbf{a}|(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})$ බව පෙන්වා **ඒ නයින්**, λ සොයන්න.

(*b*) රූපයෙහි $ABCD$ යනු $AB = 1$ m හා $BC = \sqrt{3}$ m වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර CDE යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. විශාලත්වය නිව්ටන $5, 2\sqrt{3}, 3, 4\sqrt{3}, P$ හා Q වූ බල පිළිවෙළින් BA, DA, DC, CB, CE හා DE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ.
$P = 4$ හා $Q = 8$ බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න. දැන්, BA හා DA දිගේ ක්‍රියාකරන බලවල විශාලත්ව එලෙසම තිබිය දී ඒවායේ දිශා ප්‍රතිවර්තය කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය විශාලත්වය නිව්ටන $2\sqrt{37}$ සහිත තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.
මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව දික් කළ BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර $\frac{7}{4}$ m බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



(*a*) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ සහ $\overrightarrow{OC} = \underline{c}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \underline{c} - \underline{a} = (1-\lambda)\,\underline{a} + \lambda\underline{b} - \underline{a}.$ (5) (5)

$= \lambda(\underline{b} - \underline{a}).$ (5)

$\overrightarrow{CB} = \underline{b} - \underline{c} = \underline{b} - (1-\lambda)\underline{a} - \lambda\underline{b}$ (5)

$= (1-\lambda)(\underline{b} - \underline{a}).$ (5)

25

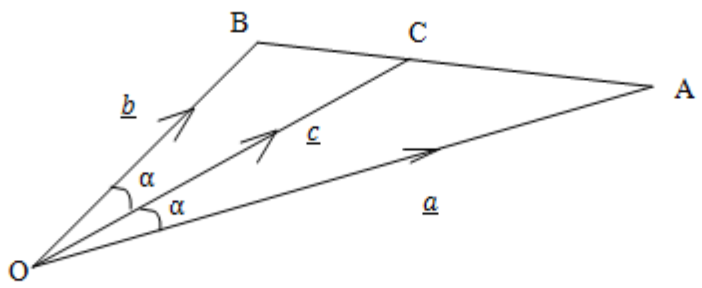
$\overrightarrow{AC} = \dfrac{\lambda}{(1-\lambda)}\overrightarrow{CB}$ (5)

(5)

$\therefore$ C යන්න AB මත පිහිටන අතර $\dfrac{AC}{CB} = \dfrac{\lambda}{(1-\lambda)}.$

i. e. $AC : CB = \lambda : (1-\lambda)$ (5)

15



$B\hat{O}C = A\hat{O}C$

$\underline{a} \cdot \underline{c} = |\underline{a}||\underline{c}|\cos\alpha$ (5)

$b \cdot \underline{c} = |b||\underline{c}|\cos\alpha$ (5)

$\Rightarrow \dfrac{\underline{a} \cdot \underline{c}}{|\underline{a}|} = \dfrac{\underline{b} \cdot \underline{c}}{|\underline{b}|}$ (5)

$\Rightarrow |\underline{b}|(\underline{a} \cdot \underline{c}) = |\underline{a}|(\underline{b} \cdot \underline{c})$ (5)

20

---

(5)

$\Rightarrow |\underline{b}|\{(1-\lambda)|\underline{a}|^2 + \lambda\, \underline{a} \cdot \underline{b}\} = |\underline{a}|\{(1-\lambda)\, \underline{a} \cdot \underline{b} + \lambda |\underline{b}|^2\}$ (5)

(5)

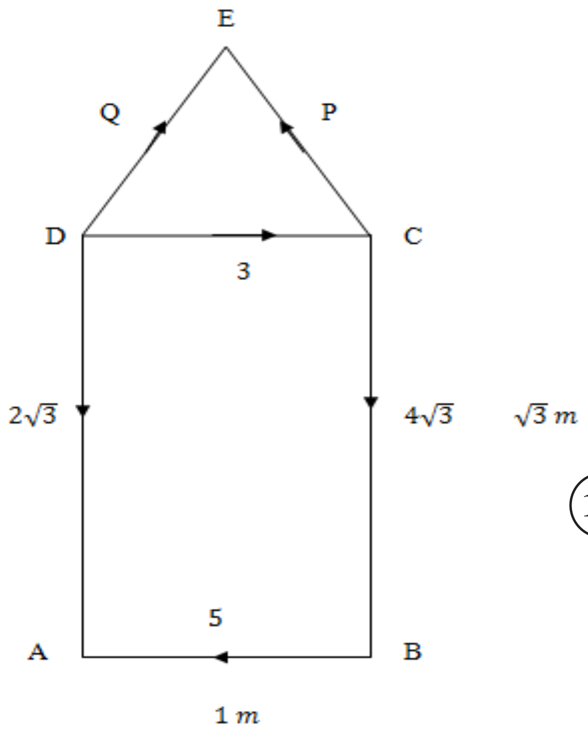
$(1-\lambda)|\underline{a}|\{|\underline{a}||\underline{b}| - a \cdot \underline{b}\} = \lambda |\underline{b}|\{|\underline{a}||\underline{b}| - \underline{a} \cdot \underline{b}\}$

$(1-\lambda)|\underline{a}| = \lambda |\underline{b}|$

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{|\underline{a}|}{|\underline{a}| + |\underline{b}|}$. ($\because \underline{a}$ හා $\underline{b}$ ප්‍රභින්න සහ ඒක රේඛීය නොවේ.)

15

(*b*)



(10)

පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන නිසා,

$\rightarrow \quad 3-5+Q\cos 60^\circ - P\cos 60^\circ = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad P-Q=-4,$ සහ (5)

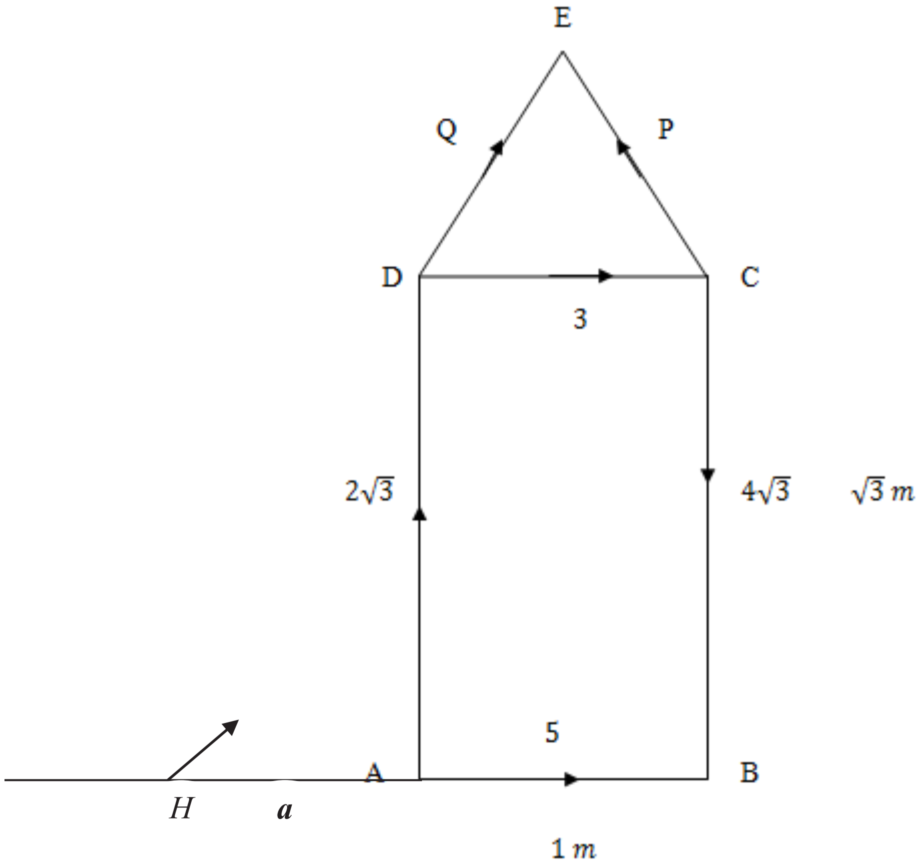
$\uparrow \quad -2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+Q\sin 60^\circ + P\sin 60^\circ = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad P+Q=12$ (5)

