අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2019

10 - සංයුක්ත ගණිතය II (A කොටස)

(පැරණි නිර්දේශය)

ලකුණු බෙදීයාම

II පත්‍රය

A කොටස : 10 × 25 = 250

B කොටස : 05 × 150 = 750

එකතුව = 1000 / 10

II පත්‍රය අවසාන ලකුණ = 100

- **B කොටස පැරණි නිර්දේශය හා නව නිර්දේශය යන දෙකටම පොදු වේ.**

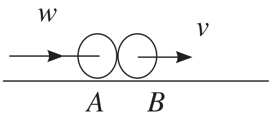
1. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A, B හා C අංශු තුනක් එම පිළිවෙළින්, සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇත. A අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි ය. A අංශුව සමග ගැටුන පසු, B අංශුව චලනය වී C අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසුව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B හා C අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය ද e වේ. B සමග ගැටුමෙන් පසුව C හි ප්‍රවේගය ලියා දක්වන්න.

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$, යෙදීමෙන්

A හා B (පළමු ගැටුමට) $\rightarrow$:

$$0 = mv + mw - mu \quad (5)$$

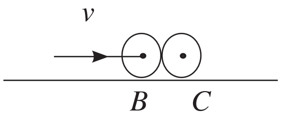


$$\Rightarrow v + w = u \text{ ——— (i)}$$

නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$$v - w = eu \text{ ——— (ii)} \quad (5)$$

$$\therefore \text{(i)} + \text{(ii)} \Rightarrow v = \frac{(1+e)}{2}u \quad (5)$$



$\therefore$ පළමු ගැටුමට පසුව B හි ප්‍රවේගය $= \dfrac{1}{2}(1+e)\,u.$

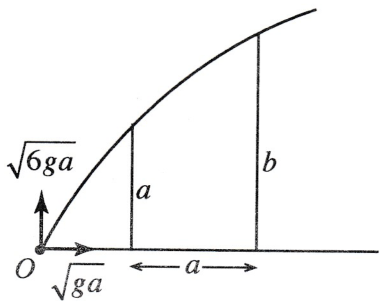
v මගින් u ප්‍රතිස්ථාපනය කිරීමෙන්, B සමග ගැටුමට පසුව C හි ප්‍රවේගය $= \dfrac{1}{2}(1+e)\,v$ (5)

$$= \frac{1}{4}(1+e)^2\,u \quad (5)$$

25

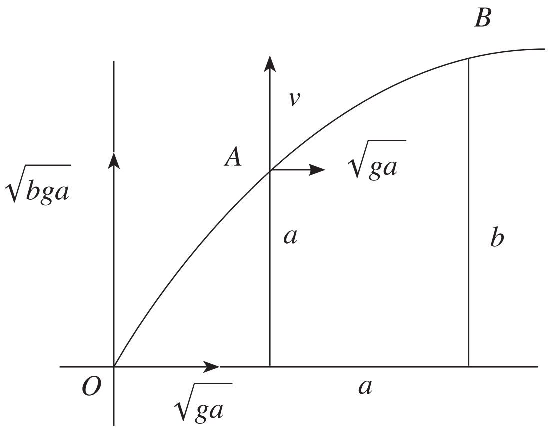
2. තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් $\sqrt{ga}$ හා $\sqrt{6ga}$ සහිත ප්‍රවේගයකින් තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, එකිනෙකට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස a හා b වූ සිරස් තාප්ප දෙකකට යාන්තමින් ඉහළින් අංශුව යයි. උස a වූ තාප්පය පසු කරන විට අංශුවේ ප්‍රවේගයෙහි සිරස් සංරචකය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න.

$b = \frac{5a}{2}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



අංශුව, උස a වූ තාප්පය පසුකර යනවිට, එහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචකය v යැයි සිතමු.

