අ.පො.ස (උ.පෙළ) විභාගය - 2014

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

Curriculum
Assessment
&
Evaluation
Teaching
Learning
N E T S

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2014

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

Curriculum
Assessment
&
Evaluation
Teaching Learning
N E T S

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

සංයුක්ත ගණිතය

ඇගයීම් වාර්තාව - අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2014

මූල්‍ය අනුග්‍රහය

අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල්
පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය
(TSEP-WB) මගිනි.

හැඳින්වීම

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය, ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනයේ අවසාන සහතිකකරණ විභාගයයි. ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනය අවසානයේ සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම සහතික කිරීම මෙම විභාගයේ ප්‍රධාන අරමුණ වුව ද ජාතික විශ්වවිද්‍යාලවලට, වෙනත් උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය පුහුණු ආයතනවලට මෙන් ම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨවලට සුදුස්සන් තෝරා ගැනීම ද මෙම විභාගයේ ප්‍රතිඵල මත සිදු කෙරෙන බැවින් සාධන පරීක්ෂණයක් වශයෙන් මෙන්ම තේරීමේ පරීක්ෂණයක් වශයෙන් ද අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය, ඉතා වැදගත් තත්ත්වයක් උසුලයි. එමෙන්ම තෘතීයික මට්ටමේ රැකියා සඳහා ද ප්‍රවේශ සුදුසුකම් සහතික කෙරෙන විභාගයක් වශයෙන් මෙය පිළිගැනේ. 2014 වර්ෂයේ දී මෙම විභාගය සඳහා නව නිර්දේශය යටතේ 207304 ක් පාසල් අයදුම්කරුවෝ ද 40072 ක් පෞද්ගලික අයදුම්කරුවෝ ද පෙනී සිටියහ.

මෙම විභාගයෙන් උසස් සාධන මට්ටමක් ලබා ගැනීම සඳහා සිසුහු ද ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා සපුරාලීම සඳහා ගුරුවරු හා දෙමව්පියෝ ද දැඩි වෙහෙසක් දරති. මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස්කර ඇත්තේ ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා ඉටුකරගැනීම පිණිස ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ සහාය දීමක් වශයෙනි. මෙම ඇගයීම් වාර්තාවේ ඇතුළත් තොරතුරු විභාග අපේක්ෂකයින්ට, ගුරු භවතුන්ට, විදුහල්පතිවරුන්ට, ගුරු උපදේශක මහත්ම මහත්මීන්ට, විෂයභාර අධ්‍යක්ෂවරුන්ට, දෙගුරුන්ට හා අධ්‍යාපන පර්යේෂකයින්ට එක සේ ප්‍රයෝජනවත් වනු නොඅනුමාන ය. එබැවින් මෙම වාර්තාව වැඩි පිරිසකගේ පරිශීලනය සඳහා යොමු කිරීම වඩාත් සුදුසු වේ.

මෙම ඇගයීම් වාර්තාව, I, II හා III යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි විෂයය අභිමතාර්ථ හා විෂයය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ I කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව, ඔවුන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, දිස්ත්‍රික් මට්ටමින් පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව ලකුණු ව්‍යාප්තිය යන විෂයය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු ද සංයුක්ත ගණිතය විෂයයේ I හා II පත්‍රවල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය, එම ප්‍රශ්නවලට හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය සවිස්තරාත්මකව දැක්වෙන විෂයය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණයක් ද අන්තර්ගත වේ. අ.පො.ස.(උ.පෙළ) 2014 විභාගයේ සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න හා එම ප්‍රශ්නවලට අයදුම්කරුවන් පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ II කොටසෙහි අඩංගු වෙයි. ඒ යටතේ I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා සංවර්ධනාත්මක යෝජනා අන්තර්ගත වේ.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව මගින් උත්තර පත්‍ර ඇගයීමේ නිරත වූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන් විසින් ඉදිරිපත් කරනු ලබන තොරතුරු, නිරීක්ෂණ, අදහස් හා යෝජනා ද සම්භාව්‍ය පරීක්ෂණ න්‍යාය (Classical Test Theory) හා අයිතම ප්‍රතිචාර න්‍යාය (Item Response Theory) යොදාගනිමින් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාර විශ්ලේෂණය මගින් ලබාගත් තොරතුරු ද මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස් කිරීම සඳහා පදනම් කරගෙන ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍රවල එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී අපේක්ෂකයන් සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු ද ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් කාර්යය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා ද මෙම වාර්තාවෙහි III කොටසෙහි ඇතුළත් කර ඇත. විවිධ නිපුණතා හා එම නිපුණතා මට්ටම්වලට ළඟාවීම සඳහා ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සංවිධානය කරගත යුතු ආකාරය පිළිබඳ ව මෙයින් මහත් පිටිවහලක් ලැබෙනු ඇතැයි සිතමි.

ඉදිරියේ දී සම්පාදනය කරනු ලබන ඇගයීම් වාර්තාවල ගුණාත්මක වර්ධනයක් ඇති කිරීම සඳහා ඵලදායී අදහස් හා යෝජනා අප වෙත යොමුකරන ලෙස කාරුණික ව ඉල්ලමි.

මෙම වාර්තාව සැකසීම සඳහා අවශ්‍ය තොරතුරු සැපයූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන පරීක්ෂකවරුන්ට හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන්ටත්, උනන්දුවෙන් හා සක්‍රීයව දායක වූ සැකසුම් කමිටු සාමාජිකයින්ටත්, වගකීමෙන් කටයුතු කළ ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන්ට හා මෙම කාර්ය සඳහා මූල්‍ය අනුග්‍රහය දැක්වූ අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල් පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය (TSEP-WB) ටත් මාගේ හෘදයාංගම ස්තුතිය පළ කරමි.

ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර
විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්

2016 දෙසැම්බර් 01
පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
පැලවත්ත, බත්තරමුල්ල.

උපදේශකත්වය	:	ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්
මෙහෙයවීම හා සංවිධානය	:	ගයාත්‍රි අබේගුණසේකර විභාග කොමසාරිස් (පර්යේෂණ හා සංවර්ධන)
සම්බන්ධීකරණය	:	ජේ.ඒ.ජේ.ආර්. ජයකොඩි සහකාර විභාග කොමසාරිස්
සංස්කරණය	:	ආචාර්ය ජී.එච්. ජයන්ත ලානෙල් ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත විද්‍යා අධ්‍යයනාංශය ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය ජී.ජේ.කේ. සිල්වා ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත විද්‍යා අධ්‍යයනාංශය ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය ජේ.ඒ.ජේ.ආර්. ජයකොඩි සහකාර විභාග කොමසාරිස්
සැකසුම් කමිටුව	:	ආර්.ඒ. සෙනෙහෙලතා සහකාර විදුහල්පති කු/ගිරි/ සඳලංකාව ජාතික පාසල සඳලංකාව සී. බමුණුගේ ගුරු සේවය I ඩී.එස්. සේනානායක විද්‍යාලය කොළඹ 07 එන්.එම්. මිස්බා ගුරු සේවය I මහ/ උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර
පරිගණක පිටපත සැකසුම	:	ඩබ්ලිව්.ඒ.ඩී. චතුරිකා දිසානායක දත්ත සටහන් ක්‍රියාකරු
පිටකවරය නිර්මාණය	:	වයි.එස්. අනුරාධි සංවර්ධන නිලධාරි

ඇතුළත පිටු

පිටු අංකය

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1 විෂය අභිමතාර්ථ 1

1.2 විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 2

1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව 4

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 5

1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 6

1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 6

1.3.4 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 7

1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 8

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 9

1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 10

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 10

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 11

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 12

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1 I පත්‍රයේ ව්‍යුහය 13

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 14

2.1.3 I පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 17

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II පත්‍රයේ ව්‍යුහය 54

2.2.2 II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 55

2.2.3 II පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 57

III කොටස

3. පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා

3.1 පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු 94

3.2 ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා 96

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1. විෂය අභිමතාර්ථ

- ★ ගණිතය වැඩිදුර අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා සිසුනට මූලික ගණිතමය කුසලතා ලබාදීම
- ★ ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පක්‍රම පිළිබඳ අත්දැකීම් සිසුනට ලබාදීම
- ★ ගණිතමය තාර්කික චින්තනය පිළිබඳ සිසුන්ගේ ශිෂ්‍ය සම්ප්‍රජානනය වැඩිදියුණු කිරීම
- ★ ගණිතය ඉගෙනීම සඳහා සිසුන් අභිප්‍රේරණය කිරීම

සටහන :

මෙම විෂය නිර්දේශය මගින් ගණිතමය දැනුම වැඩිදියුණු කිරීම පමණක් නොව එදිනෙදා ජීවිතයේදී ගණිතමය දැනුම භාවිත කිරීමේ කුසලතා වැඩිදියුණු කිරීම ද චරිත සංවර්ධනය ද අපේක්ෂා කෙරේ.

1.2. විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව

මාධ්‍යය	පාසල්	පෞද්ගලික	එකතුව
සිංහල	23354	4711	28065
දෙමළ	3638	579	4217
ඉංග්‍රීසි	1400	199	1599
එකතුව	**28392**	**5489**	**33881**

වගුව 1

1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය

ශ්‍රේණිය	පාසල් අයදුම්කරුවන්		පෞද්ගලික අයදුම්කරුවන්		එකතුව	ප්‍රතිශතය
	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය		
A	1473	5.19	239	4.35	1712	5.05
B	2091	7.36	491	8.95	2582	7.62
C	4231	14.90	947	17.25	5178	15.28
S	6859	24.16	1459	26.58	8318	24.55
F	13738	48.39	2353	42.87	16091	47.49
එකතුව	**28392**	**100.00**	**5489**	**100.00**	**33881**	**100.00**

වගුව 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව

දිස්ත්‍රික්කය	පෙනී සිටි සංඛ්‍යාව	විශිෂ්ට සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (A) ලැබූ		අධි සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (B) ලැබූ		සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (C) ලැබූ		සාමාන්‍ය සාමර්ථ්‍යය (S) ලැබූ		සමත් (A+B+C+S)		අසමත් (F)	
		සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%
1. කොළඹ	3197	172	5.38	235	7.35	457	14.29	741	23.18	1605	50.20	1592	49.80
2. ගම්පහ	1735	63	3.63	76	4.38	182	10.49	399	23.00	720	41.50	1015	58.50
3. කළුතර	916	25	2.73	36	3.93	104	11.35	217	23.69	382	41.70	534	58.30
4. මහනුවර	1122	59	5.26	55	4.90	161	14.35	226	20.14	501	44.65	621	55.35
5. මාතලේ	251	4	1.59	13	5.18	25	9.96	52	20.72	94	37.45	157	62.55
6. නුවරඑළිය	331	10	3.02	23	6.95	50	15.11	57	17.22	140	42.30	191	57.70
7. ගාල්ල	1163	57	4.90	82	7.05	180	15.48	266	22.87	585	50.30	578	49.70
8. මාතර	981	77	7.85	73	7.44	151	15.39	221	22.53	522	53.21	459	46.79
9. හම්බන්තොට	639	37	5.79	48	7.51	100	15.65	161	25.20	346	54.15	293	45.85
10. යාපනය	776	70	9.02	81	10.44	128	16.49	215	27.71	494	63.66	282	36.34
11. කිලිනොච්චි	64	7	10.94	4	6.25	8	12.50	21	32.81	40	62.50	24	37.50
12. මන්නාරම	55	0	0.00	1	1.82	5	9.09	14	25.45	20	36.36	35	63.64
13. වව්නියාව	115	8	6.96	12	10.43	20	17.39	28	24.35	68	59.13	47	40.87
14. මුලතිව්	65	0	0.00	0	0.00	6	9.23	13	20.00	19	29.23	46	70.77
15. මඩකලපුව	260	16	6.15	19	7.31	37	14.23	77	29.62	149	57.31	111	42.69
16. අම්පාර	443	11	2.48	17	3.84	44	9.93	119	26.86	191	43.12	252	56.88
17. ත්‍රිකුණාමලය	154	10	6.49	7	4.55	20	12.99	29	18.83	66	42.86	88	57.14
18. කුරුණෑගල	1276	43	3.37	46	3.61	128	10.03	247	19.36	464	36.36	812	63.64
19. පුත්තලම	402	12	2.99	26	6.47	58	14.43	76	18.91	172	42.79	230	57.21
20. අනුරාධපුරය	424	10	2.36	9	2.12	43	10.14	90	21.23	152	35.85	272	64.15
21. පොළොන්නරුව	179	3	1.68	3	1.68	11	6.15	28	15.64	45	25.14	134	74.86
22. බදුල්ල	590	31	5.25	31	5.25	74	12.54	143	24.24	279	47.29	311	52.71
23. මොනරාගල	153	5	3.27	5	3.27	14	9.15	34	22.22	58	37.91	95	62.09
24. රත්නපුරය	626	17	2.72	32	5.11	78	12.46	147	23.48	274	43.77	352	56.23
25. කෑගල්ල	568	14	2.46	24	4.23	59	10.39	144	25.35	241	42.43	327	57.57
සමස්ත දිවයින	**16485**	**761**	**4.62**	**958**	**5.81**	**2143**	**13.00**	**3765**	**22.84**	**7627**	**46.27**	**8858**	**53.73**

වගුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව

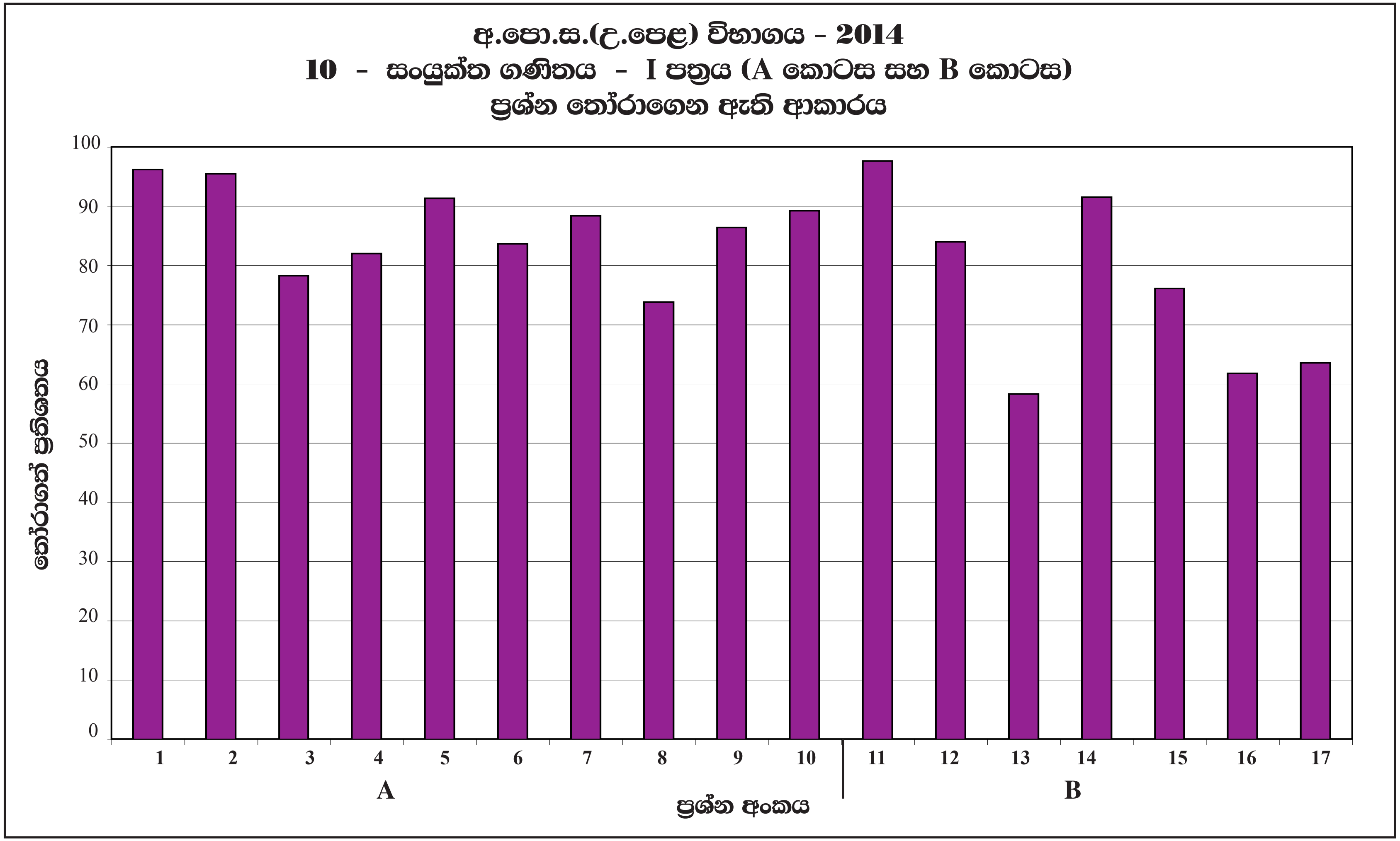
පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය
91 - 100	57	0.17	33881	100.00
81 - 90	444	1.31	33824	99.83
71 - 80	1429	4.22	33380	98.52
61 - 70	2364	6.98	31951	94.30
51 - 60	3475	10.26	29587	87.33
41 - 50	4559	13.46	26112	77.07
31 - 40	5462	16.12	21553	63.61
21 - 30	5764	17.01	16091	47.49
11 - 20	5180	15.29	10327	30.48
01 - 10	4626	13.65	5147	15.19
00 - 00	521	1.54	521	1.54

වගුව 4

ඉහත වගුවෙහි දැක්වෙන දත්ත අනුව, මෙම විෂයය සඳහා 31 - 40 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 5462කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 16.12%කි. ලකුණු 40 හෝ ඊට අඩුවෙන් ලබා ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 21553කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 63.61% කි.