$\therefore \quad P=4$ සහ $Q=8.$ (5)

E ↻ යුග්මයේ ඝූර්ණය $= 7\sqrt{3}Nm$ (10)

45



$\rightarrow \quad X = 5 + 3 + 8\cos 60^\circ - 4\cos 60^\circ = 10$ (5)

$\uparrow \quad Y = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8\sin 60^\circ + 4\sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$ (5)

$R = \sqrt{100 + 48} = 2\sqrt{37}$ (5)

15

H යනු දික් කල BA, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු.

H ↻

$-6\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1 + a) + \sqrt{3}(3 + 4 - 2) = 0$ (10)

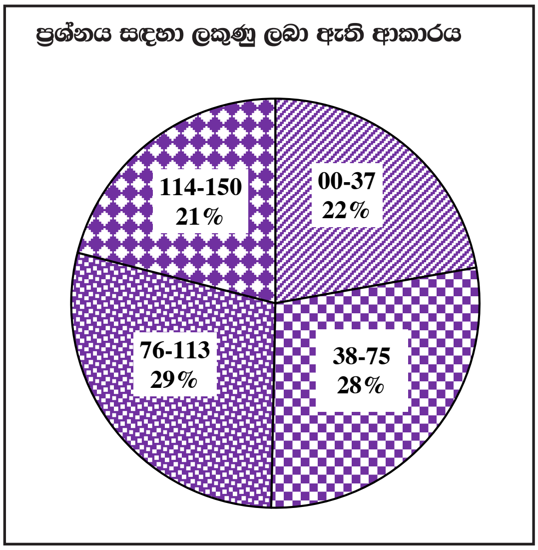
$-6a + 2 + 2a + 5 = 0$

$a = \frac{7}{4}m$. (5)

15

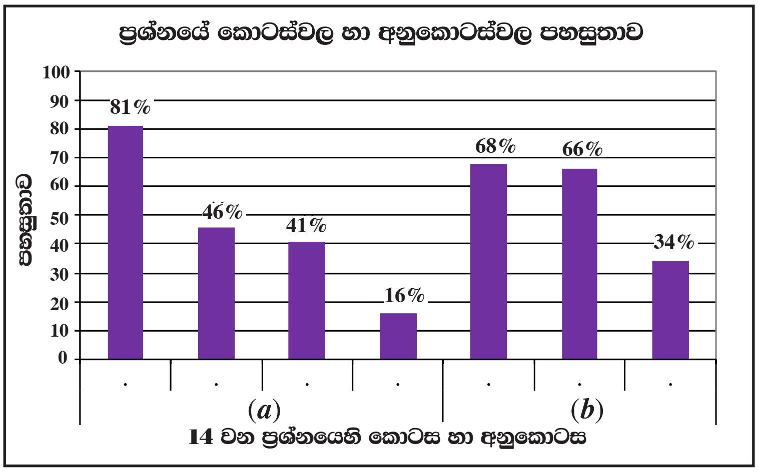
---

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 91% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 56% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 29%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 81% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි හතරවන අනුකොටසට වන අතර එය 16%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස දෛශික වීජීය ඇසුරෙන් ද, (b) කොටස ඒකතල බල පද්ධති ඇසුරෙන් ද සමන්විත වේ.

(a) හි පළවන අනුකොටස දෛශික ආකලනය පිළිබඳ අවබෝධය මත පදනම් වී ඇති අතර අපේක්ෂකයන් වැඩි දෙනෙක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. එහි පහසුතාව 81% කි. දෙවන අනුකොටසේදී $AC : CB$ අනුපාතය ලබා ගැනීමේදී දෛශික බෙදීම භාවිත කර තිබීමෙන් ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. තුන්වන අනුකොටසේදී දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් අවශ්‍ය පිළිතුරට ළඟා වීමට අපහසු වී තිබුණි. හතරවන අනුකොටසෙන් $\underline{a}\cdot\underline{c}$ හා $\underline{b}\cdot\underline{c}$ නිවැරදිව ආදේශ කර නොගැනීම නිසා λ සෙවීමට අවශ්‍ය සමීකරණය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි.

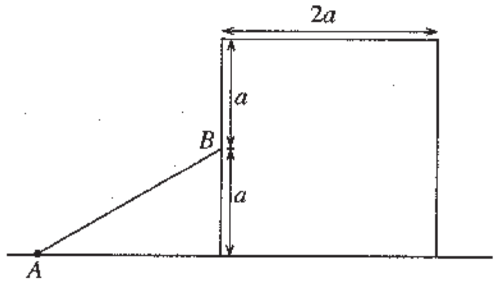
දෛශික ආකලනයට අදාළ සරල ගැටලු විසඳීමට හුරුකරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

(b) කොටස අනුකොටස් 3කින් සමන්විත වන අතර එහි පහසුතාව 68% සහ 34% පරාසය තුළ පවතී. (b) හි පළවන අනුකොටසෙහි පිළිතුර තරමක් සාර්ථක වුවත් බල යුග්මයකට ඌනනය වීමේදී සම්ප්‍රයුක්ත බලය ශුන්‍ය බව පිළිබඳ අවබෝධය නොමැතිකම නිසා පිළිතුරු අසාර්ථක වී තිබුණි.