O සිට A දක්වා, $\uparrow$ $v^2 = u^2 + 2as$:



$v^2 = 6ga - 2g\,.\,a = 4ga$ (5)

$\therefore v = 2\sqrt{ga}$ (5)

අමතර T කාලයකට පසුව එය දෙවන බිත්තිය

පසු කර යයි නම්,

A සිට B දක්වා, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ හා $\uparrow$, යෙදීමෙන්

$a = \sqrt{ga}\,.\,T,$ (5)

හා $b - a = 2\sqrt{ga}\,.\,T - \frac{1}{2}gT^2$ (5)

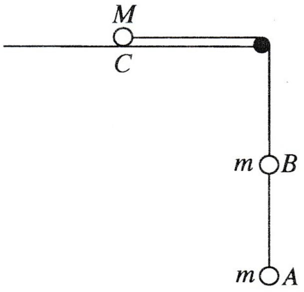
T ඉවත් කිරීමෙන්, $b - a = 2\sqrt{ga}\,.\sqrt{\frac{a}{g}} - \frac{1}{2}g.\,\frac{a}{g}$

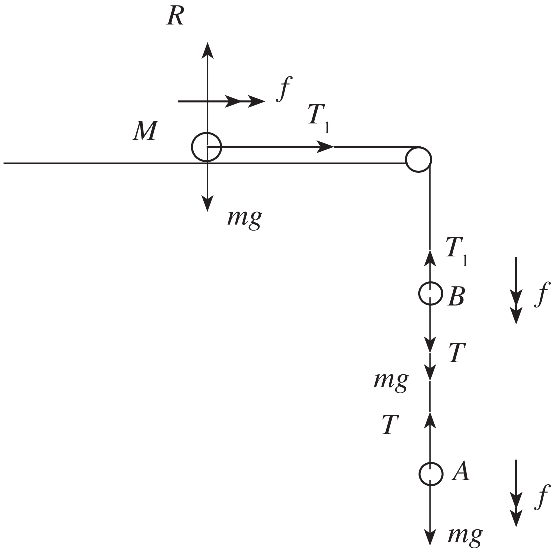
$\therefore\ b = a + 2a - \frac{a}{2}$

එනම්, $b = \frac{5a}{2}$ (5)

25

3. රූපයෙහි A, B හා C යනු ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, m හා M වූ අංශු වේ. A හා B අංශු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ C අංශුව, මේසයේ දාරයට සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යන තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් B ට ඈඳා ඇත. අංශු හා තන්තු සියල්ලම එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු නොබුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.





$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

A සඳහා $\downarrow$ $mg - T = mf$ (5)

B සඳහා $\downarrow$ $T + mg - T_1 = mf$, (5)

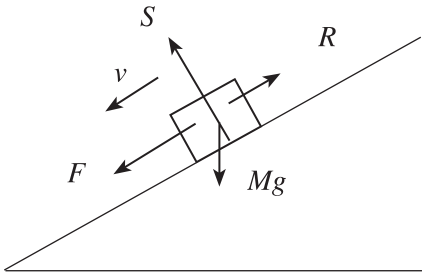
C සඳහා $\rightarrow$ $T_1 = Mf$ (5)

බල (5)

ත්වරණ (5)

25

4. ස්කන්ධය M kg හා P kW නියත ජවයකින් යුත් කාරයක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ පහළට චලනය වේ. එහි චලිතයට $R\,(> Mg\sin\alpha)$ N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එක්තරා මොහොතක දී කාරයේ ත්වරණය a ms^{-2} වේ. මෙම මොහොතේ දී කාරයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
මාර්ගය දිගේ පහළට කාරයට චලනය විය හැකි නියත වේගය $\dfrac{1000P}{R-Mg\sin\alpha}$ ms^{-1} බව **අපෝහනය** කරන්න.



කාරයෙහි වේගය $v\ ms^{-1}$ වන විට,

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000\,P}{v}$ (5)

ත්වරණය $a\ ms^{-2}$ වන මොහොතේ දී,

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

↙ $F + Mg\sin\alpha - R = Ma.$ (10)

$$\Rightarrow \frac{1000\,P}{v} + Mg\sin\alpha - R = Ma$$

$$\therefore\ v = \frac{1000\,P}{R - Mg\sin\alpha + Ma}$$ (5)

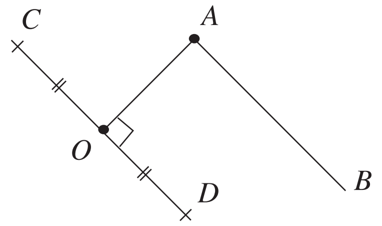
කාරය නියත වේගයෙන් චලනය වන විට $a = 0$ වන අතර නියත වේගයේ අගය

$$v = \frac{1000\,P}{R - Mg\sin\alpha}.$$ (5)

25

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i}-\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \frac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \frac{1}{3}AB$ වන පරිදි වූ C හා D ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

සටහන :



$$\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i}+\mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = 3\mathbf{i}-\mathbf{j}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -(2\mathbf{i}+\mathbf{j}) + (3\mathbf{i}-\mathbf{j})$$

$$= \mathbf{i} - 2\mathbf{j} \quad (5)$$

$$\therefore AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$\overrightarrow{OC} = xi + yi$ යැයි ගනිමු.