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A හා B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

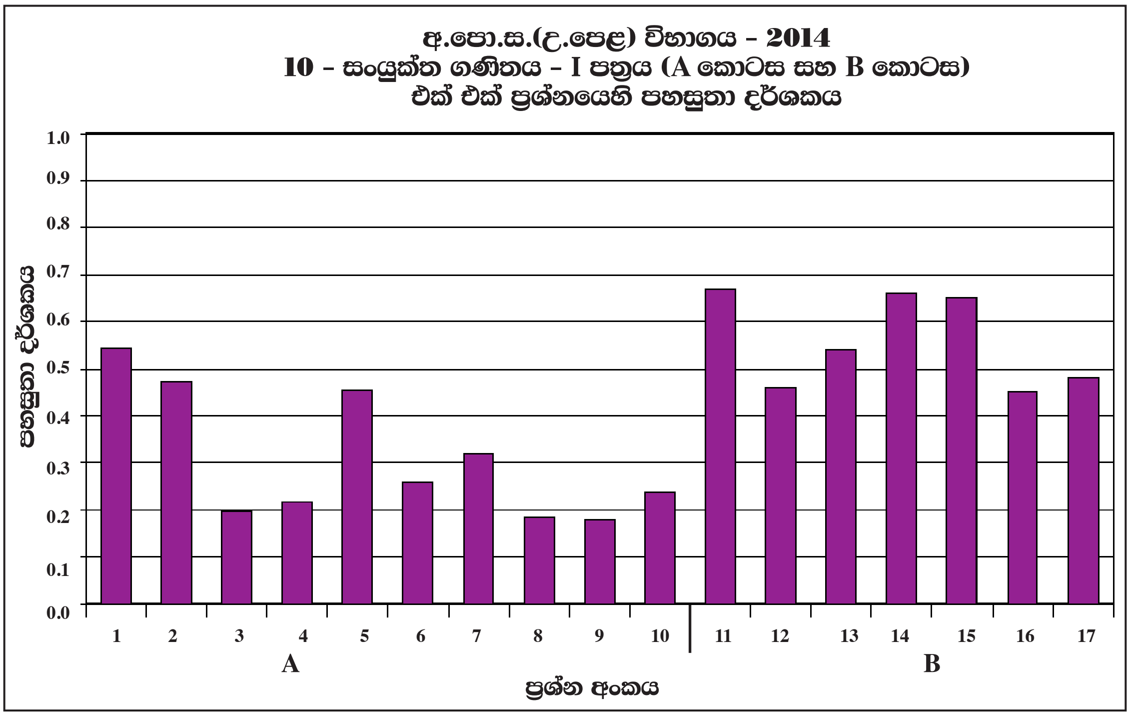


ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

I පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, පළමුවන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 96% ක් පමණි. වැඩිම ප්‍රතිශතයක් වන 98% ක් පිළිතුරු සැපයීම සඳහා 11 වන ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇත. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 13 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 58% ක් පමණි.

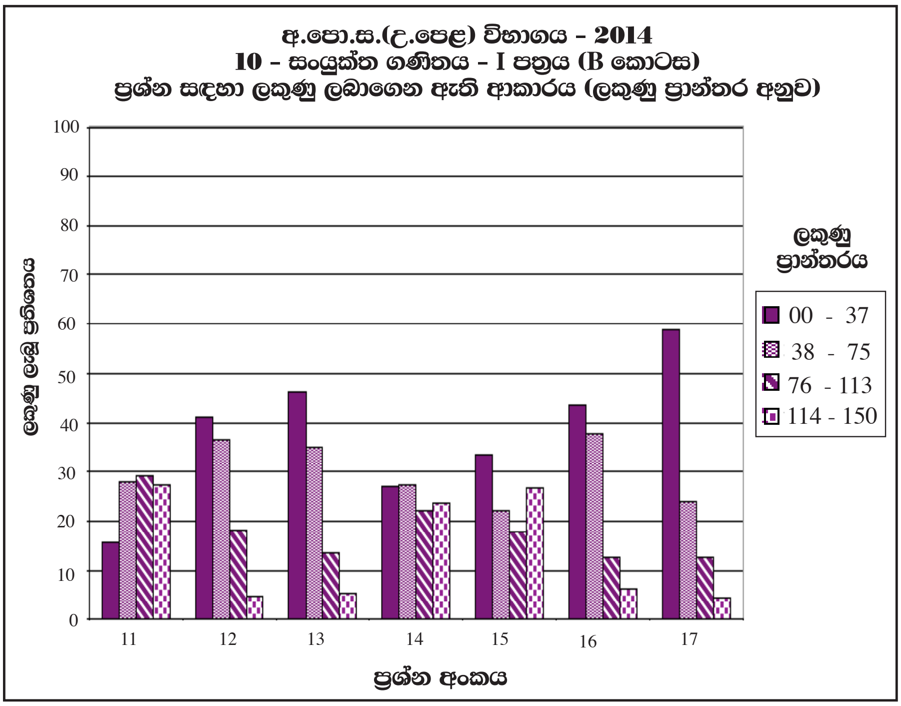
1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 2 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව, මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 11 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 68% ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 9 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 18% ක් පමණ වේ.

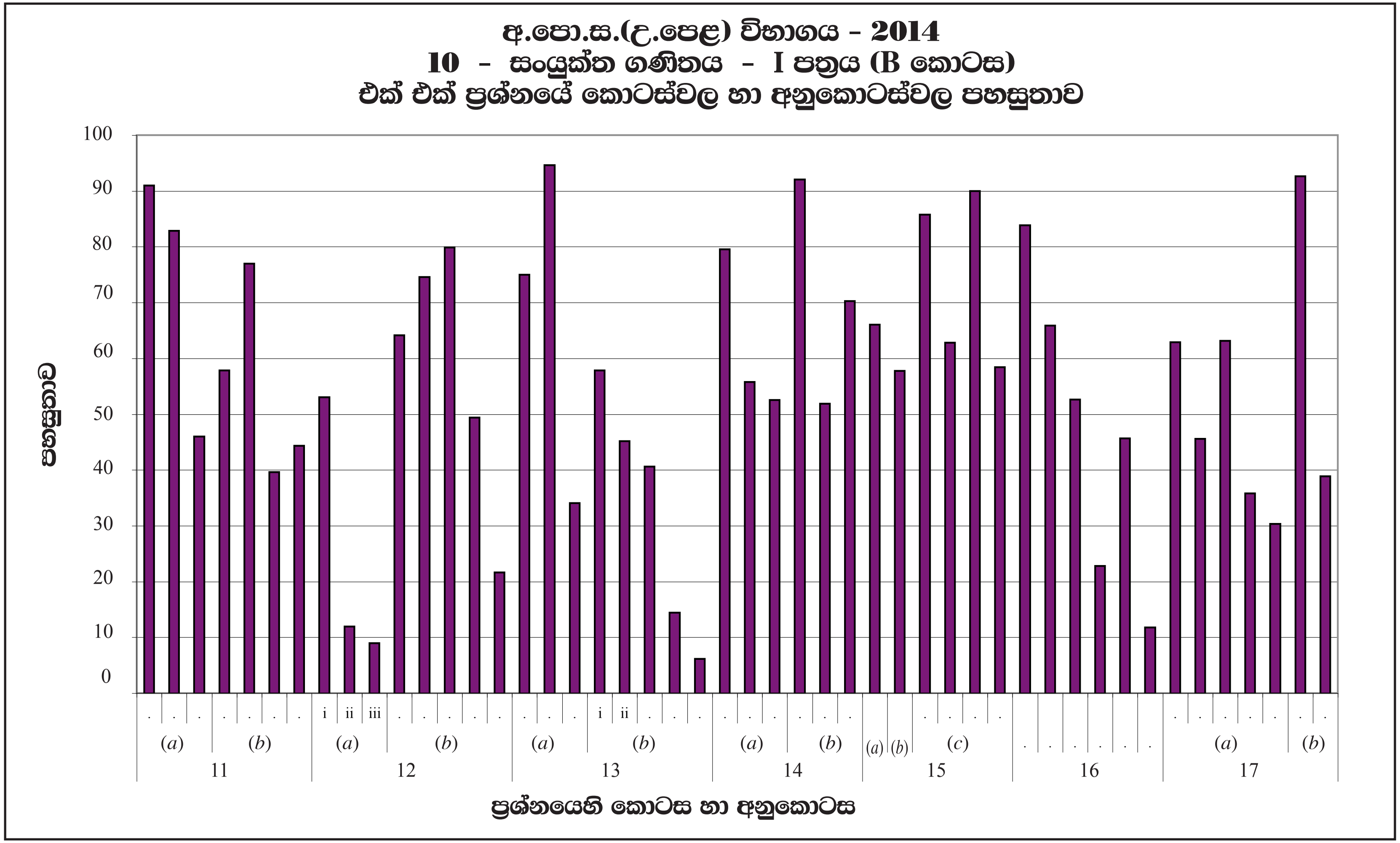
1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත. මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 27%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 29%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 28% ක් පමණ ද, 0-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 16%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 3 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

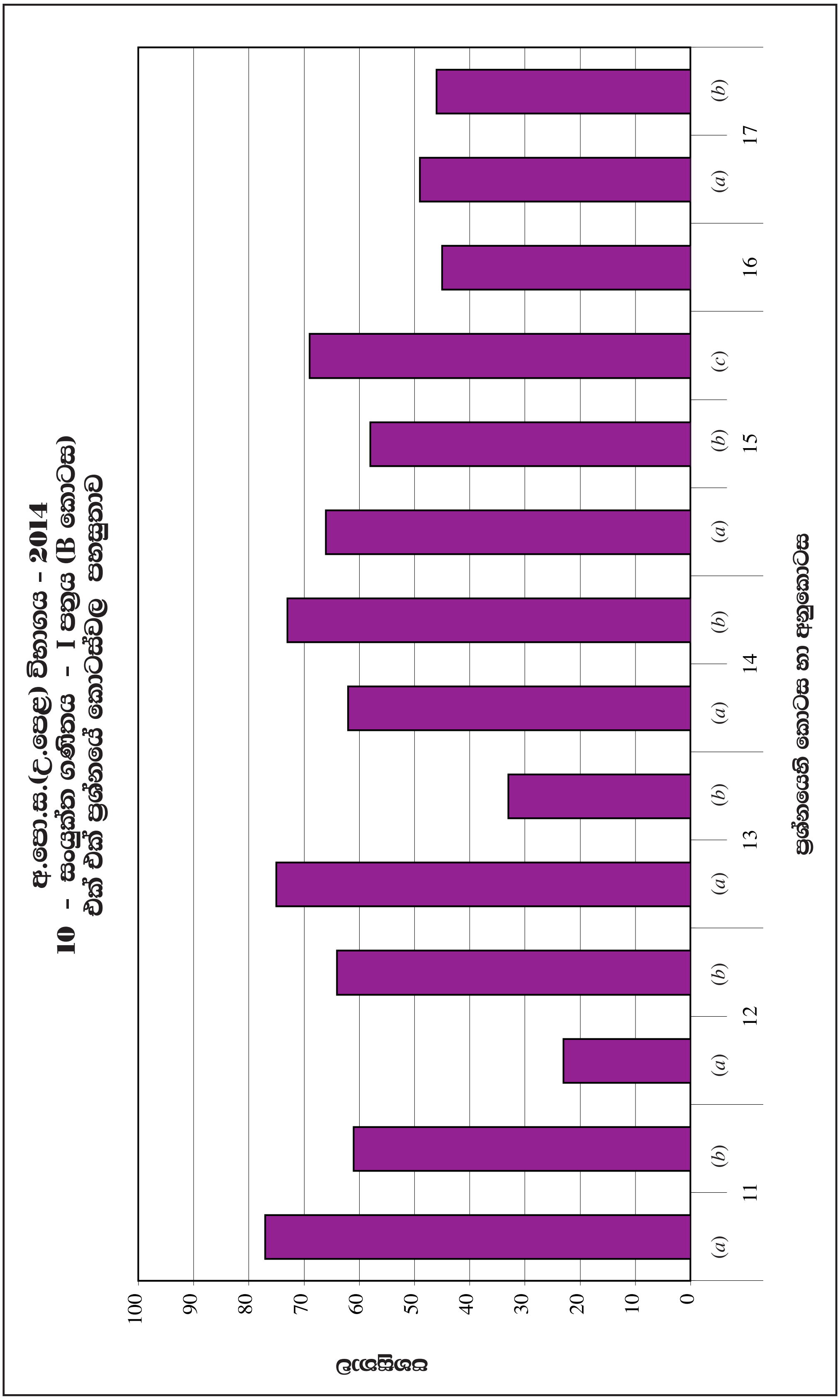
1.3.4 I පත්‍රයෙහි **B** කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 4 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (*a*) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 91% ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (*a*) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 83% ක් පමණ වේ.