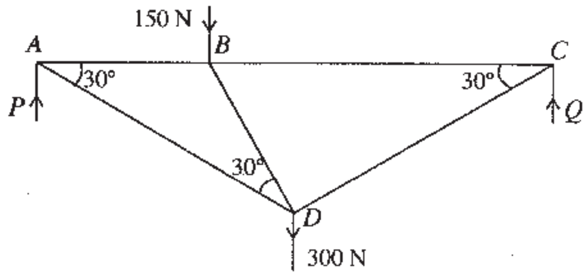
දෙවන අනුකොටස ද තරමක් සාර්ථක වී තිබුණත්, මුල් කොටසේ දුර්වලතා නිසා සමහර අපේක්ෂකයන්ට සාර්ථක පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. දෛශික වීජීය පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් ක්‍රමානුකූල ලෙස හුරු කරවීම සහ බල විභේදනය, බල ඝූර්ණය පිළිබඳ මූලධර්මය මෙන්ම බල යුග්මය පිළිබඳව ගැටලු විසඳීමට හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (*a*) බර W හා පැත්තක දිග $2a$ වන ඒකාකාර ඝනකාකාර කුට්ටියක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. බර $2W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර තිරස් ගෙබිමෙහි ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B කෙළවර ඝනකයේ සුමට සිරස් මුහුණතකට එරෙහිව එහි කේන්ද්‍රයේ තබා ඇත. දණ්ඩ ඔස්සේ යන සිරස් තලය කුට්ටියේ එම සිරස් මුහුණතට ලම්බ වන අතර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතී. (අදාළ සිරස් හරස්කඩ සඳහා රූපය බලන්න.) ඝනකාකාර කුට්ටිය හා රළු තිරස් ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

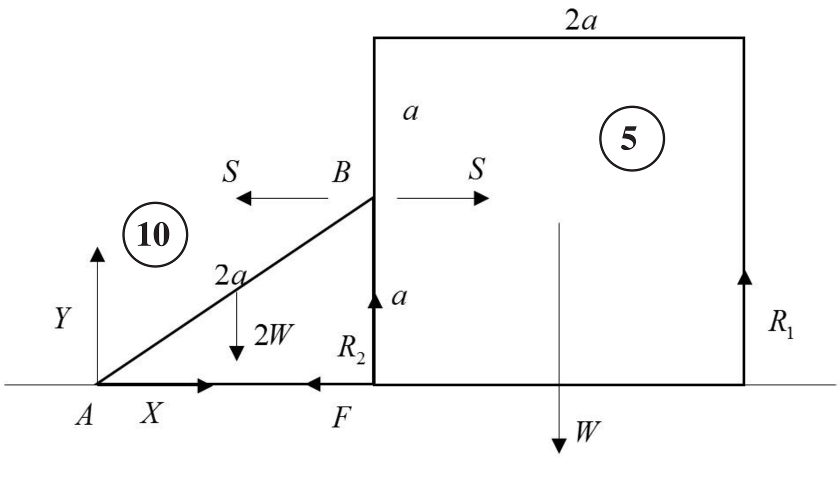


(*b*) කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, AD, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ පෙන්වයි. $AB =$ මීටර a හා $BC =$ මීටර $2a$ වන අතර $B\hat{A}D = B\hat{D}A = B\hat{C}D = 30^\circ$ වේ. රාමු සැකිල්ලට B හි දී 150 N හා D හි දී 300 N භාර යොදා ඇත. එය AB හා BC තිරස් වන පරිදි පිළිවෙළින් A හා C හි දී යොදන ලද P හා Q සිරස් බල දෙකකින් ආධාර කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. $P = 250$ N බව පෙන්වන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ **ඒ නයින්**, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

(*a*)



කුට්ටිය සඳහා ↑

$$R_1 + R_2 = W$$ (10)

කුට්ටිය සඳහා →

$$F = S$$ (5)

AB සඳහා $\overset{\curvearrowleft}{A}$ $S \times a - 2W \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = 0$ **(10)**

$\therefore S = \sqrt{3}W$ **(5)**

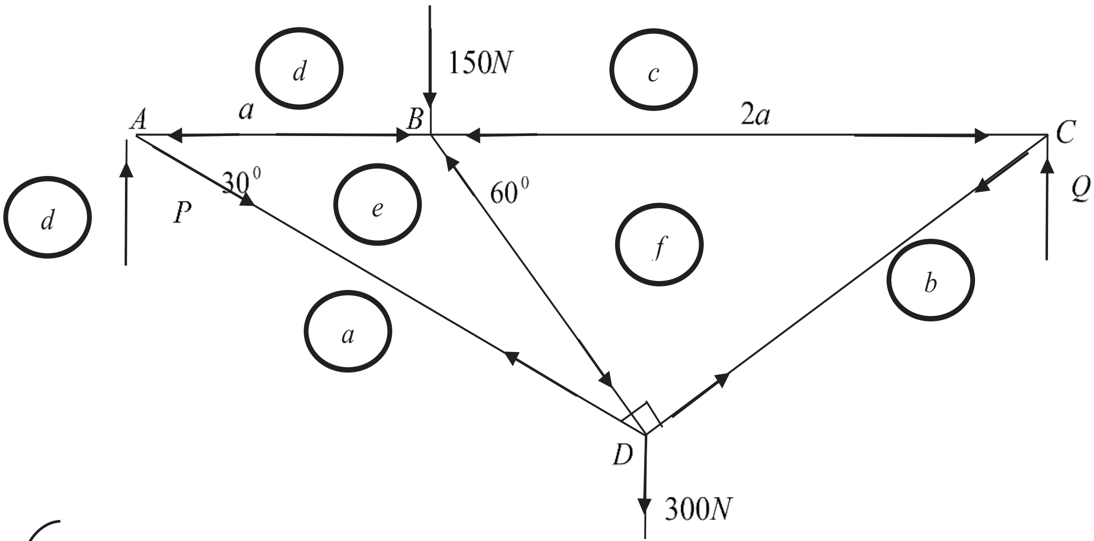
$\mu \geq \frac{|F|}{(R_1 + R_2)}$ **(10)**

$\mu \geq \frac{\sqrt{3}W}{W}$

$\mu \geq \sqrt{3}$ **(5)**

60

(*b*)