$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OC}$ නිසා, $(2i + j) + (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = 0$

$$\therefore y = -2x \quad (5)$$

$OC = \frac{1}{3}AB$ නිසා, $\sqrt{x^2 + 4x^2} = \frac{1}{3}\sqrt{5}$ (5)

$$\therefore x^2 = \frac{1}{9}.$$

මෙම සමීකරණ D හි ඛණ්ඩාංක සඳහා ද වලංගු වේ.

එම නිසා, $x = \pm\frac{1}{3}$

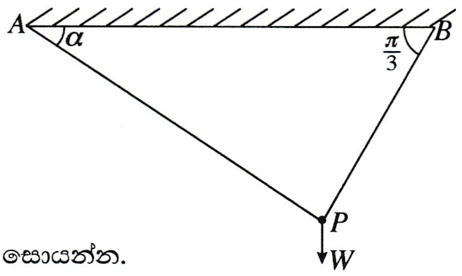
$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{3} \\ y &= -\frac{2}{3} \end{aligned}\right\} (5) \qquad \left.\begin{aligned} x &= -\frac{1}{3} \\ y &= \frac{2}{3} \end{aligned}\right\} (5)$$

එම නිසා, C හා D හි පිහිටුම් දෛශික වන්නේ, $\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j}$ හා $-\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j}$ වේ.

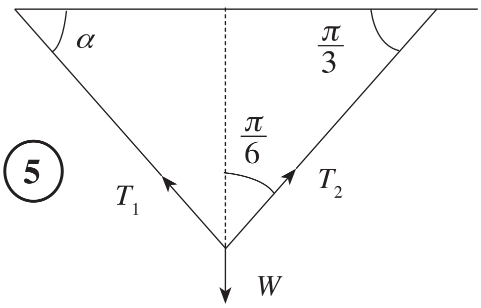
25

6. තිරස සමග පිළිවෙළින් α හා $\frac{\pi}{3}$ කෝණ සාදන AP හා BP සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් තිරස් සිවිලිමකින් එල්ලා ඇති බර W වූ P අංශුවක්, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. AP තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, මෙම ආතතියේ අවම අගයත් එයට අනුරූප α හි අගයත් සොයන්න.



ලාමි ප්‍රමේයයෙන්,



$$\frac{T_1}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{W}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha+\frac{\pi}{6}\right)} \quad (10)$$

$$\therefore T_1 = \frac{W}{2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)} \quad (5)$$

එම නිසා AP හි T_1 ආතතියේ අවම අගය $= \frac{W}{2}$ වන අතර T_1 හි අවමයට අනුරූප α හි අගය

$\alpha = \frac{\pi}{6}$ වේ. (5)

25

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{5}$ හා $P(A'\cap B)=\frac{1}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A'\cap B')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' වලින් පිළිවෙළින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වේ.

$$P(B) = P\big((A\cap B)\cup(A'\cap B)\big) = P(A\cap B)+P(A'\cap B) \quad (5)$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{1}{10}.$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

$$P(A'\cap B') = P\left((A\cup B)'\right)$$

$$= 1 - P(A\cup B) \quad (5)$$

$$= 1 - [\,P(A)+P(B)-P(A\cap B)\,] \quad (5)$$

$$= 1 - [\tfrac{3}{5}+\tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{5}]$$

$$= 1 - \frac{7}{10}$$

$$\therefore P(A'\cap B') = \frac{3}{10} \quad (5)$$

25

8. මල්ලක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින් ම සමාන වූ රතු බෝල 3 ක් හා කළු බෝල 6 ක් අඩංගු වේ. වරකට එක බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව, බෝල දෙකක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. දෙවනුව ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

දෙවනුව ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය කළු පාට එකක් බව දී ඇති විට පළමුව ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය රතු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

P (ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු පාට වීම)