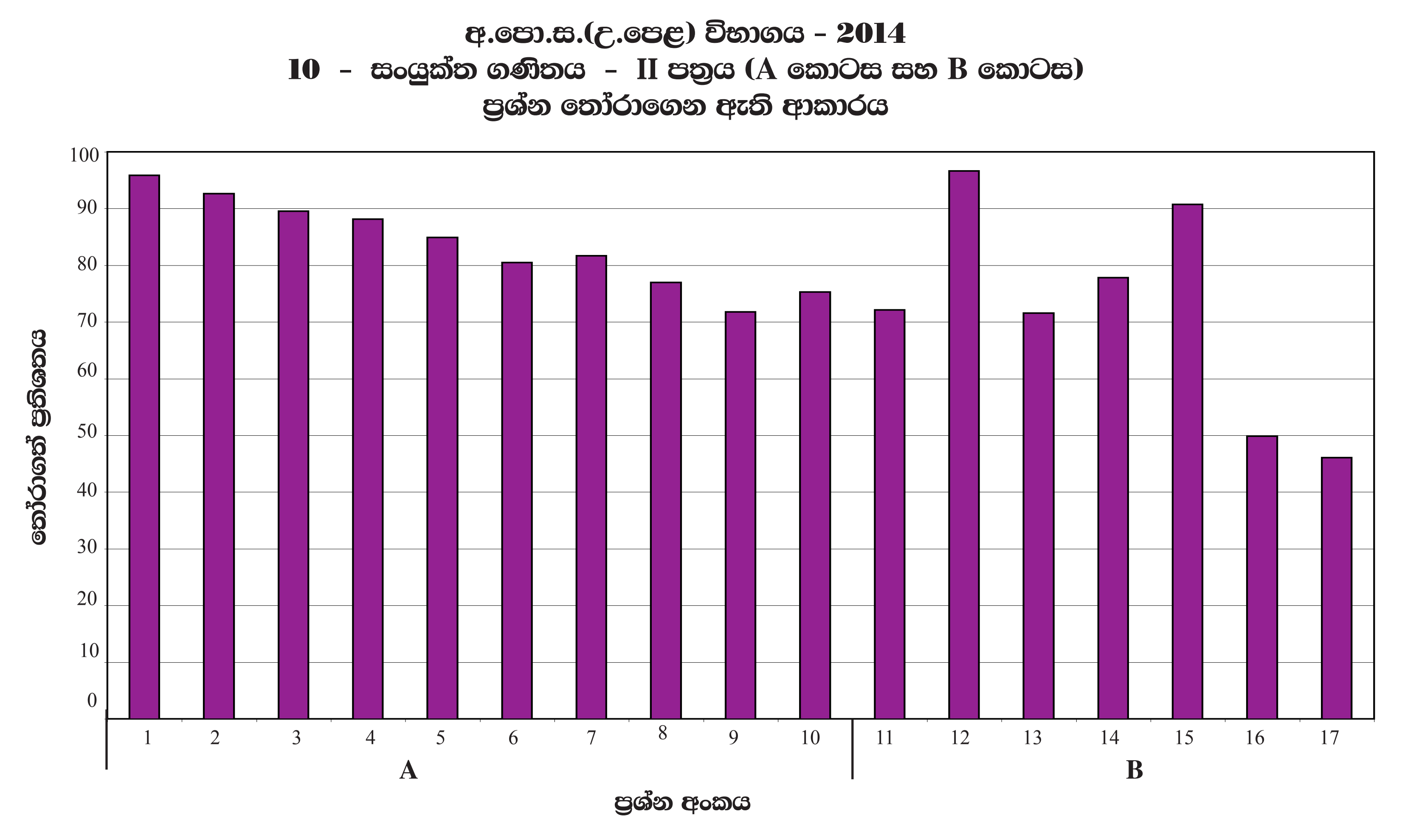
1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 5 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (*a*) කොටසට වැඩිම පහසුතාව වන 77% ක් ද 12 වන ප්‍රශ්නයේ (*a*) කොටසට අඩුම පහසුතාව වන 23% ක් ද ලබා ඇත.

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

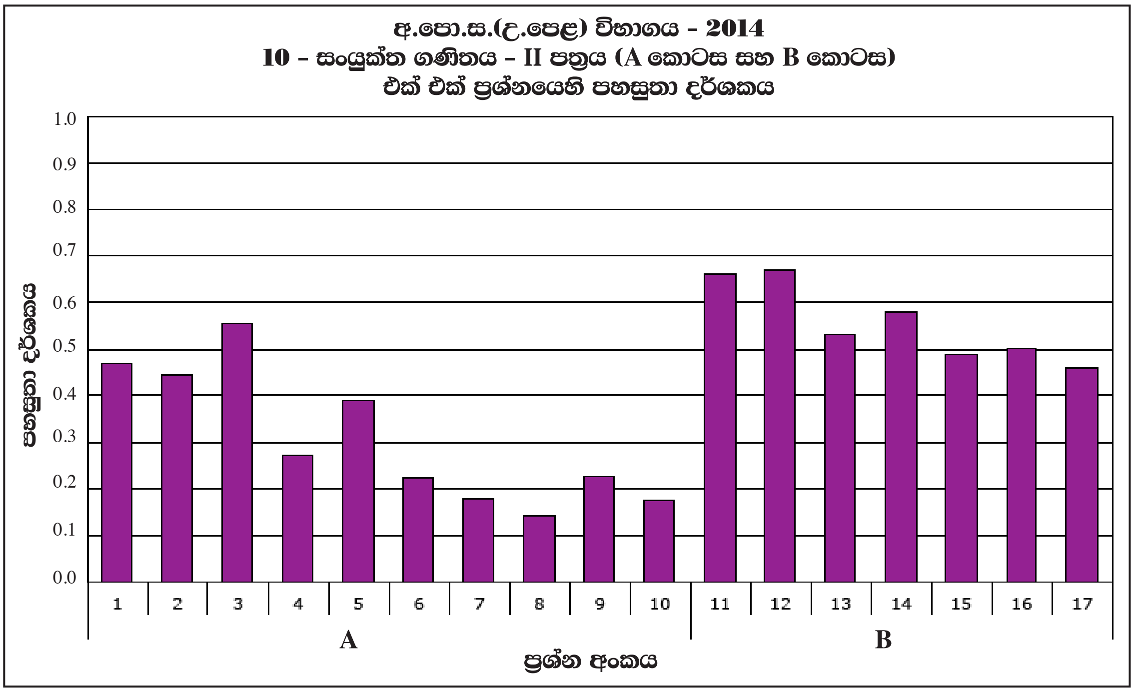


ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

II පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, පළමුවන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 96% ක් පමණි. වැඩිම ප්‍රතිශතයක් වන 97% ක් පිළිතුරු සැපයීම සඳහා 12 වන ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇත. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 46% ක් පමණි.

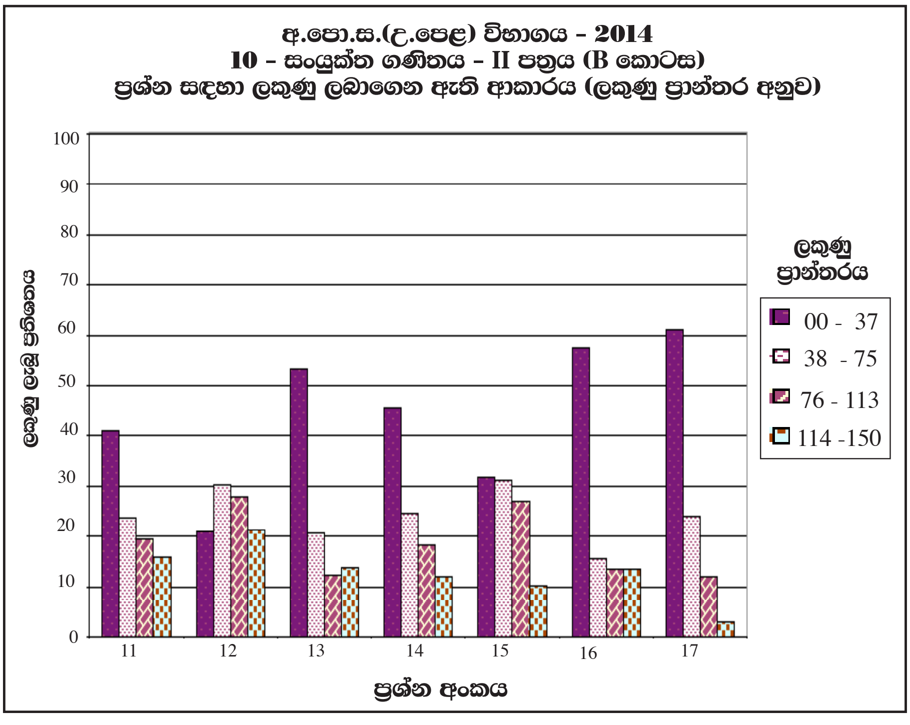
1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 7 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 12වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 67% ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 8වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 14% ක් පමණ වේ.

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය

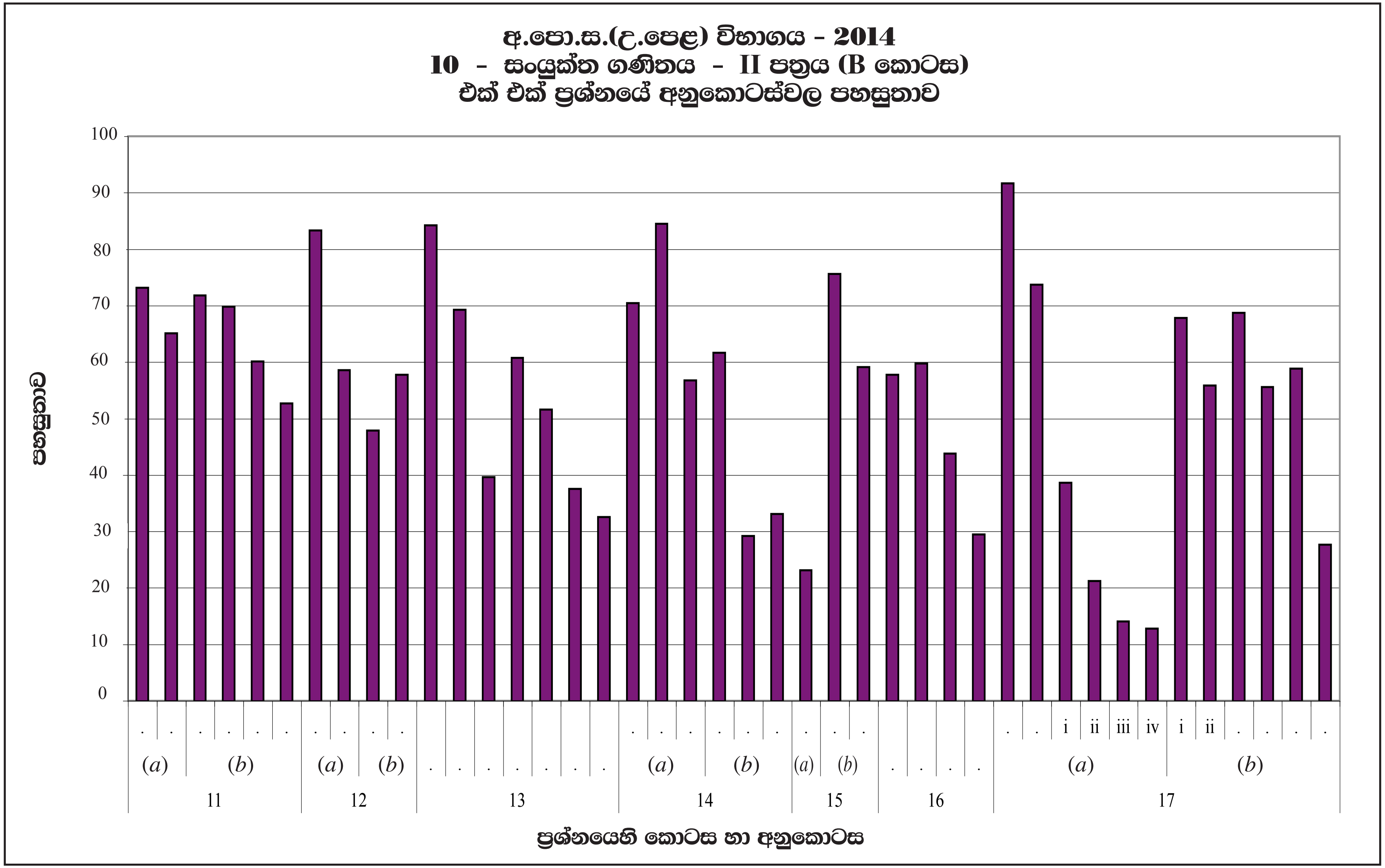


මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත.

මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 16%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 19%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 24%ක් පමණ ද, 00-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 41%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 8 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

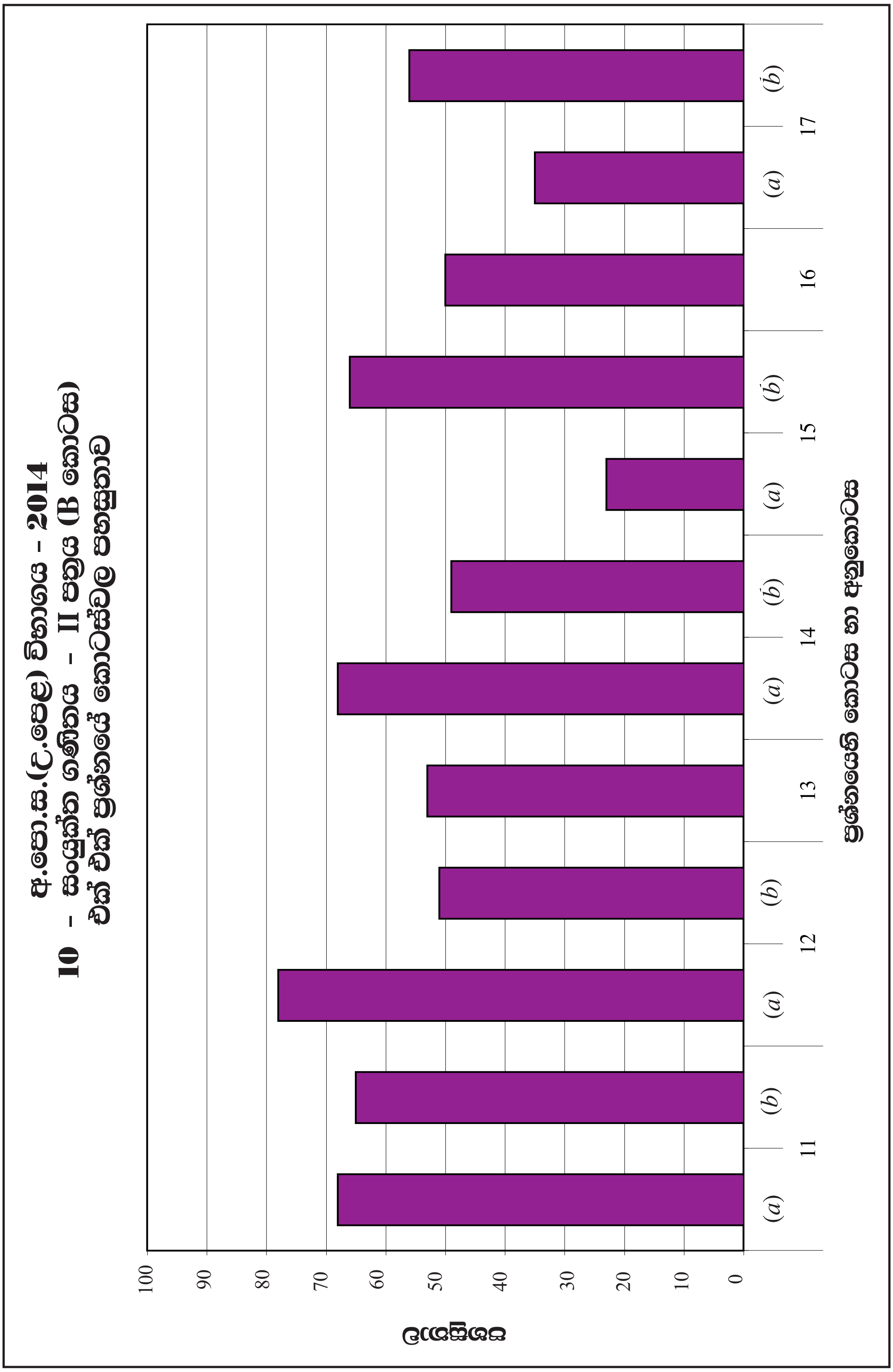


ප්‍රස්තාරය 9 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් තොරතුරු ලබා ගන්නා ආකාරය පහත සඳහන් උදාහරණයෙන් පෙන්වා දී ඇත.