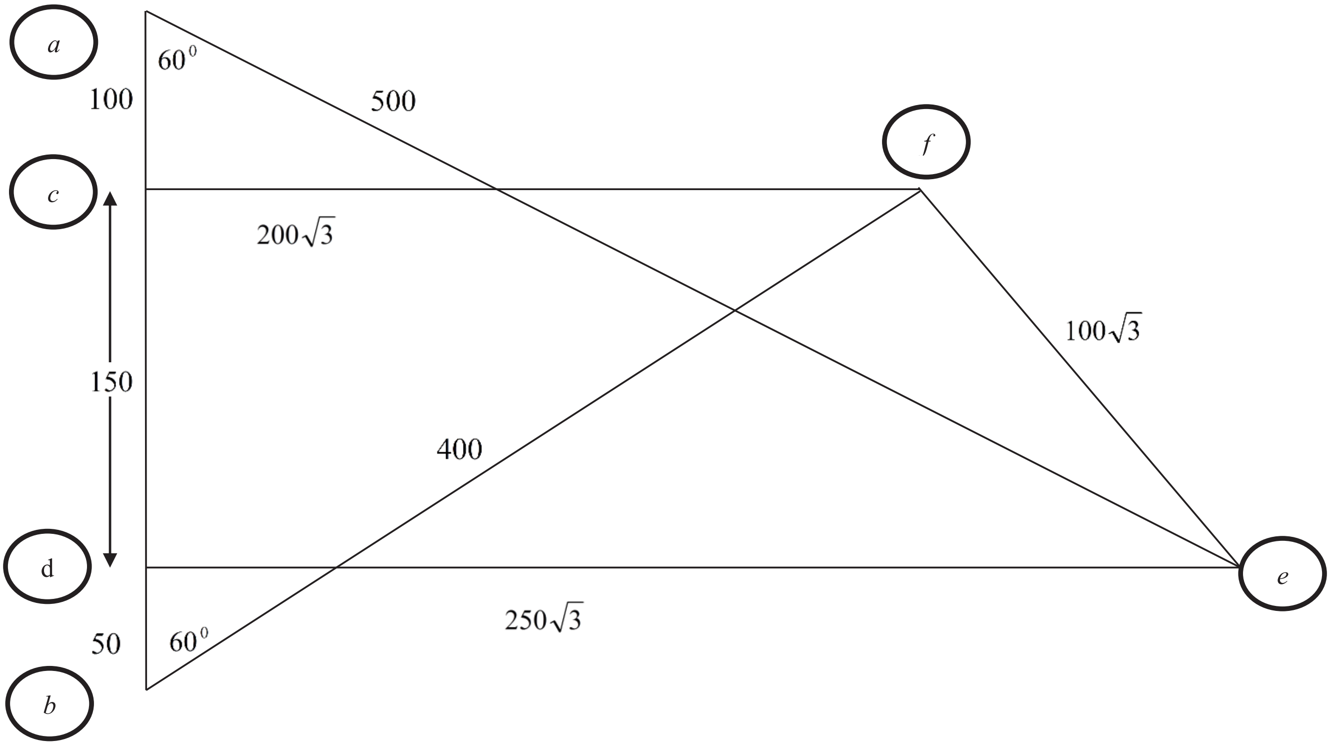


$\overset{\curvearrowright}{C}$

$150 \times 2a + 300\left(2a - \frac{a}{2}\right) - P.3a = 0$ **(5)**

$\Rightarrow P = 250N$ **(5)**

10

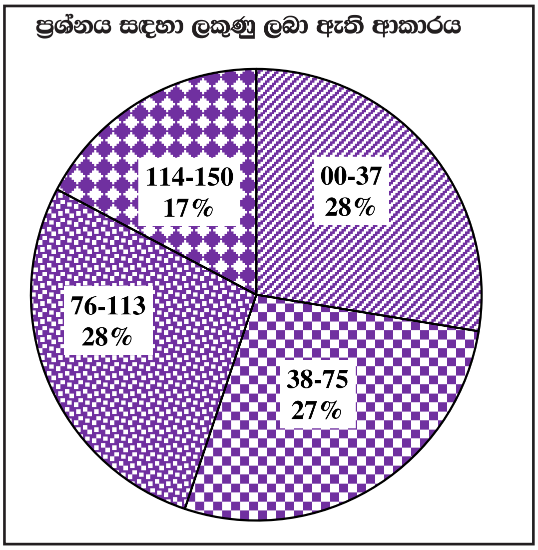


සන්ධි තුනට **(30)**

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB		$250\sqrt{3}\,N$ **(10)**
BC		$200\sqrt{3}\,N$ **(10)**
CD	$400\,N$ **(10)**	
DA	$500\,N$ **(10)**	
DB		$100\sqrt{3}\,N$ **(10)**

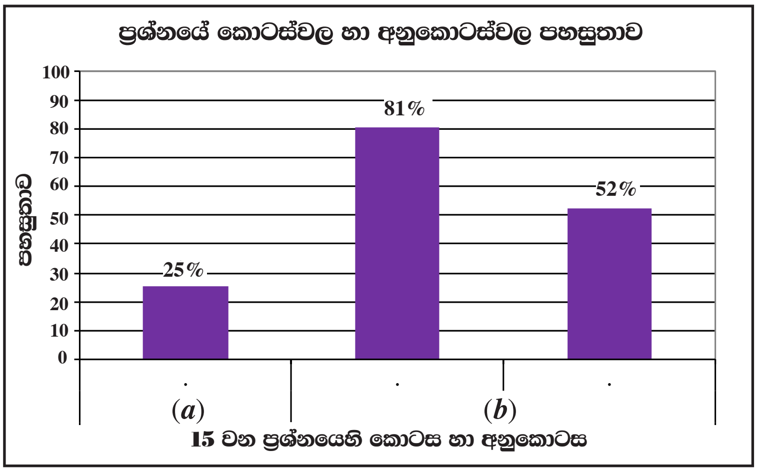
80

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 90% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 40% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 3ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 81% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) කොටසට වන අතර එය 25%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙම ගැටලුව (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටස ඝර්ෂණය ඒකකය යෙන්ද (b) කොටස රාමු සැකිලි ඒකකයෙන් ද සැකසුණු ප්‍රශ්නයකි.

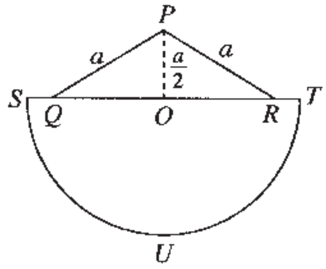
(a) කොටසේ රූප සටහනේ නිවැරදිව බල ලකුණු කිරීමට සිසුන් අපොහොසත් වී තිබුණි. සමීකරණ ලිවීමේදී දණ්ඩේ සමතුලිතතාව වෙනම සලකා නොතිබීමෙන් ඝනාකාර වස්තුව මත ක්‍රියා කරන ඝර්ෂණ බලය සොයා ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා අවසාන පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

(b) හි පළමු අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. (b) හි දෙවන අනුකොටසේදී බල මගින් වෙන්වන අවකාශ නිවැරදිව ලකුණු නොකිරීම හේතුවෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහන නිවැරදිව ඇඳීමට නොහැකි වී තිබුණි.

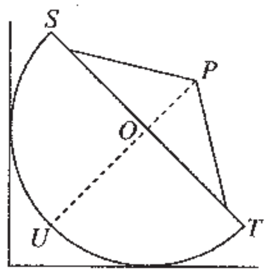
ඝර්ෂණය හා රාමු සැකිලි සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. කේන්ද්‍රය C හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\dfrac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