$=$ P (1 වන බෝලය රතු පාට හා 2 වන බෝලය කළු පාට) $+$ P (1 වන බෝලය කළු පාට හා 2 වන බෝලය කළු පාට) **(5)**

$$= \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} + \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \quad \textbf{(5)}$$

$$= \frac{2}{3} \quad \textbf{(5)}$$

P (1 වන බෝලය රතු පාට | 2 වන බෝලය කළු පාට)

$=$ $\dfrac{P\text{ (1 වන බෝලය රතු පාට හා 2 වන බෝලය කළු පාට)}}{P\text{ (2 වන බෝලය කළු පාට)}}$ **(5)**

$$= \frac{\frac{3}{9} \times \frac{6}{8}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{8} \quad \textbf{(5)}$$

25

9. එක එකක් 5 ට අඩු ධන නිඛිල පහකට මාතයන් දෙකක් ඇති අතර ඉන් එකක් 3 වේ. ඒවායේ මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය යන දෙකම 3 ට සමාන වේ. මෙම නිඛිල පහ සොයන්න.

මධ්‍යස්ථය = 3 හා ප්‍රභින්න මාත දෙකක් සහිතව පහට අඩු සංඛ්‍යා පහක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට පහත දැක්වෙන ආකාර දෙකකි.

$a, a, 3, 3, 4$ (5)

$b, 3, 3, 4, 4$ (5)

මධ්‍යන්‍යය 3 බැවින් ඒවායේ ඓක්‍යය 15 වේ.

එවිට $2a + 10 = 15$; $a = \frac{5}{2}$, # (5)

හෝ $b + 14 = 15$; $b = 1$. (5)

$\therefore$ සංඛ්‍යා පහ වන්නේ 1, 3, 3, 4, 4 (5)

25

10. පහත වගුවෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් දෙනු ලැබේ:

අගයන්ගේ පරාසය	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20
සංඛ්‍යාතය	8	10	7	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය සොයන්න.

ඉහත ව්‍යාප්තියේ එක් එක් අගය k නියතයකින් ගුණකර ඉන්පසු එයට 7 ක් එකතුකර ලැබෙන අගයන්ගේ ව්‍යාප්තියේ මාතය 21 කි. k හි අගය සොයන්න.

$$M = L_M + C\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)$$

$$= 5 + 5\left(\frac{2}{2+3}\right) \quad (10)$$

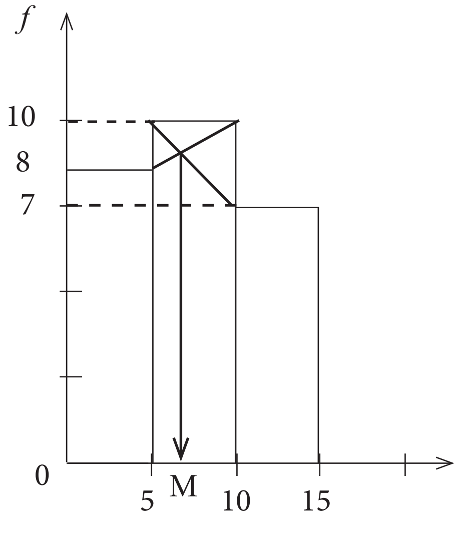
$$= 7 \quad (5)$$

නව මාතය 21 කි.

$\therefore 21 = k(7) + 7$ (5)

$\therefore k = 2$ (5)

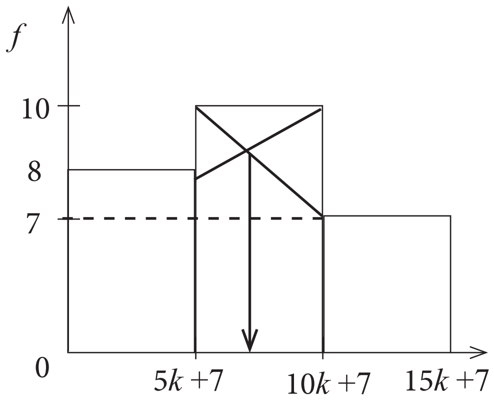
Aliter



M - Mode

$$\left(\frac{M-5}{10-8}\right) = \left(\frac{10-M}{10-7}\right) \quad (10) \Rightarrow M = 7 \quad (5)$$

Aliter



$$\frac{21-(5k+7)}{10-8} = \frac{(10k+7)-21}{10-7} \quad (5)$$

$$\Rightarrow k = 2 \quad (5)$$

25