උදා: 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (*a*) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 73% ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (*a*) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 65% ක් පමණ වේ.

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 10 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

12 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසට වැඩිම පහසුතාව වන 78% ක් වන අතර 15 වන ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසට අඩුම පහසුතාව වන 23%ක් ද ලබාගෙන ඇත.

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1. I පත්‍රයේ ව්‍යුහය

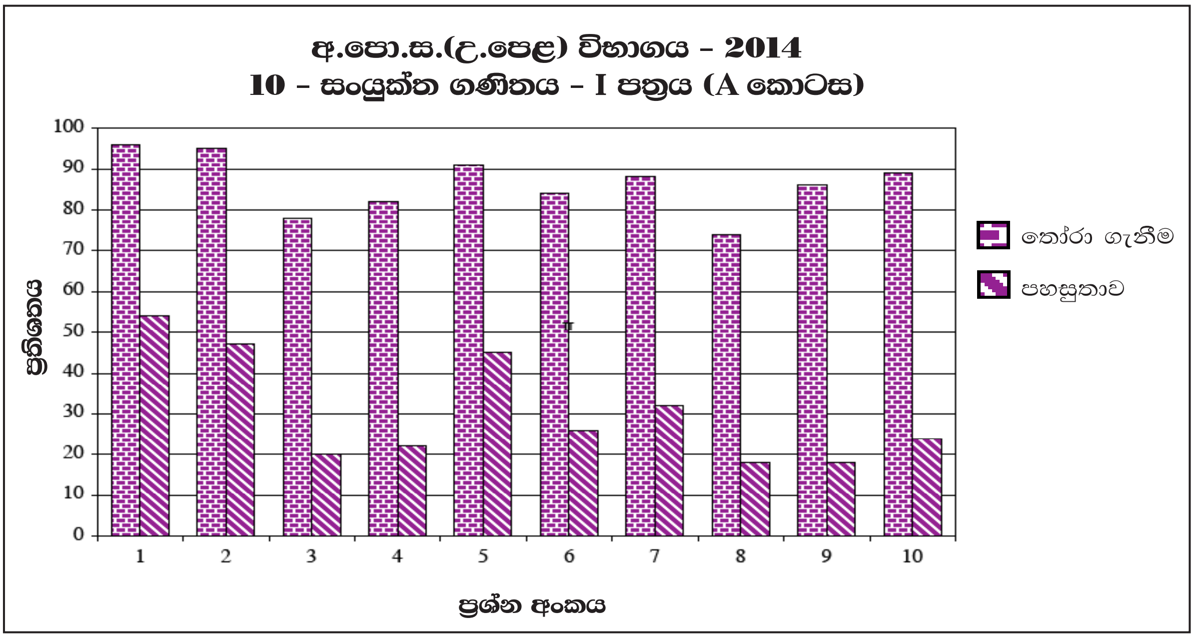
කාලය පැය 03 කි. මුළු ලකුණු 100 කි.

- ⋆ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.
  A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි.** ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250 කි.
  B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි.** ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750 කි.
  I පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

- ⋆ විභාගයේදී A කොටසට ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

මෙම පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයම සඳහා පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, ඒවාට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරයේ කැපී පෙනෙන විවිධත්වයක් දක්නට ලැබේ. මෙම ප්‍රශ්න දහයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත්, ඒ අනුව එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාවත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක් වේ.



ප්‍රස්තාරය 11 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, I පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90%කට වඩා වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1, 2 හා 5 යන ප්‍රශ්නවලට පමණි. එයින් අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 96% කි. ප්‍රශ්න දහයටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් අයදුම්කරුවන් සියලු දෙනාම විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර නොවීම විශේෂ අවධානයට යොමු විය යුතු කරුණකි.

තව ද 3 සහ 8 ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 80% කටත් වඩා අඩු ප්‍රතිශතයක් බව දක්නට ලැබේ. එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 20% කටත් වඩා වැඩි ප්‍රතිශතයක් එම ප්‍රශ්න දෙකට කවර මට්ටමකින්වත් පිළිතුරු සැපයීමට අපොහොසත් වී ඇත.

8 ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයීමට ප්‍රයත්න දරා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 74% ක ප්‍රතිශතයක් පමණි. පහසුවෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීම මගින් අයදුම්කරුවන් වඩාත් සතුටුදායක ලෙස ලකුණු ලබා ගනු ඇතැයි අපේක්ෂිත මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් පහසුතාව 50% හෝ ඉක්මවා ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නය පමණි. එයද 54% කි. 3, 4, 8, 9 සහ 10 යන ප්‍රශ්න පහෙහිම පහසුතාව 25% ටත් අඩුවන අතර 8 සහ 9 ප්‍රශ්නවල පහසුතාව 18% බැගින් වන අඩුම අගයකට සීමා වී තිබේ. සමස්ත වශයෙන් ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතාව 18-54 ප්‍රාන්තරයට සීමා වී ඇති බව අවධානයට ලක්විය යුතු වේ.

මෙම ප්‍රශ්න දහය කෙරෙහි අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා වගුව 5හි දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගි කර ගත හැකි වේ.

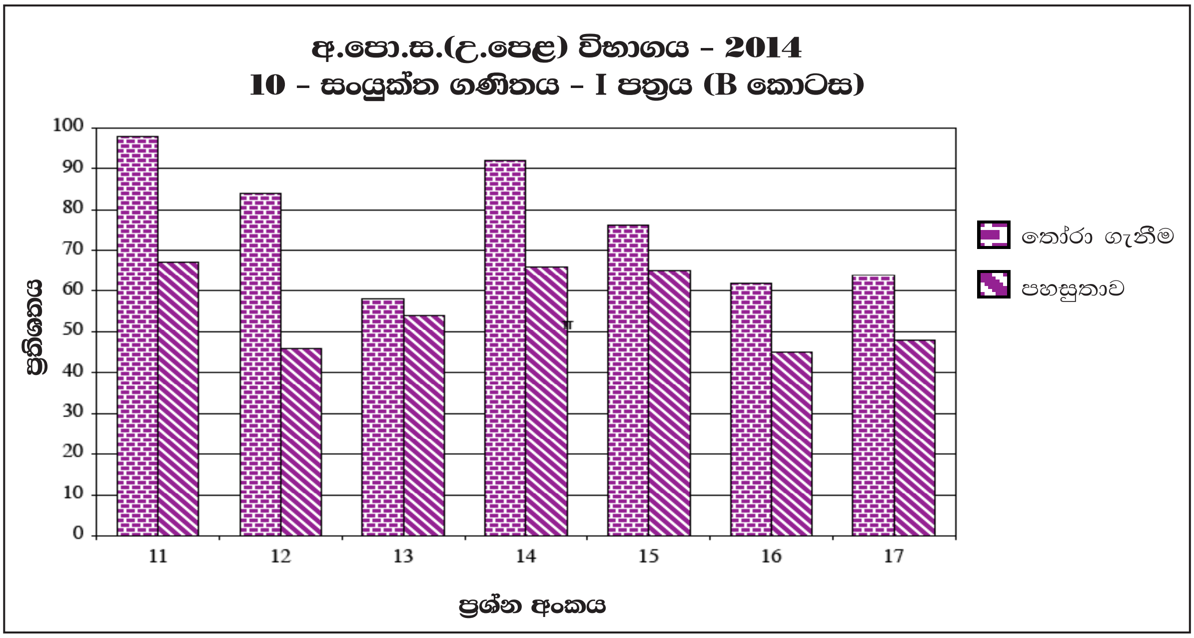
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	11	28	43	47	26	47	27	44	41	19
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	31	24	6	13	23	20	11	3	4	8
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය		4	5	22	18	9	16	12	26	14	11
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		54	47	20	22	45	26	32	18	18	24

වගුව 5 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25 ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමි කරගත් අයදුම්කරුවන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 31% ක් ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට බවත්, අනෙකුත් ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු 25 ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 25% ඉක්මවා නොමැති බවත් ඉහත තොරතුරුවලින් ප්‍රකාශ වේ. 8 ප්‍රශ්නයට ලකුණු 25 ම ලබාගෙන ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 3% ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 44% ක්ම කිසිම ලකුණක් නොලබා ඇති බව ද පෙනී යයි. මීට අමතරව ප්‍රශ්න අංක 3, 4, 6, 8 සහ 9 යන ප්‍රශ්න පහට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 40% ටත් වැඩි ප්‍රතිශතයක් එක් ලකුණක්වත් නොලබා තිබීම කෙරෙහි අවධානය යොමු කළ යුතුය.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයට පාදක වන ශුද්ධ ගණිත සංරචකයට අයත් මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා මෙම විෂයයට පෙනී සිටින අයදුම්කරුවන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවේ යැයි අපේක්ෂා කෙරුණ ද, ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වනුයේ එසේ සිදුවී නොමැති බවයි. තව ද අයදුම්කරුවන්ගෙන් 26% ක්ම 8 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහවත් කර නොමැති වීම ද දක්නට ඇත.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, තම අභිමතය පරිදි තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම තෝරා ගත් එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, I පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයේ දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 12 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අයදුම්කරුවන් වැඩිම පිරිසක් 11 වන ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇත. එම අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 98% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එය 67% ක් වෙයි. මෙයින් ගම්‍ය වන්නේ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලටත් වඩා වැඩියෙන් 11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට අයදුම්කරුවන් පෙළඹී ඇති බවයි. මෙම ප්‍රශ්නයට පාදක වන්නේ “බහුපද හා වර්ගජ සමීකරණ” තේමාව යටතේ එන ශේෂ ප්‍රමේයය, සාධක ප්‍රමේයය හා වර්ගජ සමීකරණයක මූල යන විෂය කරුණු ය.

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අයදුම්කරුවන් අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 13 වන ප්‍රශ්නය වන අතර, එය 58% කි. එහි පහසුතාව 54% ක් වේ. දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අවම පහසුතාව පෙන්වන්නේ 16 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 45% කි. I පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් එක් ප්‍රශ්නයක පමණක් පහසුතාව 50% කට වැඩිවන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් ප්‍රශ්න හතරක පහසුතාව 50% කට වැඩි ය. අංක 1 සහ 2 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්න අටෙහිම පහසුතාව B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල අවම පහසුතාවට වඩා අඩුවේ. ඉන් ගම්‍ය වන්නේ I පත්‍රයේ A කොටසට පිළිතුරු සැපයීමට වඩා B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමෙන් අයදුම්කරුවන් ලකුණු උපයා ගැනීමට උත්සාහ කර ඇති බවයි. එම උත්සාහය සාර්ථක වී ඇති බවද පෙනේ. තවද A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල සමස්ත පහසුතාව 31% ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල සමස්ත පහසුතාව 56% වෙයි. එමගින් ඉහත අදහස තහවුරු වෙයි.

I පත්‍රයෙහි A හා B කොටස්වල පහසුතාව අනුව ප්‍රකාශ වනුයේ සංයුක්ත ගණිතයෙහි වඩාත් සිද්ධාන්තමය කරුණු අඩංගු ශුද්ධ ගණිතය සංරචකය ඇසුරෙන් සකස් කෙරෙන ප්‍රශ්නවලට ඉහළ ලකුණු ලැබෙන පරිදි පිළිතුරු සැපයීමට අයදුම්කරුවන් අපොහොසත් වී ඇති බවයි. මෙම දුර්වලතාව මගහරවා ගැනීම සඳහා විශේෂයෙන්ම මෙම පත්‍රයේ A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්නවල ආකාරයේ සරල හා සෘජු ප්‍රශ්න නිතර පුනරීක්ෂණය කිරීම සඳහා අයදුම්කරුවන් පෙළඹවිය යුතු වෙයි. සවිස්තරාත්මකව හෝ විෂය ඒකක පදනමින් හෝ මෙවැනි කෙටි ප්‍රශ්න ඇතුළත් පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසවල අයදුම්කරුවන් නිරත කරවා කෙටි කාලයක් තුළ එවැනි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමේ හැකියාව ඔවුන් තුළ වර්ධනය කළ යුතු වෙයි. එමගින් අයදුම්කරුවන්ට ලැබෙන හැකියාව සහ පලපුරුද්ද අනෙකුත් ප්‍රශ්නපත්‍රවල අඩංගු වන ව්‍යුහගත ප්‍රශ්නවලට ද සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීමට මහෝපකාරී වෙයි. එමගින් වඩාත් සතුටුදායක ප්‍රතිඵල ලබා ගැනීම සඳහා අයදුම්කරුවන්ට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

10 - සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රය - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(3r-1) = n^2(n+1)$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ විට, ව. පැ. $= \sum_{r=1} r(3r-1) = 2$ හා

ද. පැ. $= 1^2(1+1) = 2$.

එනයින් $n = 1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $\sum_{r=1}^{k} r(3r-1) = k^2(k+1)$ වේ. (5)

දැන්, $\sum_{r=1}^{k+1} r(3r-1) = \sum_{r=1}^{k} r(3r-1) + (k+1)[3(k+1)-1]$ (5)

$= k^2(k+1) + (k+1)(3k+2)$ (අභ්‍යුහනය කල්පිතයෙන්)

$= (k+1)[k^2 + 3k + 2]$

$= (k+1)^2(k+2)$ (5)

$= (k+1)^2[(k+1)+1]$

එනයින් $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ නම්, $n = k+1$ සඳහාද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ

එබැවින් ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් ප්‍රතිඵලය සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ම සත්‍ය වේ.

(5) **25**

---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 96%ක් පමණි. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය නිසියාකාරව යෙදීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 54% ක් පමණි.

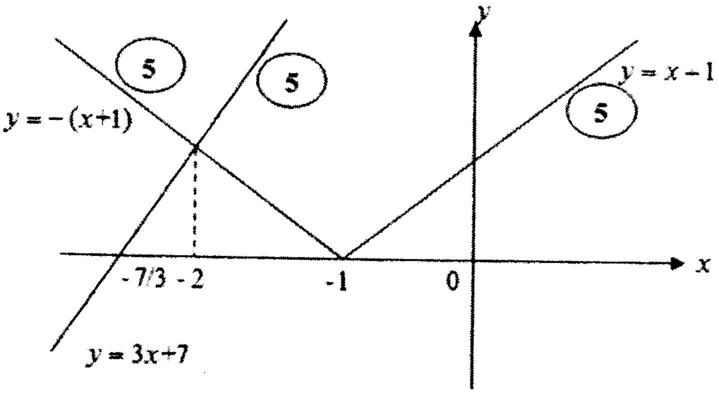
$n = k$; $k \in \mathbb{Z}^+$ ට උපකල්පනයේදී $\sum_{r=1}^{k} r(3r-1) = k^2(k+1)$ ලෙස ලිවිය යුතු වුවත් $\sum_{r=1}^{k} k(3k-1) = k^2(k+1)$ ලෙස වරදවා ලියා තිබීම නිසා අයදුම්කරුවන් වැඩි දෙනකුට ලකුණු අහිමි වී තිබුණි. තවද $n = k$ සඳහා ප්‍රකාශනය සැලකුව ද එය නිවැරදි ලෙස ප්‍රකාශ කර නොමැති වීම හා අවසාන පියවරේදී "ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයට අනුව" යන වගන්තිය ලියා නොමැති වීම නිසා ලකුණු අහිමි වී තිබුණි.