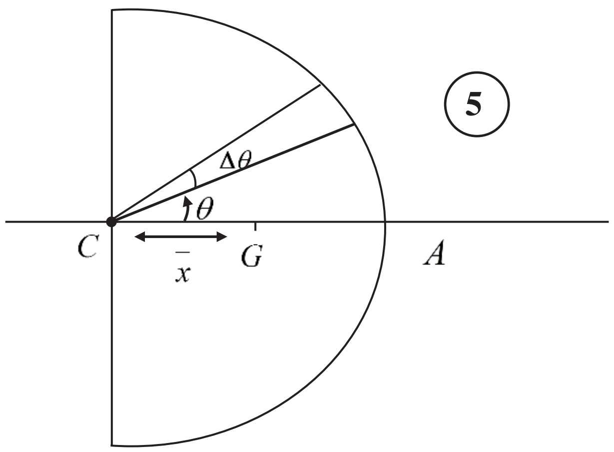


යාබද රූපයෙහි PQ, PR හා ST යනු, ඒකක දිගක ස්කන්ධය ρ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් කපා ගත් සරල රේඛීය කැබලි තුනකි. PQ හා PR කැබලි දෙක P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී එකිනෙකට පාස්සා ඉන් පසු Q හා R ලක්ෂ්‍යවල දී ST ට පාස්සා ඇත. $PQ = PR = a,\ ST = 2a$ හා $PO = \dfrac{a}{2}$ බව දී ඇත; මෙහි O යනු QR හා ST යන දෙකෙහි ම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. තව ද SUT යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය $k\rho$ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් සාදා ගත් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයකි; මෙහි $k\,(>0)$ නියතයක් වේ. SUT අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය PQR තලයේ S හා T ලක්ෂ්‍යවල දී ST කම්බියට පාස්සා රූපයේ දැක්වෙන L දෘඪ තල කම්බි රාමුව සාදා ඇත. L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\left(\dfrac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\dfrac{a}{2}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි L කම්බි රාමුව, එහි වෘත්තාකාර කොටස සුමට සිරස් බිත්තියක හා ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් රළු තිරස් ගෙබිමක ස්පර්ශ වෙමින්, එහි තලය බිත්තියට ලම්බව සමතුලිතව ඇත. L මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කර $k > \dfrac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $k = 1$ යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්කන්ධය m වන අංශුවක් L ට සම්බන්ධ කළ පසු ද ඉහත පිහිටීමේ ම සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන යයි. $m < 3\rho a$ බව පෙන්වන්න.



(5)

සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, CA මත පිහිටයි. සහ $OG = \bar{x}$ (5)

ρ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය යැයි ගනිමු.

(10)

එවිට $\Delta m = a(\Delta\theta)\rho$ සහ $\bar{x} = \dfrac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\,\rho\, a\cos\theta\, d\theta}{\pi\, a\, \rho} = \dfrac{a}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\, d\theta$

(5)

$$= \frac{a}{\pi}\cdot \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$ (5)

$$= \frac{a}{\pi}\left[2\sin\frac{\pi}{2}\right]$$ (5)

$$= \frac{2a}{\pi}.$$

එනයින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\dfrac{2a}{\pi}$ දුරකින් පවතී.

35

වස්තුව	ස්කන්ධය	සිරස් දුර, P සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට කේන්ද්‍රයට ↓
PR	$a\rho$	$\frac{a}{4}$ (5)
PQ	$a\rho$ (10)	$\frac{a}{4}$ (5)
ST	$2a\rho$	$\frac{a}{2}$ (5)
SUT	$\pi a k\rho$ (5)	$\frac{a}{2}+\frac{2a}{\pi}$ (5)
සංයුක්ත වස්තුව	$(4+\pi k)a\rho$ (5)	$\bar{x}_1$

සමමිතියෙන් L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P හා O යා කරන රේඛාව මත පිහිටයි. (5)

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ අර්ථ දැක්වීම මගින්,

$$(4a\rho + \pi a k \rho)\overline{x_1} = 2a\rho \times \frac{a}{4} + 2a\rho \times \frac{a}{2} + \pi ak\rho \times \left(\frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}\right)$$ (15)

$$\Rightarrow (4 + \pi k)\overline{x_1} = \frac{a}{2} + a + \frac{\pi a k}{2} + 2ak$$ (5)

$$\Rightarrow \overline{x_1} = \left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2}.$$ (5)

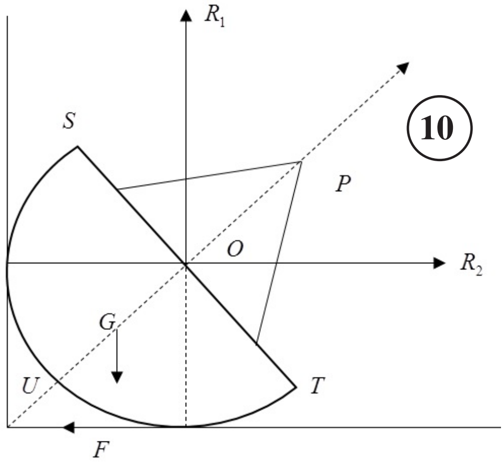
70

L රාමුව සමතුලිතතාවයෙන් දෙන ලද පිහිටුමේ තිබීමට $\overline{x_1} > \frac{a}{2}$ විය යුතුයි. (5)

i.e. $\left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2} > \frac{a}{2}.$ (5)

$\Leftrightarrow \quad \pi k + 4k + 3 > \pi k + 4.$

$\Leftrightarrow \quad k > \frac{1}{4}.$ (5)

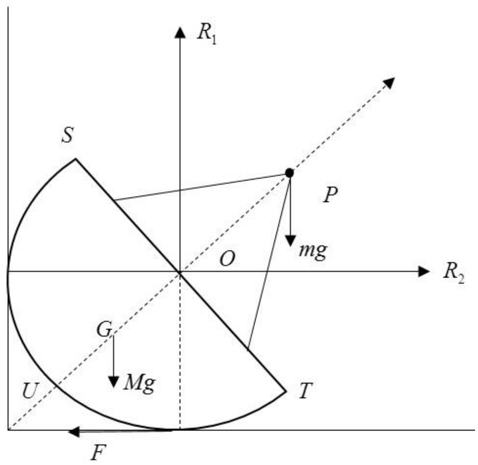


25

$k = 1$ යැයි ගනිමු.

එවිට, $\overline{x_1} = \left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4}\right)\frac{a}{2}.$

$\overline{x_2}$ යනු P සිට අලුත් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට ඇති දුර ලෙස ගන්න.



එවිට $\left[(4a\rho + \pi a \ \rho) + m\right]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a \ \rho)\,\overline{x_1}.$ (5)

$$\Leftrightarrow \left[(4a\rho + \pi a \ \rho) + m\right]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a \ \rho)\left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4}\right)\frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[(4a\rho + \pi a \ \rho) + m\right]\overline{x_2} = a\rho(\pi + 7)\frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{x_2} = \frac{a\rho(\pi + 7)}{\left[(4a\rho + \pi a \ \rho) + m\right]}\frac{a}{2}$$ (5)

ඉහත පිහිටුමේ සමතුලිතව පිහිටීම $\overline{x_2} > \frac{a}{2}$ විය යුතු වේ. (5)

i.e. $\frac{a\rho(\pi + 7)}{\left[(4a\rho + \pi a \ \rho) + m\right]}\frac{a}{2} > \frac{a}{2}$

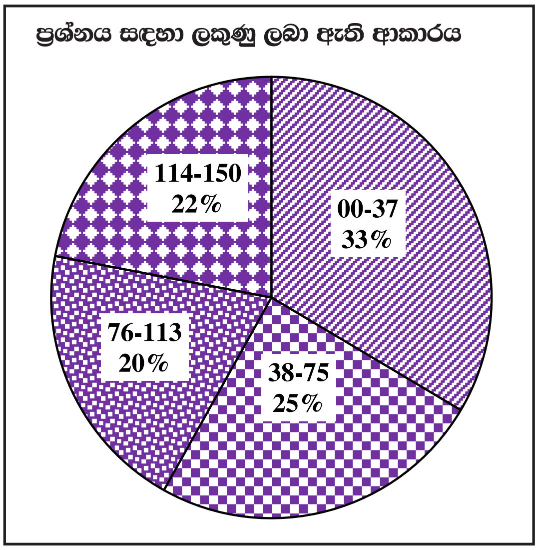
$$\Leftrightarrow a\rho(\pi + 7) > 4a\rho + \pi a \ \rho + m$$

$\Leftrightarrow m < 3a\rho.$ (5)

20

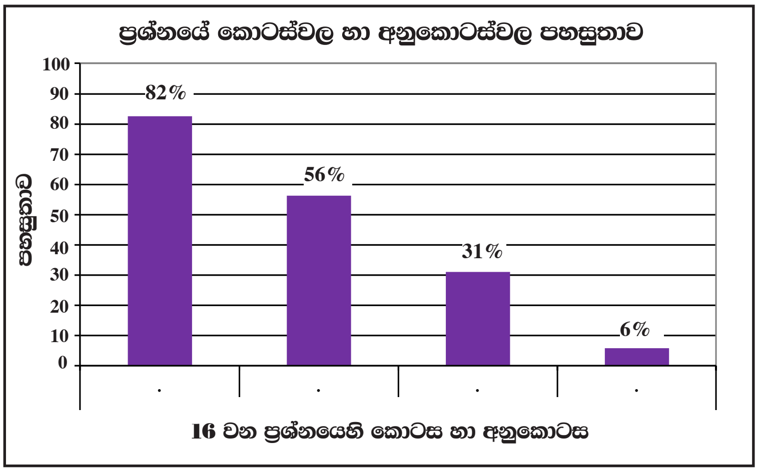
---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 64% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 53% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 33%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළවන කොටසට වන අතර එය 82% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ හතරවන කොටසට වන අතර එය 6%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙය ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සම්බන්ධ ගැටලුවකි. පළමු අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇත. දෙවන අනුකොටස සංයුක්ත වස්තුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෙවීම පිළිබඳ වන අතර එයට තරමක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි.

තුන්වන අනුකොටසෙහි නිවැරදි බල ලකුණු කිරීම හා අවශ්‍ය සම්බන්ධතාව ලබා නොගැනීම නිසා අවසාන පිළිතුරට ළඟා වීමට අපහසු වී තිබුණි. හතරවන අනුකොටසෙහි සමතුලිතතාවය පිළිබඳ අවශ්‍යතාවය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සම්බන්ධ විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (a) A, B හා C යන මලු එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම, සුදු බෝල හා කළු බෝල පමණක් අඩංගු වේ. A මල්ලෙහි සුදු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 2 ක් ද B මල්ලෙහි සුදු බෝල 2 ක් හා කළු බෝල 4 ක් ද C මල්ලෙහි සුදු බෝල m හා කළු බෝල $(m+1)$ ක් ද අඩංගු වේ. මල්ලක් සසම්භාවීව තෝරා ගෙන එකකට පසු ව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව සසම්භාවීව බෝල දෙකක් එම මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{18}$ වේ. m හි අගය සොයන්න.

තව ද ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු බව දී ඇති විට, C මල්ල තෝරා ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක්, සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙහි දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 - 2	15
2 - 4	25
4 - 6	40
6 - 8	15
8 - 10	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාසය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

$\kappa = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය κ ද නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

X යනු පළමු බෝලය සුදු සහ දෙවන බෝලය කළු යැයි ගනිමු.

X මුළු සම්භාවිතා නියමයෙන්, (5)

$$P(X) = P(X \mid A)\,P(A) + P(X \mid B)\,P(B) + P(X \mid C)\,P(C). \text{ -------------- } (1)$$

$$P(X \mid A) = \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$ (10)

$$P(X \mid B) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$ (10)

$$P(X \mid C) = \frac{m}{(2m+1)} \cdot \frac{m+1}{2m} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)}$$ (10)

තවද, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$. (5)

$P(X) = \frac{5}{18}$, නිසා

$(1) \Rightarrow \quad \frac{5}{18} = \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{(m+1)}{2(2m+1)} \times \frac{1}{3}$ (10)

$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{8}{15} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)}$ (5)

$\Rightarrow \quad 3(2m+1) = 5(m+1)$

$\Rightarrow \quad m = 2$ (5)

60

$m = 2 \Rightarrow P(X \mid C) = \frac{3}{10}.$ (5)

බේයස් ප්‍රමේයයෙන්,

$P(C \mid X) = \frac{P(X \mid C)\, P(C)}{P(X)}$ (5)

$= \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}}{\frac{5}{18}}$ (5)

$= \frac{9}{25}.$ (5)

20

(*b*)

ලකුණු පරාසය	f	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය x	x^2 (5)	fx (5)	fx^2 (5)
0 - 2	15	1	1	15	15
2 - 4	25	3	9	75	225
4 - 6	40	5	25	200	1000
6 - 8	15	7	49	105	735
8 - 10	5	9	81	45	405
	$\sum f = 100$			$\sum fx = 440$ (5)	$\sum fx^2 = 2380$ (5)

$\mu = \frac{\sum f\,x}{\sum f} = \frac{440}{100} \quad = 4.4$ (5)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f x^2}{\sum f} - \mu^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{2380}{100} - \left(\frac{44}{10}\right)^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{23.8 - 19.36} \quad (5)$$

$$= \sqrt{4.44}$$

$$\approx 2.11. \quad (5)$$

50

$$M = 4 + \frac{10}{40} \times 2 \quad (5)$$

$$= 4.5. \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{3(4.4 - 4.5)}{2.11} \quad (5)$$

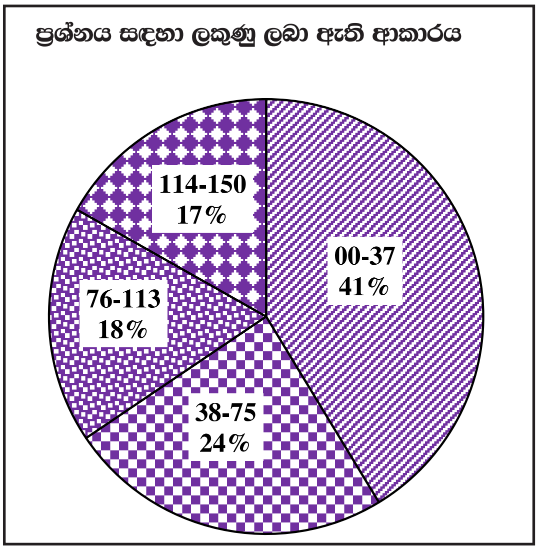
$$= -\frac{0.3}{2.11}$$

$$\approx 0.14. \quad (5)$$

20

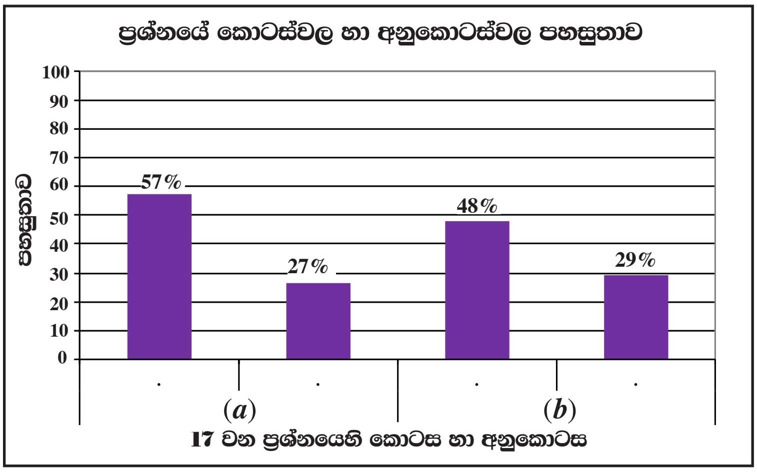
---

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 59% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 46% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 41%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළවන අනුකොටසට වන අතර එය 57% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 27%කි.