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයේ පියවර තහවුරු වන පරිදි අභ්‍යාසවලට යොමු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගත හැකිය.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. ප්‍රස්තාරික ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $|x+1|>3x+7$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

(I ක්‍රමය)



ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේදී, $-x-1=3x+7$ විය යුතු බැවින් එහිදී $x=-2$ විය යුතුය. (5)

එබැවින් විසඳුම් කුලකය = $\{x \in \mathbb{R}: x<-2\}$ (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

(i) අවස්ථාව $x \le -1$ මෙම අවස්ථාවේදී $|x+1|>3x+7$

$\Leftrightarrow -(x+1)>3x+7$ (5) $\Leftrightarrow x<-2.$ (5)

එබැවින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම් $x<-2$ තෘප්ත කරන x අගයන් වේ.

(ii) අවස්ථාව $x>-1$ මෙම අවස්ථාවේ දී $|x+1|>3x+7$

$\Leftrightarrow x+1>3x+7$ (5)

$\Leftrightarrow \quad x<-3$ (5)

මෙම විසංවාදයෙන්, මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම් නොමැති බව ගම්‍ය වේ.

එබැවින් විසඳුම් කුලකය= $\{x \in \mathbb{R}: x<-2\}$. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

(i) අවස්ථාව $x \le -\frac{7}{3}$

මෙම අවස්ථාවේදී $3x+7 \le 0$ බැවින් $|x+1|>3x+7$ යන්න $x \le -\frac{7}{3}$ තෘප්ත කරන සියලු x අගයන් ගෙන් තෘප්ත වේ. (5)

(ii) අවස්ථාව $x>-\frac{7}{3}$

මෙම අවස්ථාවේදී $|x+1|>3x+7$

$\Leftrightarrow (x+1)^2>(3x+7)^2$ (5)

$\Leftrightarrow 8x^2+40x+48<0 \Leftrightarrow (x+2)(x+3)<0 \Leftrightarrow -3<x<-2$ (5)

මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම් $-\frac{7}{3}<x<-2$ තෘප්ත කරන x අගයන් වේ. (5)

අගයන් දෙකම සැලකීමෙන්, විසඳුම් කුලකය= $\{x \in \mathbb{R}: x<-2\}$. (5)

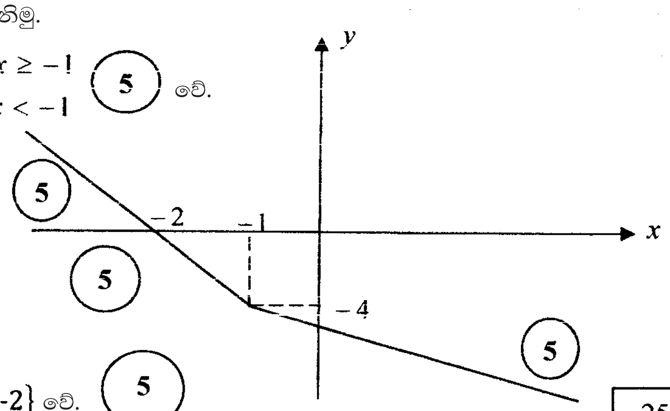
25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$|x+1| > 3x+7$ අසමානතාව $|x+1| - (3x+7) > 0$ යන්නට තුල්‍ය වේ.

$y = |x+1| - (3x+7)$ යැයි ගනිමු.

එවිට $y = \begin{cases} -2x-6 & , x \geq -1 \\ -4x-8 & , x < -1 \end{cases}$ (5) වේ.



විසඳුම් කුලකය $= \{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$ වේ. (5)

25

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 95% ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයේ මාපාංක අසමානතාව ප්‍රස්තාරිකව හෝ වීජීය ක්‍රමයෙන් විසඳීම අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 47% ක් පමණි. ප්‍රස්තාරික හෝ වීජීයව මෙය විසඳීමේදී මාපාංක පිළිබඳ අර්ථ දැක්වීම නිවැරදිව යොදා නොගැනීම නිසා මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේදී වැඩිදෙනෙක් අසාර්ථක වී තිබුණි. වීජීය ක්‍රමයේ දී අසමානතාවේ දෙපස ලකුණු නොසලකා වර්ග කිරීමට යාමෙන් නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

මාපාංක අර්ථ දැක්වීම නිවැරදිව තහවුරු වන ආකාරයෙන් විවිධ ක්‍රම යටතේ අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් මෙවැනි ප්‍රශ්න පහසු කර ගත හැකිය. තවද මාපාංක ප්‍රකාශන වර්ග කිරීම පිළිබඳවත් අවධානය යොමු කළ යුතු වේ.

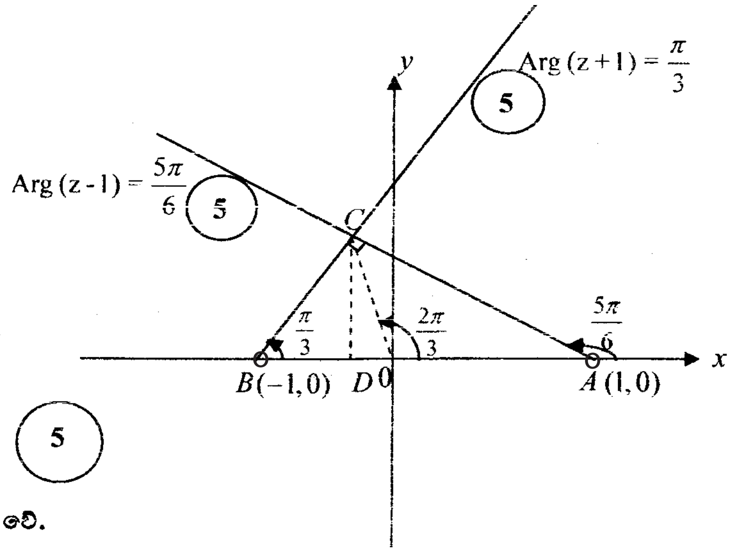
3 වන ප්‍රශ්නය

3. එක ම ආගන්ඩ් සටහනක

(i) $\text{Arg}(z+1)=\frac{\pi}{3}$,

(ii) $\text{Arg}(z-1)=\frac{5\pi}{6}$

සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මගින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථවල දළ සටහන් ඇඳ, ඒවායේ **ඡේදන ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.**



අවශ්‍ය සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව Z_C යැයි ගනිමු.

$A\hat{C}B=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ වේ. (5)

$AB=2$ බැවින්, එවිට $BC=2\cos\frac{\pi}{3}=1$ වේ.

දැන් $CD=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ හා $BD=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$ වේ. (5) හෝ $\left[\ z+1=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\ \right]$

$\therefore z_c=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. (5)

[25]

වෙනත් ක්‍රමයක් (5)

$A\hat{C}B=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ **වේ. එබැවින්, කේන්ද්‍රය O ද අරය 1 ක්ද වූ වෘත්තය මත C පිහිටයි.**

$\therefore A\hat{O}C=\frac{2\pi}{3}$ හා එනයින් $z_c=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ වේ.

(5) (5)

[15]

වෙනත් ක්‍රමයක්

AC හා BC හි සමීකරණ පිළිවෙලින් $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}(x-1)$ හා $y=\sqrt{3}(x+1)$ වේ. (5)

ඒවා විසඳීමෙන්, $x=-\frac{1}{2}$ හා $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ලැබේ. (5)

$\therefore z_c=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. (5)

[15]

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 78% ක් පමණි. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල ප්‍රධාන විස්තාරය දී ඇති විට ආගන්ඩ් සටහනක පථය ලකුණු කිරීමෙන් පොදු ලක්ෂ්‍යයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ලබා ගැනීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 20% ක් පමණි.

සංකීර්ණ සංඛ්‍යා හා ඒවායේ ජ්‍යාමිතික යෙදීම් නිවැරදි ව හඳුනා නොගැනීමෙන් හා එහි ජ්‍යාමිතික නිරූපණ නිවැරදිව සටහන් නොකිරීමෙන් නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වී නොතිබුණි.

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ජ්‍යාමිතික නිරූපණය නිවැරදිව අර්ථ දැක්වීමට මඟ පෙන්වන පරිදි අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය. මෙම දී ඇති සමීකරණවල පථ අර්ධ රේඛා වන බවට අවධානය යොමු කළ යුතු වේ ගැටලු විසඳීමේ දී ජ්‍යාමිතික රූපවල හැඩය හෝ කෝණ හෝ විශේෂ අවස්ථා වන විට ඒ අනුව යමින් විසඳුම් ලබා ගත හැකි බව වටහා ගත යුතු වේ.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. $\left(2+\frac{3}{x}\right)(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයේ x^{n-2} හි සංගුණකය 120 වේ. n හි අගය සොයන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් $\left(2+\frac{3}{x}\right)(1+x)^n = \left(2+\frac{3}{x}\right)\sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r$ (5)

x^{n-2} **හි සංගුණකය 120 බව දී ඇති බැවින්,**

(5) $2\,{}^nC_{n-2} + 3\,{}^nC_{n-1} = 120$ **විය යුතුය.**

(5)

එනම් $2\frac{n!}{(n-2)!\,2!} + 3\frac{n!}{(n-1)!\,1!} = 120.$

$\Leftrightarrow n(n-1)+3n = 120$ (5)

$\Leftrightarrow n^2+2n-120=0 \Leftrightarrow (n+12)(n-10)=0 \Leftrightarrow n=10 \quad (\because n \in \mathbb{Z}^+)$ (5)

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 82% ක් පමණි. ද්විපද ප්‍රසාරණයක දී ඇති පදයක සංගුණකය ලබා ගැනීම පිළිබඳ දැනුම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 22% ක් පමණි.

මෙහිදී සාධාරණ පදය නිවැරදිව ලියා නොගැනීම හේතුවෙන් පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

ද්විපද ප්‍රසාරණයක සාධාරණ පදය විවිධ ක්‍රම මගින් ගොඩ නගා ගැනීමට හැකිවන පරිදි අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan^2 2x}{x\left(1-\sqrt{1+x}\right)} = -8$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan^2 2x}{x\left(1-\sqrt{1+x}\right)} = \lim_{x\to 0}\frac{\tan^2 2x}{x\left(1-\sqrt{1+x}\right)}\times\frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)}{\left(1+\sqrt{1+x}\right)} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 2x\left(1+\sqrt{1+x}\right)}{\cos^2 2x\,(-x^2)} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)^2\left(\frac{-4}{\cos^2 2x}\right)\left(1+\sqrt{1+x}\right) \quad (5)$$

$$= 1^2\times\left(\frac{-4}{1}\right)\times 2 \quad = -8$$

(5) (5)

25

---

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

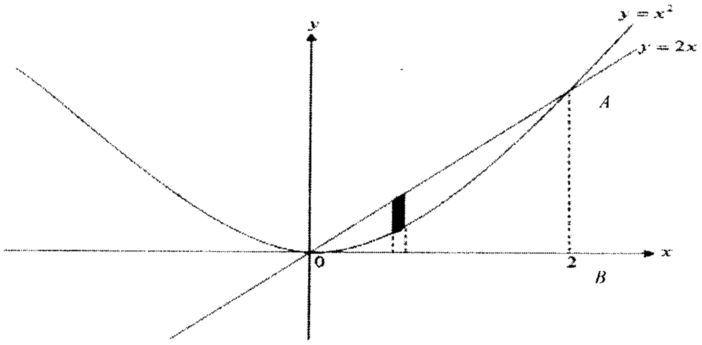
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 91%ක් පමණි. ශ්‍රිතයක සීමාව පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 45%කි.

දී ඇති ශ්‍රිතය සීමාව සෙවිය හැකි වන පරිදි සකස් කර ගැනීමට අපොහොසත් වීමෙන් බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට නිවැරදි පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

විවිධ ශ්‍රිතවල සීමාව සෙවීමට හුරුපුරුදු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. $y = 2x$ සරල රේඛාවෙන් හා $y = x^2$ වක්‍රයෙන් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.



ඡේදන ලක්ෂයයන් හිදී $x^2 = 2x$ විය යුතු බැවින් එම ලක්ෂායන් හිදී $x = 0$ හෝ $x = 2$ වෙ. (5)

අවශ්‍ය වර්ගඵලය $= \int_0^2 (2x - x^2)dx$ (10)

$= \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2$ (5)

$= 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ **වර්ග ඒකක.** (5)

25

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u> ඡේදන ලක්ෂයයන් හිදී $x^2 = 2x$ විය යුතු බැවින් එම ලක්ෂායන් හිදී $x = 0$ හෝ $x = 2$ වෙ. (5)

අවශ්‍ය වර්ගඵලය = ΔOAB **වර්ගඵලය** $- \int_0^2 x^2 dx$ (10)

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$ (5)

$= 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ **වර්ග ඒකක.** (5)

25

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 84% ක් පමණි. නිශ්චිත අනුකලනය භාවිතයෙන් දී ඇති වක්‍රයක් හා සරල රේඛාවක් අතර ආවෘත වර්ගඵලය සෙවීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 26% ක් පමණි.

දී ඇති සම්මත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර පිළිබඳ නිවැරදි අවබෝධයෙන් තොර වීම සහ ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයා ගැනීමට අපොහොසත් වීමෙන් සාර්ථක ව පිළිතුරු කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබිණි.

මූලික සංකල්ප යොදා සම්මත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳ ගැනීමට හා ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයා ගැනීමට හුරුකරවීම තුළින් මෙම දුර්වලතා මග හරවා ගත හැකිය.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. $x = e^t + e^{-t}$, $y = e^t - e^{-t}$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි t යනු තාත්ත්වික පරාමිතියකි. t ඇසුරෙන් $\frac{dy}{dx}$ සොයා, $t = \ln 2$ ට අනුරූප ව C මත වූ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශ රේඛාවේ සමීකරණය $5x - 3y - 8 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$$\left.\begin{aligned} x = e^t + e^{-t} &\Rightarrow \frac{dx}{dt} = e^t - e^{-t} \\ y = e^t - e^{-t} &\Rightarrow \frac{dy}{dt} = e^t + e^{-t} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}} \quad (5)$$

(5)

C යනු $t = \ln 2$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. එවිට $C \equiv \left(2 + \frac{1}{2}, 2 - \frac{1}{2}\right)$ **වේ.**

එනම් $C \equiv \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ **වේ.** $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)} = \frac{5/2}{3/2} = \frac{5}{3}$ (5)

අවශ්‍ය සමීකරණය $y - \frac{3}{2} = \frac{5}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right)$ **වේ.** (5) **එනම්** $5x - 3y - 8 = 0$ **වේ.** 25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88% ක් පමණි. වක්‍රයක සමීකරණය පරාමිතික ආකාරයෙන් දී ඇති විට එම වක්‍රය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකදී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සෙවීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 32% ක් පමණි.

දී තිබෙන පරාමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කිරීම නිවැරදි වුවත්, ඝාතීය සහ ලඝුගණක ශ්‍රිත අතර සම්බන්ධය නිවැරදිව හඳුනා නොගැනීම නිසා සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී ඇත.

ඝාතීය ශ්‍රිත, ලඝුගණක ශ්‍රිත ඇතුළත් අවකලනයේ භාවිත හුරු කිරීම මගින් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. $\lambda \in \mathbb{R}$ හා $\lambda \neq \pm 1$ යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා $(1+\lambda)x-2(1-\lambda)y-2(1-\lambda)=0$ සරල රේඛාව මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 4 ක් වේ. λ හි අගයන් සොයන්න.