[11 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 9 අනුව]

මෙම ගැටලුව (*a*) හා (*b*) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස සම්භාවිතාව ඒකකය යටතේ ද (*b*) කොටස සංඛ්‍යානය ඒකකය යටතේ ද සකස් කර ඇත. (*a*) හි පළමු අනුකොටසේ පහසුතාව 57% ක් වන අතර එහිදී සම්භාවිතාවය පිළිබඳ ගුණන නීතිය නිවැරදි ආකාරයෙන් භාවිත කර නොතිබිණි. එබැවින් m වල අගය නිවැරදිව ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. (*a*) හි දෙවන අනුකොටසෙහි බේස් ප්‍රමේයය නිවැරදිව යොදා නොගැනීම නිසා පිළිතුර සාර්ථක වී නොතිබුණි. (*b*) හි පළමු අනුකොටසේ පහසුතාව 48%ක් වන අතර දී තිබෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය නිවැරදිව ලබා ගෙන ඇති නමුත් සම්මත අපගමනය සෙවීමේදී සූත්‍රය නිවැරදිව භාවිත කර නොතිබිණි. (*b*) හි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 29% ක් වන අතර මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය වැරදීම නිසා කුටිකතාව නිවැරදිව ගණනය කිරීමට අපහසු වී තිබුණි.

සම්භාවිතාව හා සංඛ්‍යානය ඒකක වලින් විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

III කොටස

3.0 පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා :

3.1. පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු :

පොදු උපදෙස් :

- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති මූලික උපදෙස් කියවා හොඳින් තේරුම් ගත යුතුය. එනම් එක් එක් කොටසින් කොපමණ ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාවකට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ද කුමන ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වේ ද කොපමණ ලකුණු ලැබේ ද කොපමණ කාලයක් ලැබේ ද යන කරුණු පිළිබඳව සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන ප්‍රශ්න පිළිබඳව නිරවුල් අවබෝධයක් ඇති කර ගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය.
- ★ I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.
- ★ I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7න් තෝරා ගත් ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.
- ★ B කොටසෙහි සෑම ප්‍රධාන ප්‍රශ්නයක්ම අලුත් පිටුවකින් ආරම්භ කළ යුතුය.
- ★ අපේක්ෂකගේ විභාග අංකය සෑම පිටුවකම අදාළ ස්ථානයේ ලිවිය යුතුය.
- ★ ප්‍රශ්න අංක හා අනුකොටස් අංක නිවැරදිව ලිවිය යුතුය.
- ★ සියලුම ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා තෝරාගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය. ප්‍රශ්න යටතේ දී ඇති තොරතුරුත්, ලබා ගත යුතු පිළිතුරු හෝ සාධනය කළ යුතු ප්‍රතිඵල කවරේ ද යන්නත් පැහැදිලිව අවබෝධ කර ගත යුතුය.
- ★ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමේදී දී ඇති කාලය නිසි පරිදි කළමනාකරණය කර ගැනීමට වග බලා ගත යුතුය.
- ★ පැහැදිලි අත් අකුරින් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. පිළිතුරු ලිවීමේදී නිල් පාට හෝ කළු පාට පෑන් පමණක් භාවිත කළ යුතුය. අනෙකුත් පාට පෑන් භාවිත කිරීමෙන් වැළකිය යුතුය.

විශේෂ උපදෙස් :

- ★ රූප සටහන් ඇඳිය යුතු අවස්ථාවලදී ඒවා ඉතා පැහැදිලිව ඇඳ නම් කළ යුතුය. මෙහිදී රේඛාවල දිග හා කෝණවල විශාලත්ව සංසන්දනාත්මකව නිවැරදි රූපය හා අනුරූප වන සේ දැක්වීම අවශ්‍ය වේ. රූපසටහන්වල නිරවද්‍යතාව සහ සම්බන්ධතා දැකීමටත් ඒ ඇසුරින් පහසුවෙන් පිළිතුරු කරා එළඹීමටත් මහෝපකාරී වෙයි. රූප සටහන්වල තොරතුරු ඇතුළත් කිරීමේදී ද, නිරවද්‍යතාව කෙරෙහි වැඩි අවධානයක් යොමු කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ. (නිදසුන : බල ලකුණු කිරීම) බල සටහන් හා ප්‍රවේග සටහන්වල දිශා ලකුණු කිරීම.
- ★ ගණනය කිරීම්වලදී එක් එක් පියවර පැහැදිලිව සඳහන් කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය ස්ථානවලදී පියවර අතර සම්බන්ධය දැක්වෙන සමාන ලකුණු හෝ වෙනත් අදාළ සංකේත හෝ ලියා දැක්වීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය. එක් පියවරක හෝ පිටුවක හෝ ඇති ප්‍රකාශන හා සමීකරණ ඊළඟ පියවරට හෝ පිටුවට පිටපත් කිරීමේදී ඒවායේ නිරවද්‍යතාව පිළිබඳව ඉතා සැලකිලිමත් විය යුතුය.
- ★ අවශ්‍ය ස්ථානවලදී නිවැරදිව ඒකක භාවිත කළ යුතුය. අවශ්‍ය අවස්ථාවලදී නිවැරදි ඒකක පරිවර්තනය පිළිබඳව ද සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී අක්ෂ නිවැරදිව නම් කර ඒකක ද සඳහන් කළ යුතුය.

- මූලික සමානුපාත පිළිබඳ සංකල්ප නැවත පරිශීලනය කළ යුතුය.

- මූලික ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම සහ අවබෝධය ලබා ගත යුතුය.

  නිදසුන්: (1) සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ
  (2) රොම්බසයක ලක්ෂණ
  (3) සවිධි ෂඩස්‍රයක / බහු අස්‍රයක ලක්ෂණ
  (4) ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත විවිධ ප්‍රමේය
  (5) සමරූපී ත්‍රිකෝණ
  (6) වෘත්ත ආශ්‍රිත ප්‍රමේය
  (7) සමමිතික නාමය
  ගුණ

- සාධකවලට බිඳිය හැකි වර්ගජ ප්‍රකාශන එකවරම සාධකවලට වෙන්කර ගැනීමේ හැකියාව ප්‍රගුණ කළ යුතුය.