AB රේඛාවේ සමීකරණය $(1+\lambda)x-2(1-\lambda)y-2(1-\lambda)=0$ **වේ.**

එයින් $y=0$ **විට** $x=\dfrac{2(1-\lambda)}{(1+\lambda)}$ **හා** $x=0$ **විට** $y=-1$ **වේ.**

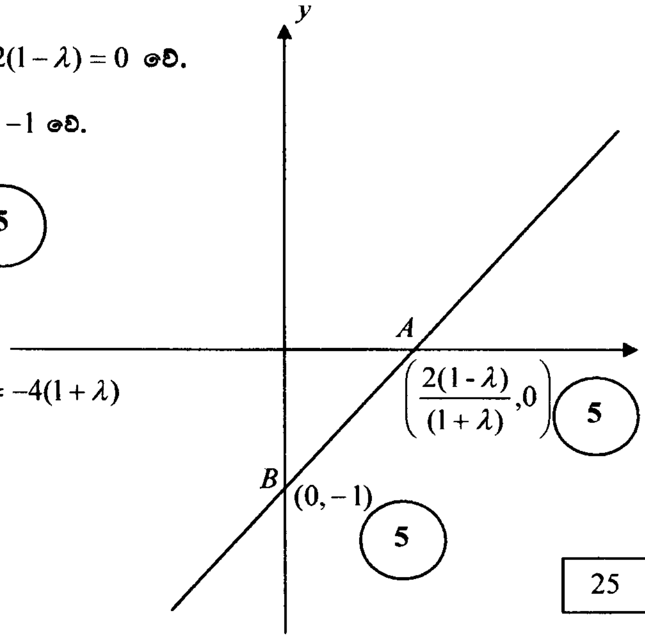
$\therefore$ **ΔOAB හි වර්ගඵලය** $=\dfrac{1}{2}\times 1\times\left|\dfrac{2(1-\lambda)}{1+\lambda}\right|=4$ (5)

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{(1-\lambda)}{1+\lambda}\right|=4$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-\lambda)}{(1+\lambda)}=\pm 4 \Leftrightarrow 1-\lambda=4(1+\lambda)$ **හෝ** $1-\lambda=-4(1+\lambda)$

$\Leftrightarrow \lambda=-\dfrac{3}{5}$ **හෝ** $\lambda=-\dfrac{5}{3}$.

(5) (5)



25

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

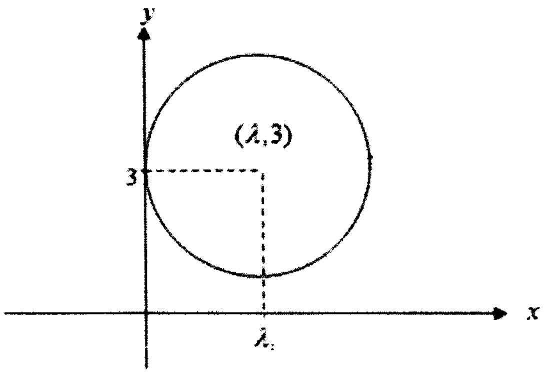
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 74% ක් පමණි. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා දී තිබෙන සරල රේඛාව මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සෙවීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 18% ක් පමණි.

දී තිබෙන සරල රේඛාව හා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක නිවැරදි ආකාරයට සොයාගෙන තිබුණ ද λ හි අගය අනුව A ලක්ෂයේ x ඛණ්ඩාංකය ‘+’ හෝ ‘−’ විය හැකි නිසා ක්ෂේත්‍රඵලය සඳහා මාපාංක ලකුණු යොදා නොගැනීමෙන් ලකුණු අහිමි වනු දක්නට ලැබුණි.

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය ධන අගයක් ගත යුතු වේ. මෙම විසඳුමේ පරිදි වර්ගඵලය ලිවීමේ දී නිවැරදි ලෙස “1/2 × ආධාරකය × ලම්බ උස” සූත්‍රය යොදන විට ආධාරකයේ දිග සහ ලම්බ උස සඳහා ධන ප්‍රකාශන ඇතුළත් විය යුතු බැවින් වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනය ලිවීමේ දී මාපාංක ලකුණු යොදා ගැනීමට අයදුම්කරුවන් හුරුකළ යුතුය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. (0, 3) ලක්ෂ්‍යයෙහි දී y – අක්ෂය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන්නා වූ ද වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.



අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය $(x-\lambda)^2 + (y-3)^2 = \lambda^2$ ලෙස ලිවිය හැකිය. | කේන්ද්‍රය (5) සමීකරණය (5)

එනම් $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 6y + 9 = 0$.

මෙය $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$ වෘත්තයට ප්‍රලම්බ බැවින්,

$2(-4)(-\lambda) + 2(2)(-3) = -5 + 9$ **වේ.** (5)

$\Leftrightarrow 8\lambda - 12 = 4 \Leftrightarrow \lambda = 2$ (5)

එනයින් අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ වේ. (5) [25]

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 86% ක් පමණි. දී තිබෙන සරල රේඛාවක් හා වෘත්තයක් ස්පර්ශ කිරීම සහ වෘත්ත දෙකක ප්‍රලම්බ ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව යොදා ගැනීමෙන් අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය ලබා ගැනීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 18%ක් පමණි.

සරල රේඛාවක් හා වෘත්තයක් ස්පර්ශ වීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතාව හා ප්‍රලම්බ ඡේදනය පිළිබඳ දැනුම නිසි ආකාරයකට යොදා නොගැනීම නිසා නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත. බොහෝ අයදුම්කරුවන් අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ලෙස ගෙන ගැටලුව විසඳීමට උත්සාහ කිරීමෙන් විසඳුම් ක්‍රියාවලිය සංකීර්ණ කර තිබුණි.

මෙවැනි ගැටලු විසඳීමේදී විවිධ ක්‍රමවලින් ගැටලු විසඳීමට අයදුම්කරුවන් හුරු කළ යුතුය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $\tan\alpha = -1$ හා $\sin\beta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ හා $\dfrac{\pi}{2} < \beta < \pi$ වේ. $\cos(\alpha+\beta)$ හි අගය සොයන්න.

$\tan\alpha = -1$ **හා** $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \alpha = \dfrac{7\pi}{4} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, **හා** $\sin\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

$\sin\beta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ **හා** $\dfrac{\pi}{2} < \beta < \pi \Rightarrow \cos\beta = -\sqrt{1-\sin^2\beta} = -\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. (10)

දැන්, $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ (5)

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \quad = -\frac{1}{\sqrt{10}}.$$ (5)

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 89%ක් පමණි. වෘත්ත පාදකවලදී කෝණයක ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල හැසිරීම පිළිබඳ දැනුම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 24%ක් පමණි.

බොහෝ අයදුම්කරුවන් කෝණවලට අදාළ වෘත්ත පාදක නොසලකා හැර සුළු කෝණ සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත සැලකීම නිසා නිවැරදි පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

මේ අනුව කෝණ පිහිටන වෘත්ත පාදක සලකමින්, විවිධ ගැටලු විසඳීමට හුරු කළ යුතුය.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද $f(x)=3x^3+5x^2+ax-1$ යැයි ද ගනිමු. $(3x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. a හි අගය සොයන්න.

$f(x)$ යන්න $(3x-1)(x+k)^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි k යනු නියතයකි.

ඉහත ප්‍රකාශනයෙහි $3x-1$ යන්න b හා c නියත වන $b(x+1)+c$ ආකාරයට ලිවීමෙන්, $f(x)$ යන්න $(x+1)^3$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(*b*) $a, b, c \in \mathbb{R}$ හා $ac \neq 0$ යැයි ගනිමු. ශූන්‍යය, $ax^2+bx+c=0$ සමීකරණයෙහි මූලයක් **නොවන** බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණයේ මූල α හා β යැයි ද $\lambda=\dfrac{\alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු. $ac(\lambda+1)^2=b^2\lambda$ බව පෙන්වන්න.

$p, q, r \in \mathbb{R}$ හා $pr \neq 0$ යැයි ගනිමු. තව ද $px^2+qx+r=0$ සමීකරණයේ මූල γ හා δ යැයි ද $\mu=\dfrac{\gamma}{\delta}$ යැයි ද ගනිමු. $\lambda=\mu$ හෝ $\lambda=\dfrac{1}{\mu}$ වන්නේ $acq^2=prb^2$ ම නම් පමණක් බව පෙන්වන්න.

$kx^2-3x+2=0$ හා $8x^2+6kx+1=0$ සමීකරණවල මූල එක ම අනුපාතයට වන බව දී ඇත; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k හි අගය සොයන්න.

(*a*) $f(x)=3x^3+5x^2+ax-1$

$(3x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බැවින්, සාධක ප්‍රමේයයෙන්, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=0.$ (10)

දැන්, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=3\times\dfrac{1}{27}+5\times\dfrac{1}{9}+a\times\dfrac{1}{3}-1$ **බැවින්** (10)

$1+5+3a-9=0$

$\therefore\ a=1.$ (5) — **25**

$f(x)=3x^3+5x^2+x-1=(3x-1)(x^2+2x+1)$ (10)

$=(3x-1)(x+1)^2$ (5)

මෙය $k=1$ සහිතව අවශ්‍ය ආකාරයෙන් වේ. (5) — **20**

$3x-1=3(x+1)-4$ (5)

මෙය, $b=3$ හා $c=-4$ සහිතව අවශ්‍ය ආකාරයෙන් වේ.

$\therefore\ f(x)=[3(x+1)-4](x+1)^2=3(x+1)^3-4(x+1)^2$ (5)

$\therefore$ **අවශ්‍ය ශේෂය** $=-4(x+1)^2.$ (5) — **15**

(*b*) **ශූන්‍යය $ax^2+bx+c=0$ හි සාධකයක් ලෙස ගනිමු.**

එවිට, $x=0$ ආදේශයෙන්, $c=0$ ලැබේ. (5)

$ac \neq 0$ බැවින්, මෙය විසංවාදයකි.

$\therefore$ **ශූන්‍යය $ax^2+bx+c=0$ හි මූලයක් නොවේ.** (5) — **10**

එබැවින්, $\alpha \neq 0$ හා $\beta \neq 0$.

තවද, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ හා $\alpha\beta = \frac{c}{a}$. (10) (10)

දැන්, $\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$,

$$ac(\lambda+1)^2 = ac\left(\frac{\alpha}{\beta}+1\right)^2 = \frac{ac}{\beta^2}(\alpha+\beta)^2 = \frac{ac}{\beta^2}\cdot\frac{b^2}{a^2} = b^2\frac{c}{a\beta^2} = b^2\frac{\alpha\beta}{\beta^2} = b^2\frac{\alpha}{\beta} = b^2\lambda$$

(5) (5) (5) (5) (5)

නැත්නම්,

$$\left[\frac{(\lambda+1)^2}{\lambda} = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}+1\right)^2}{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{c}{a}} = \frac{b^2}{ac} \quad \therefore ac(\lambda+1)^2 = b^2\lambda\right]$$

(5) (5) (5) (5) (5)

45

ඉහත පරිදිම, $\gamma \neq 0$ හා $\delta \neq 0$, ද $pr(\mu+1)^2 = \mu q^2$ වේ. (5)

$\therefore \frac{ac(\lambda+1)^2}{pr(\mu+1)^2} = \frac{b^2\lambda}{q^2\mu}$ බැවින්, $acq^2\mu(\lambda+1)^2 = prb^2\lambda(\mu+1)$

$\therefore \quad acq^2 = prb^2 \Leftrightarrow \mu(\lambda+1)^2 = \lambda(\mu+1)^2$ (10)

$\Leftrightarrow \lambda^2\mu + 2\lambda\mu + \mu = \lambda\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda$

$\Leftrightarrow \lambda\mu(\lambda-\mu) - (\lambda-\mu) = 0 \quad \Leftrightarrow (\lambda-\mu)(\lambda\mu-1) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \lambda = \mu$ or $\lambda = \frac{1}{\mu}$. (5)

25

මූල එකම අනුපාතයට වන්නේ, $\Leftrightarrow \lambda = \mu$ හෝ $\lambda = \frac{1}{\mu}$.

$\therefore acq^2 = prb^2$ විය යුතුය.

$\therefore \quad acq^2 = prb^2$

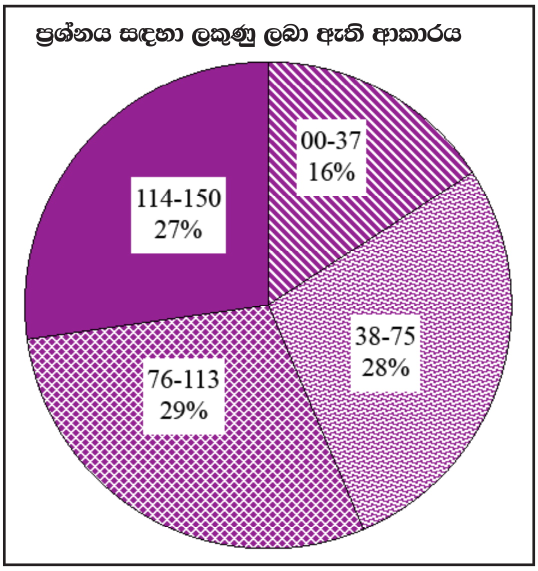
(5)

එනම් $2k(6k)^2 = 8\times 9$ බැවින් $k^3 = 1$ විය යුතුය.

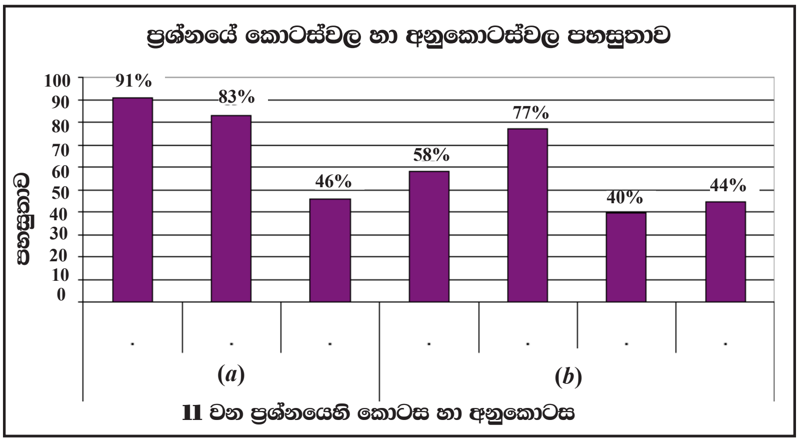
$\therefore k = 1$ (5)

10

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 98%කි. පහසුතාව 67%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 16% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 29% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 -150 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7 ක් ඇති අතර සියලුම අනුකොටස්වල පහසුතා 40% ඉක්මවා ඇත. ඒවා අතුරෙන් කොටස් හතරක පමණක් පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත. වැඩිම පහසුතාව (a) හි පළමු අනුකොටස සඳහා වන අතර එය 91% කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 40% කි.

මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ ව සලකා බැලීමේදී කැපී පෙනෙන ලක්ෂණයක් වන්නේ I පත්‍රයේ ප්‍රශ්න අතුරෙන් අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 98%ක් පමණ පිළිතුරු සැපයීම සඳහා තෝරාගෙන ඇති ප්‍රශ්නය මෙය වීමයි. එමෙන්ම පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇති ප්‍රශ්නය ද මෙය වන අතර එහි පහසුතාව 67%කි. මෙම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටස බහුපද හා සාධක ප්‍රමේයය යටතේ වන අතර (b) කොටස වර්ගජ සමීකරණ යටතේ ඉදිරිපත් කර ඇත.

(a) කොටසෙහි පහසුතාව 77%ක් වන අතර එහි අනුකොටස් 3ක් ඇත. එයින් අයදුම්කරුවන් වැඩිදෙනකු මුල් අනුකොටස් දෙකට සාර්ථක පිළිතුරු දී තිබුණ ද තුන්වන අනුකොටසෙහි දී තරමක පසුබෑමක් දක්නට ලැබුණි. තුන්වන අනුකොටසේ දී $3x-1$ යන්න $b(x+1)+c$ වන පරිදි b හා c නියත නිවැරදි ලෙස ප්‍රකාශ කර නොතිබීම එයට හේතුව ලෙස දැක්විය හැකිය.

(b) කොටසෙහි පහසුතාව 61%ක් වන අතර එය අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත වේ. මෙහි මුල් අනුකොටස සඳහා එතරම්ම සාර්ථක පිළිතුරු අයදුම්කරුවන්ගෙන් නොලැබී තිබුණු අතර මෙයට හේතු වනුයේ සාධක ප්‍රමේයයේ විලෝමය හරිහැටි යොදා නොගැනීමයි. දෙවැනි අනුකොටසට වැඩි අයදුම්කරුවන් පිරිසක් සාර්ථකව පිළිතුරු දී තිබුණි. "ම නම් පමණක්" පිළිබඳ අවබෝධය නොමැති වීම නිසා තුන්වෙනි අනුකොටසට ලකුණු අඩුවී තිබුණි. තුන්වන අනුකොටසෙහි, දී ඇති ප්‍රතිඵලය භාවිත නොකිරීම නිසා අවසාන කොටසෙහි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

අයදුම්කරුවන් තුළ මූලික වීජීය ගණිත සංකල්ප වර්ධනය වන ලෙස ඒවා භාවිතයට යොමු කිරීමත් දී ඇති උපදෙස් කියවා ප්‍රශ්නය නිවැරදි ව තේරුම් ගැනීමටත් හැකි වන සේ ඔවුන් සරල අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමත් වඩාත් ඵලදායි වේ.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) පාසල් හයක් තරුණ ක්‍රීඩා සමුළුවකට සහභාගි වන අතර, ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයකුගෙන්, පාපන්දු ක්‍රීඩකයකුගෙන් හා හොකී ක්‍රීඩකයකුගෙන් සමන්විත ක්‍රීඩකයින් තුන්දෙනකුගෙන් එක් එක් පාසල නියෝජනය කරනු ලබයි. මෙම ක්‍රීඩකයින් අතුරෙන් සාමාජිකයින් හයදෙනකුගෙන් යුත් කමිටුවක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

(i) එක් එක් ක්‍රීඩාවෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

(ii) පාසල් හය ම නියෝජනය වන පරිදි, එක් එක් ක්‍රීඩාවෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

(iii) පාසල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ද ඉතිරි පාසල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් එක ක්‍රීඩකයකු බැගින් ද ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

මෙම කමිටුව සෑදිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)}$ යැයි ගනිමු.

$n = 0, 1, 2, 3$ සඳහා r^n හි සංගුණක සැසඳීමෙන්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r^2 - r - 5 = A(r^2-1)(r+5) - Br^2(r+4)$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = -\frac{n}{(n+1)(n+5)}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අනන්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව තවදුරටත් පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r$ සොයන්න.

(a) (i) **අවශ්‍ය ක්‍රම ගණන** $= {}^6C_2 \times {}^6C_2 \times {}^6C_2 = (15)^3 = 3375.$ (5) (10) (5) **[20]**

(ii) **අවශ්‍ය ක්‍රම ගණන** $= {}^6C_2 \times {}^4C_2 \times {}^2C_2 = 90$ (10) (5) **[15]**

(iii) **පාසැල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙකු බැගින් තේරිය හැකි වෙනස් ක්‍රම ගණන** $= {}^6C_2 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2$ (10)

ඉතිරි පාසැල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් එක් ක්‍රීඩකයෙකු බැගින් තේරිය හැකි වෙනස් ක්‍රම ගණන
$= {}^4C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1$ (10)

අවශ්‍ය ක්‍රම ගණන $= {}^6C_2 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2 \times {}^4C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1 = 7290$ (5)

(5) **[30]**

(b) $U_r = \dfrac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)}$

$r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)(r+5) - Br^2(r+4)$

$\quad = (A - B)r^3 + (5A - 4B)r^2 - Ar - 5A$ (5)

දෙපැත්තේ සංගුණක සංසන්දනය කරමු.

r^3 : $0 = A - B$ ……………………………(i)

r^2 : $1 = 5A - 4B$ ……………………………(ii)

r^1 : $-1 = -A$ ……………………………(iii) (10)

r^0 : $-5 = -5A$ ……………………………(iv)

දැන් (i) හා (iii) $\Rightarrow A = 1$ හා $B = 1$.

මෙම අගයන්ගෙන් (ii) හා (iv) ද තෘප්ත වේ. (5)

එමනිසා දී ඇති අවශ්‍යතාව තෘප්ත කරන පරිදි A හා B නියත පවතී. ඒවායේ අගයන් $A = 1$ හා $B = 1$. (5)

25

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)} = \frac{(r^2-1)(r+5) - r^2(r+4)}{r(r+1)(r+4)(r+5)} \quad (5)$$

දැන්, $U_r = \dfrac{r-1}{r(r+4)} - \dfrac{r}{(r+1)(r+5)}$ (5)

$= f(r) - f(r+1)$, (5)

මෙහි $f(r) = \dfrac{r-1}{r(r+4)}$ (5)

20

එවිට,

$r = 1$: $U_1 = f(1) - f(2)$ (5)

$r = 2$: $U_2 = f(2) - f(3)$

$\vdots$

$r = n-1$: $U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$

$r = n$: $U_n = f(n) - f(n+1)$ (5)

$$\therefore \sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) - f(n+1) \ (5) \quad = -\frac{n}{(n+1)(n+5)} \ (5)$$

20

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{r=1}^{n} U_r = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-n}{(n+1)(n+5)} = 0$ බැවින් $\sum\limits_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වේ. (5)

එහි එකතුව 0 වේ. (5)

10

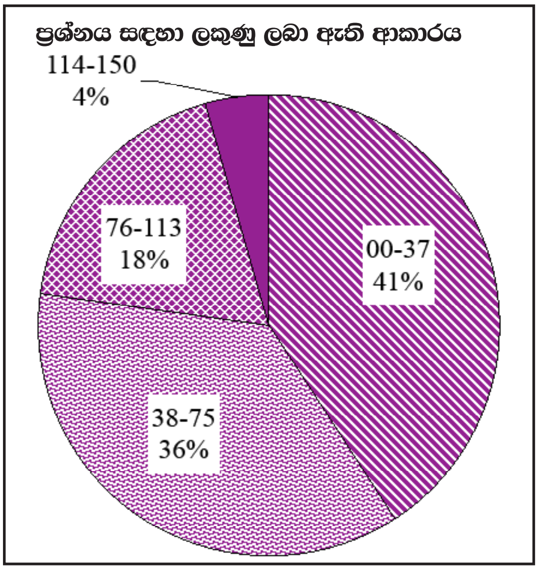
$$\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r = 3\left\{\sum_{r=1}^{\infty} U_r - U_1 - U_2\right\} \quad (5)$$

$$= 3\{0 - f(1) + f(3)\} = 3 \times \frac{2}{3\times 7} = \frac{2}{7} \quad (5)$$

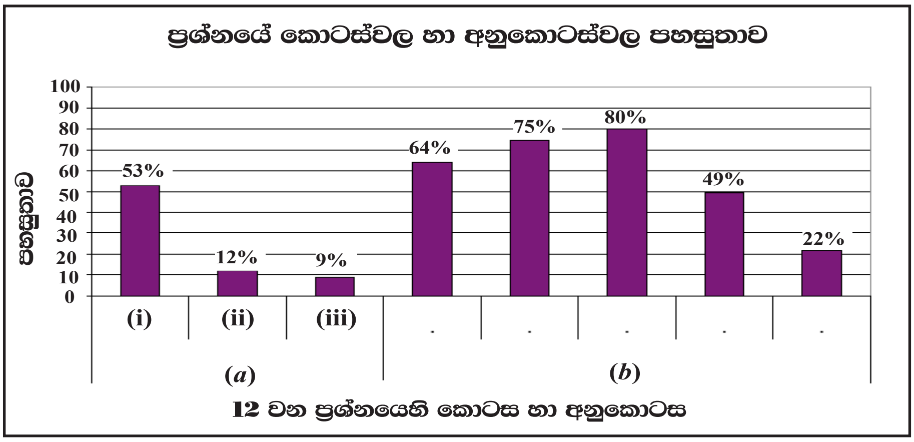
10

---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 84% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 46% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 41%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 36%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 8ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 80%කි. අඩුම පහසුතාව (a) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 9%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 84%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 46%කි. මෙය (a) සහ (b) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස සංයෝජන මාතෘකාව යටතේ ද (b) කොටස ශ්‍රේණි ඒකකය මත ද පදනම් වේ. (a) කොටසට වඩා වැඩි පහසුතාවක් (b) කොටසට ලබා ඇති බව ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් තහවුරු වේ. (b) කොටසට වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් උපයා ගැනීමට අයදුම්කරුවන් නැඹුරු වී ඇති බව මෙම තොරතුරුවලින් අනාවරණය වේ. (a) සහ (b) හි පහසුතා පිළිවෙළින් 23%ක් හා 64%ක් වේ.

(a)(i)හි පහසුතාව 53%කි. සපයා තිබූ පිළිතුරු සෑහෙන තරම් සතුටුදායක වුවද සුළු කිරීමෙන් අවසාන පිළිතුරට ළඟා වීම බොහෝ අයදුම්කරුවන් විසින් මඟ හැර තිබීම නිසා සම්පූර්ණ ලකුණු ලැබූ පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අඩු බව දක්නට ලැබුණි. (ii) හා (iii) කොටස් නිවැරදිව අවබෝධ කර ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා අයදුම්කරුවන් බොහෝ දෙනකුට නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

(b) මෙම කොටස අනුකොටස් පහකින් යුක්ත වන අතර සමස්තයක් ලෙස මෙම කොටසෙහි පහසුතාව ඉහළ අගයක් ගනී. නමුත් මෙහි පළමු අනුකොටස නිවැරදිව කියවා තේරුම් නොගැනීම නිසා ඊට අදාළ ලකුණු අහිමි වී ඇත. ඉතිරි අනුකොටස් සඳහා අයදුම්කරුවන් බොහොමයක් නිවැරදිව පිළිතුරු සැපයීම සිදුකර තිබුණත් ප්‍රශ්නය නිවැරදිව අවබෝධ කර නො ගැනීම හේතුවෙන් සමහර අයදුම්කරුවන්ට අදාළ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී ඇත. ඒ අනුව අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව 22% ක තරම් අඩු අගයක පැවතුණි.

(a) කොටස සඳහා අයදුම්කරුවන් තුළ සංයෝජන ආශ්‍රිත මූලික සංකල්ප වර්ධනය කිරීම සඳහා සරල අභ්‍යාස යොදා ගැනීමට යොමු කළ යුතුය.

(b) කොටසේ දී අන්තර ක්‍රමය යෙදෙන විට $f(r)$ සෙවීමේ දී සංගුණක සංසන්දනයෙන් සෙවීමට හා අන්තර ක්‍රමයෙන් දී ඇති ශ්‍රේණියේ මුල් පද කිහිපය නොලැබෙන නිසා එවැනි ගැටලු විසඳීම සඳහා අයදුම්කරුවන් යොමු කළ යුතු වේ.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. (*a*) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ද ගනිමු. $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} = \mathbf{B}$ වන පරිදි a හා b හි අගයන් සොයන්න; මෙහි $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ මගින් $\mathbf{A}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම දැක්වේ.

$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $u \in \mathbb{R}$ වේ. $\mathbf{CX} = \lambda\mathbf{BX}$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. λ හි අගය හා u හි අගය සොයන්න.

λ හි මෙම අගය සඳහා $\mathbf{C} - \lambda\mathbf{B}$ න්‍යාසය සොයා, එහි ප්‍රතිලෝමය **නොපවතින** බව පෙන්වන්න.

(*b*) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $|1-z|^2 = 1 - 2\operatorname{Re} z + |z|^2$ බව හා

(ii) $z \neq 1$ සඳහා $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1 - \operatorname{Re} z}{|1-z|^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$ වන්නේ $|z| = 1$ හා $z \neq 1$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

S යනු, $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$ හා $-\frac{\pi}{3} < \operatorname{Arg} z < \frac{\pi}{3}$ යන අවශ්‍යතා දෙක ම සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවලින් සමන්විත කුලකය යැයි ගනිමු. S හි සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ඩ් සටහනක අඳින්න.

z යන්න S තුළ වේ නම් හා $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ නම්, $z = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **බැවින්** $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ (5) **වන අතර එනයින්,** $A^T A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & a^2+1 \end{pmatrix}$ (10)

දැන්, $A^T A - B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & a^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow 2 = b$ හා $a^2 + 1 = 1$ (10)

$\Leftrightarrow 2 = b$ හා $a = 0$ (5)

30

$C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ හා $X = \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix}$ **බැවින්**

$CX = \begin{pmatrix} 12u+5 \\ 8u+3 \end{pmatrix}$ (5) හා $BX = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3u+1 \\ 2u+1 \end{pmatrix}$ (5)

එනයින්, $CX = \lambda BX \Leftrightarrow 12u + 5 = \lambda(3u+1)$ හා $8u + 3 = \lambda(2u+1)$

$\therefore \frac{12u+5}{8u+3} = \frac{\lambda(3u+1)}{\lambda(2u+1)}$. (5) (5)

එම නිසා $24u^2 + 22u + 5 = 24u^2 + 17u + 3 \Rightarrow 5u = -2$

$u = -\frac{2}{5}$ (5)

එවිට, $-\frac{16}{5} + 3 = \lambda\left(-\frac{4}{5} + 1\right)$ $\therefore \lambda = -1$ (5)

30

(5)

දැන්, $C-\lambda B=\begin{pmatrix}7 & 5\\ 5 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 6 & 4\end{pmatrix}$ (5)

$\begin{vmatrix}9 & 6\\ 6 & 4\end{vmatrix}=0$ බැවින් $C-\lambda B$ හි ප්‍රතිලෝමය නොපවතී. (5) **15**

<u>**වෙනත් ක්‍රමයක්**</u> දැන්, $C-\lambda B=\begin{pmatrix}7 & 5\\ 5 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 6 & 4\end{pmatrix}$ (5)

$\begin{pmatrix}9 & 6\\ 6 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p & q\\ r & s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. (5)

$\Leftrightarrow 9p+6r=1$ .... (i)

$9q+6s=0$ .... (ii)

$6p+4r=0$ .... (iii)

$6q+4s=1$ .... (iv)

$\left.\begin{array}{l}\text{(i)}\times\frac{2}{3}\Rightarrow 6p+4r=\frac{2}{3}\\ \text{(iii)}\Rightarrow 6p+4r=0\end{array}\right\}$ මෙය විසංවාදයකි. (5)

එමනිසා $C-\lambda B$ හි ප්‍රතිලෝමය නොපවතී. **15**

(b) (i) $|1-z|^2=(1-z)\overline{(1-z)}$ (5)

$=(1-z)\,(1-\bar{z})$ (5)

$=1-(z+\bar{z})+z\bar{z}\quad=1-2\operatorname{Re}z+|z|^2$ (5) **15**

(ii) $|z|\neq 1$, සඳහා $\dfrac{1}{1-z}=\dfrac{1}{(1-z)}\times\dfrac{\overline{(1-z)}}{\overline{(1-z)}}=\dfrac{1-\bar{z}}{|1-z|^2}$ (5)

$\therefore\ \operatorname{Re}\dfrac{1}{1-z}=\dfrac{1-\operatorname{Re}\bar{z}}{|1-z|^2}=\dfrac{1-\operatorname{Re}z}{|1-z|^2}$ (5) (5) (5) **20**

<u>**වෙනත් ක්‍රමයක්**</u>

$z=x+iy$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $x,\ y\in\Re$ වේ.