- සංකේත නිරූපණයේ දී විශේෂයෙන් දෛශික නිරූපණයේදී, නිවැරදි සංකේත භාවිත කිරීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- "එනයින් ලබා ගන්න", "අපෝහනය කරන්න", "සත්‍යාපනය කරන්න", "ව්‍යුත්පන්න කරන්න" වැනි යෙදුම් කෙරෙහි සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ඒ අනුව පිළිතුර කරා එළඹීමට වග බලා ගත යුතුය. 'එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ' යනුවෙන් සඳහන් අවස්ථාවලදී බහුල වශයෙන්ම පෙර ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය භාවිත කර ඊට පසු ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීම වඩාත් පහසු වේ.

- දී ඇති තොරතුරු භාවිතයෙන් නිගමනයකට එළඹිය යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම ක්‍රියාවලිය ඉදිරිපත් කිරීම ලකුණු අහිමිවීමට හෝ අඩුවීමට හේතු වේ. එබැවින් ප්‍රශ්නය මගින් අපේක්ෂිත ආකාරයට පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ යුතුය. එහෙත් "නම් ම පමණක්" හෝ "ම නම් පමණක්" සත්‍ය බව සාධනය කළ යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම වශයෙන් ද ප්‍රතිඵලය ලැබෙන බව සනාථ වන පරිදි පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ යුතු වේ.

- සෑම විටෙකදීම අවසාන පිළිතුර සරලම ආකාරයෙන් දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය. අවසාන පිළිතුර, ප්‍රශ්නයෙහි අසා ඇති ආකාරය අනුව පැහැදිලිව දැක්විය යුතුය.

- අපේක්ෂකයින් තම ඉලක්කම්, සංකේත සහ අදහස් පැහැදිලිවත් නිවැරදිවත් ලියා දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය.

- පිළිතුර කරා එළඹීමට අවශ්‍ය සුළු කිරීම් (සංඛ්‍යාමය, වීජීය හෝ ත්‍රිකෝණමිතික) කටුවැඩ ලෙස සැලකුව ද පිළිතුර සමඟම පසෙකින් ඉදිරිපත් කරන්න.

- පිළිතුර සම්පූර්ණ කිරීමට නොහැකි අවස්ථාවලදී වුව ද ප්‍රශ්නයට පිළිතුර ලබා ගැනීමට අදාළ ඉදිරි පියවර ලියා දැක්වීම බොහෝවිට ඵලදායී විය හැකිය.

- ප්‍රශ්නයක අග කොටස්වල පවා මුල් කොටස්වලින් ස්වාධීන වූ පහසු කොටස් තිබිය හැකි බැවින් ප්‍රශ්නයක මුල් කොටස අපහසු වුව ද ප්‍රශ්නය අත්හැර නොයා ඉතිරි කොටස් පිළිබඳව ද අවධානය යොමු කිරීම වැදගත් වේ.

- සමහර විටෙක යම් අනුකොටසක් සාධනය නොකළ ද එම ප්‍රතිඵල අවශ්‍ය නම් යෙදීමෙන් ඉදිරි අනුකොටසක් සඳහා පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ හැකිය.

3.2. ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා :

- ⋆ විෂය නිර්දේශයෙහි අන්තර්ගත විෂය සන්ධාරය, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් සම්බන්ධ වන බැවින්, තෝරා ගත් විෂය කොටස් වෙනුවට සමස්ත විෂය නිර්දේශයම ආවරණය වන පරිදි ඉගෙනුම, උසස් සාමාර්ථයක් ලබා ගැනීමට මෙන්ම විෂය දැනුම සම්පූර්ණ වීම සඳහා ඉතා වැදගත් වේ.

- ⋆ විෂය නිර්දේශ, ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහ හා බාහිර සම්පත් මූලාශ්‍ර පිළිබඳව ගුරුභවතුන් මෙන්ම සිසුන් ද දැනුවත්වීම හා භාවිතය අවශ්‍ය ය.

- ⋆ පාරිභාෂික පද (technical terms), නම්, ම නම් ආදී පද පිළිබඳව අපේක්ෂකයන් දැනුවත් කිරීම වැදගත් වේ.

- ⋆ තම විෂය දැනුම යාවත්කාලීන කර ගැනීමට හා සංවර්ධනය කර ගැනීමට ගුරුභවතුන් වග බලා ගත යුතුය.

- ⋆ සංයුක්ත ගණිතය වැනි විෂයයක් ඉගෙනීම විභාග කේන්ද්‍රීය නොවිය යුතු වුවත්, විභාගයේදී භාවිත කරනු ලබන ප්‍රශ්න පත්‍රවලින් ඉහළ ලකුණු ලැබීමට නම් මූලාකෘති ප්‍රශ්න මෙන්ම පෙර වර්ෂවල ප්‍රශ්න පත්‍ර හා ලකුණු දීමේ පටිපාටි පරිශීලනය කර, එක් එක් ප්‍රශ්නයට උපරිම ලකුණු හිමිවන පරිදි වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයිය යුත්තේ කෙසේ දැයි යන්න පිළිබඳව සිසුන් මනා අවබෝධයක් ලබා ගත යුතුය. මේ සඳහා සිසුනට මඟ පෙන්වීම ද ගුරු භවතුන්ගේ වගකීමක් ලෙස සැලකිය යුතුය.

- ⋆ වගු අංක 4ට අනුව, 21-30 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 4146ක් වන අතර එය මුළු අපේක්ෂකයන්ගෙන් 11.84%ක් නියෝජනය කරයි.

  ඉදිරි විභාගවලදී අපේක්ෂකයින් වැඩි දෙනකු ඉහළ ලකුණු මට්ටමකට ගෙන ඒම සඳහා,

  (i) අදාළ මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සරල මට්ටමේ සිට ක්‍රමයෙන් සංකීර්ණ මට්ටම කරා පිවිසෙන විධිමත් අභ්‍යාස කරා යොමු කිරීමත්,

  (ii) ස්වයං අධ්‍යයනය තුළින් තම දැනුම හා භාවිත කුසලතා වර්ධනය කර ගැනීමට යොමු කිරීමත්,

  පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය ආශ්‍රිතව ක්‍රියාත්මක කිරීම ඉතා ඵලදායී වනු ඇත.

- ⋆ විශේෂයෙන් සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ස්වයං අධ්‍යයනය ඉතා වැදගත් බවට අයදුම්කරුවන් දැනුවත් කරන්න. ආරම්භයේදී අවශ්‍ය මග පෙන්වීමත් සමඟ විභාගයට සැපයෙන මට්ටමේ ප්‍රශ්නවලට නිවැරදිව පිළිතුරු සැපයීමට ඔවුන් යොමු කරන්න.

- ⋆ අමතර විනාඩි 10 තුළ ප්‍රශ්න පත්‍රය සම්පූර්ණයෙන්ම කියවා පහසුතාව අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම සඳහා සිසු - සිසුවියන් දැනුවත් කිරීමට ගුරුවරුන් විසින් උපදෙස් දිය යුතුය.

- ⋆ විෂය නිර්දේශ, එයට ඇතුළත් මාතෘකා සහ වෙන් කර ඇති කාලච්ඡේද පිළිබඳ අවබෝධයක් සිසු - සිසුවියන්ට ආරම්භයේදීම ලබා දීම කළ යුතුයි.