(i) එවිට $1-z=1-x-iy$ (5)

$\therefore\ |1-z|^2=(1-x)^2+y^2\quad=1-2x+x^2+y^2\quad=1-2\operatorname{Re}z+|z|^2$ (5) (5) **15**

(ii) $z\neq 1$, සඳහා $\dfrac{1}{1-z}=\dfrac{1}{1-x-iy}\times\dfrac{(1-x)+iy}{(1-x)+iy}=\dfrac{(1-x)+iy}{(1-x)^2+y^2}$ (5) (5)

$\therefore\ \operatorname{Re}\dfrac{1}{1-z}=\dfrac{1-x}{(1-x)^2+y^2}=\dfrac{1-\operatorname{Re}z}{|1-z|^2}$ (5) (5) **20**

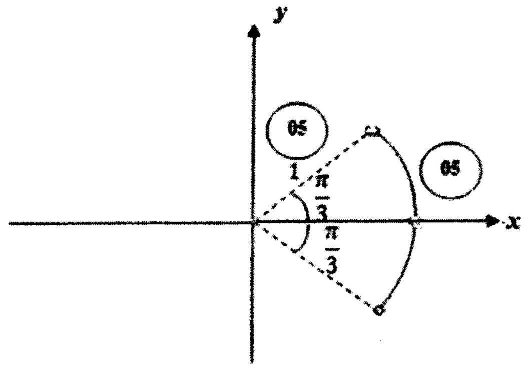
$z \neq 1$ සඳහා, $\quad \text{Re}\dfrac{1}{1-z} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1-\text{Re}\,z}{|1-z|^2} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2(1-\text{Re}\,z) = 1 - 2\,\text{Re}\,z + |z|^2$ (5)

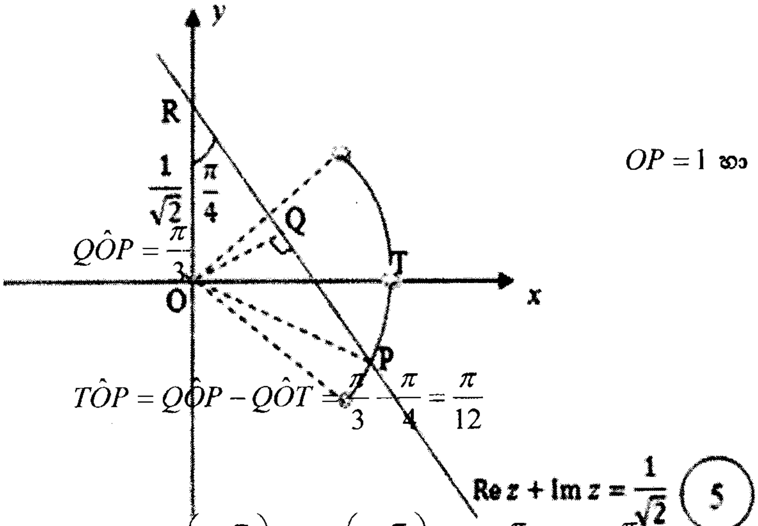
$\Leftrightarrow |z|^2 = 1$

$\Leftrightarrow |z| = 1$ (5)

10



10



$OP = 1$ හා $OQ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{2}$, නිසා (5)

(5)

$T\hat{O}P = Q\hat{O}P - Q\hat{O}T = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{12}$ (5)

$\therefore z = \cos\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) = \cos\dfrac{\pi}{12} - i\sin\dfrac{\pi}{12}$

20

වෙනත් ක්‍රමයක්

$z \in S \Rightarrow z = \cos\theta + i\sin\theta; \; -\dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{\pi}{3}$ (5)

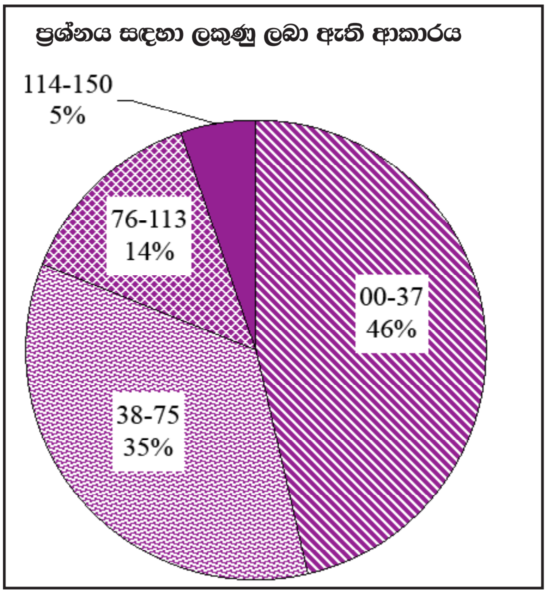
$\text{Re}\,z + \text{Im}\,z = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\theta + \sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \;\Rightarrow \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin 2\theta = -\dfrac{1}{2}$ (5)

$-\dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{\pi}{3}$; බැවින් $\theta = -\dfrac{\pi}{12}$ (5) $\qquad \therefore z = \cos\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) = \cos\dfrac{\pi}{12} - i\sin\dfrac{\pi}{12}$ (5)

20

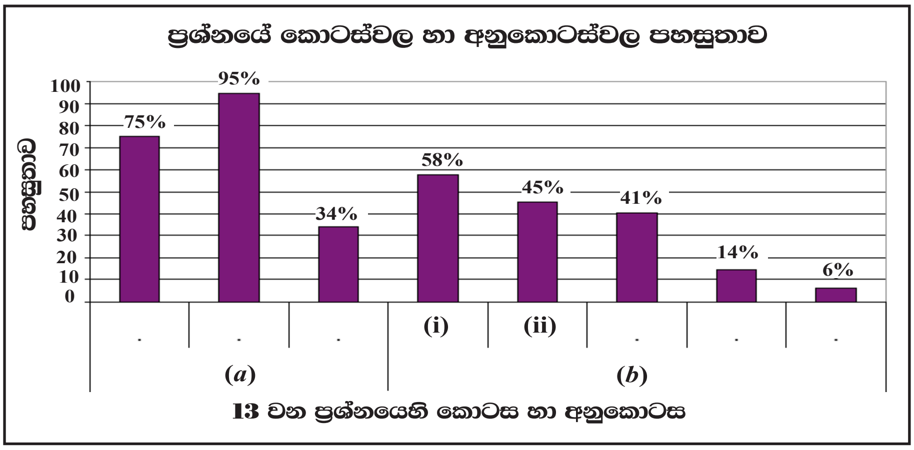
13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 58%කි. මෙහි පහසුතාව 54%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 46%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 35%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 14%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 5%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 8ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 95%කි. අඩුම පහසුතාව 6%ක් වන අතර එය (*b*) හි අවසාන අනුකොටසට වේ.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 58%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 54%කි. මෙම ප්‍රශ්නය ද එකිනෙකට වෙනස් විෂය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (*a*) කොටස න්‍යාස මත ද (*b*) කොටස සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මත ද පදනම් වී ඇත. (*a*) හා (*b*) හි පහසුතා පිළිවෙළින් 75%ක් හා 33%ක් වේ.

(*a*) පළමුවන හා දෙවන අනුකොටස්වල පහසුතාව 75%කට වඩා ඉහළ මට්ටමක පවතී. ඒ සඳහා සපයා ඇති පිළිතුරු සාර්ථක වේ. තුන්වන අනුකොටසේ $\mathbf{C} - \lambda\mathbf{B}$ හි ප්‍රතිලෝමය නොපවතින බව පෙන්වීමට සරල ක්‍රම තිබුණ ද දීර්ඝ ක්‍රමවලට යාම නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට සාර්ථක ප්‍රතිඵල කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

(*b*) මෙහි අනුකොටස් පහක් ඇත. පහසුතාව 40% ඉක්මවන්නේ (i), (ii), (iii) අනුකොටස්වල පමණි. ඉතිරි අනුකොටස්වල පහසුතාව ඉතා අඩු මට්ටමක පවතී. සමස්ත ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම ලකුණු ඉතා අඩුවෙන්ම ලබා ඇති අනුකොටස මෙහි (v) කොටසයි. මෙයට හේතුව වන්නේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල වීජය සුළු කිරීම හා ආගන්ඩ් සටහනක් භාවිත කිරීම දුර්වල මට්ටමක පැවතීමයි.

න්‍යාස පිළිබඳ මූලික ලක්ෂණ සහ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වීජය, ආගන්ඩ් සටහනේ යෙදීම් පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය වන පරිදි අභ්‍යාසවල යෙදවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

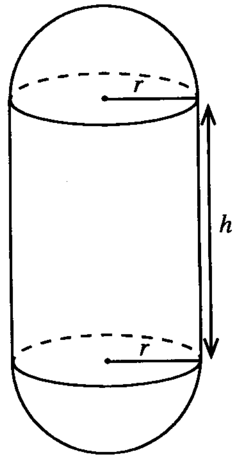
14. (*a*) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq -1$ සඳහා $f'(x) = \dfrac{8(1-x)(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$ බව පෙන්වන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $(x+1)(x^2+3) = 16x$ සමීකරණයේ විසඳුම් **ගණන** සොයන්න.

(*b*) අරය මීටර r වූ කුහර අර්ධ ගෝල දෙකක්, එම අරය ම සහිත උස මීටර h වූ ඍජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කිරීමෙන් කුහර සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදිය යුතු වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ මුළු පරිමාව $36\pi\ \text{m}^3$ වේ. $h = \dfrac{108-4r^3}{3r^2}$ බව පෙන්වන්න.



ද්‍රව්‍ය සඳහා යන වියදම සිලින්ඩරාකාර පෘෂ්ඨය සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 300 ක් ද අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨ සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 1000 ක් ද වේ. මෙම සංයුක්ත වස්තුව සෑදීමට අවශ්‍ය ද්‍රව්‍ය සඳහා යන මුළු වියදම රුපියල් C යන්න $0 < r < 3$ සඳහා $C = 800\pi\left(4r^2 + \dfrac{27}{r}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.

(*a*) $f(x) = \dfrac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$; $x \neq -1$ **ලෙසගනිමු.**

$x \neq -1$, **සඳහා**

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x^2+3).8 - 8x\left[(x^2+3) + (x+1).2x\right]}{(x+1)^2(x^2+3)^2} \quad (15)$$

$$= \frac{8(x^2+3) - 16x^2(x+1)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$$

$$= \frac{8\left[3 - x^2 - 2x^3\right]}{(x+1)^2(x^2+3)^2} \quad (10)$$

$$= \frac{8(1-x)(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$$

25

---

(5) (5)

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad (\because 2x^2+3x+3 \neq 0)$

සියලු x සඳහා $2x^2 + 3x + 3 > 0$ බැවින් සියලු $x \neq 1$ සඳහා $\dfrac{8(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2} > 0$ වේ.

එබැවින් $x = \pm 1$ සඳහා $f'(x)$ හි ලකුණ $(1-x)$ හි ලකුණම වේ.

$x = 1$ $x = -1$

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 1$	$1 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	$(+)$	$(+)$	$(-)$
	$f(x)$ වැඩිවේ.	$f(x)$ වැඩිවේ.	$f(x)$ අඩුවේ.
	(5)	(5)	(5)

$x = 1$ හිදී $f'(x)$ අර්ථ නොදැක්වේ. (5)

එනයින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට ඇත්තේ එකම හැරුම් ලක්ෂ්‍යයක් පමණි ; එය සාපේක්ෂ උපරිමයක් වන අතර එහි ඛණ්ඩාංක $(1, 1)$ වේ. (5)

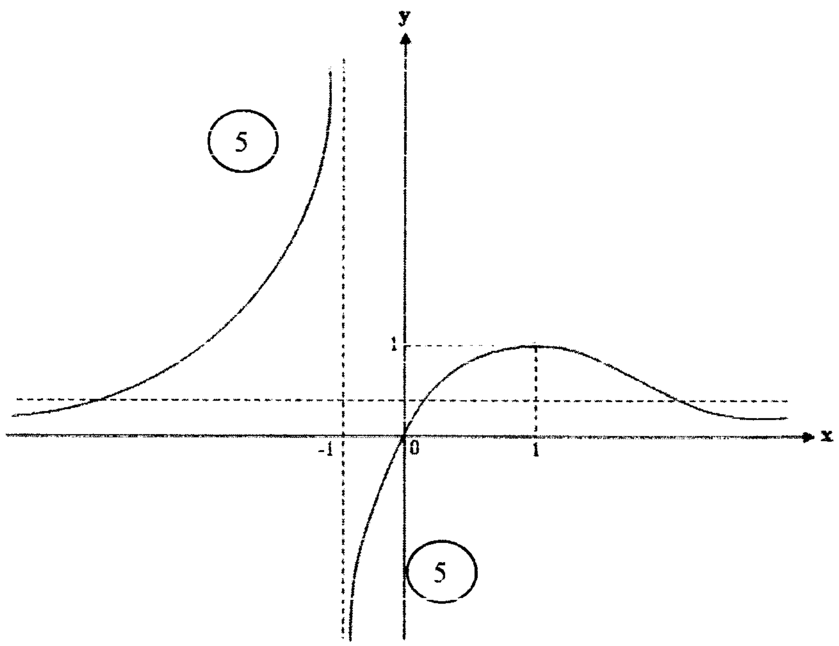
සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය : $f(x)$ අර්ථ නොදක්වෙන්නේ $x = -1$ දී පමණි.

තවද , $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = +\infty$ හා $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$ වේ.

එබැවින් $x = -1$. එකම සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. (5)

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ වේ.

$\therefore y = 0$ එකම තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. (5)



55

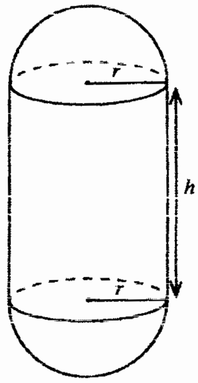
$$(x+1)(x^3+3)=16x \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{8x}{(x+1)(x^3+3)}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2} \quad (5)$$

අවශ්‍ය විසඳුම් සංඛ්‍යාව $y=f(x)$ හා $y=\frac{1}{2}$ ප්‍රස්තාරවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ගණන වේ.

ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් මගින් මෙම සංඛ්‍යාව 3 කි. (5) **[10]**

(b) සංයුක්ත වස්තුවේ මුළු පරිමාව $=\frac{4}{3}\pi r^3+\pi r^2 h$ (10)



$\frac{4}{3}\pi r^3+\pi r^2 h=36\pi$ බව දී ඇත. (5)

$$\Rightarrow 4r^3+3r^2h=108 \quad (5)$$

$$\Rightarrow h=\frac{108-4r^3}{3r^2}$$

[20]

දැන්, $h>0 \Rightarrow r<3$. එබැවින් $0<r<3$ විය යුතුය. (5)

ද්‍රව්‍ය සඳහා යන මුළු වියදම

$$C=300\times 2\pi rh+1000\times 4\pi r^2 \quad (5)$$

$$=200\pi\left\{3r\left(\frac{108-4r^3}{3r^2}\right)+20r^2\right\} \quad (5)$$

$$=800\pi\left\{4r^2+\frac{27}{r}\right\};\ 0<r<3.$$

[15]

$$\frac{dC}{dr}=800\pi\left\{8r-\frac{27}{r^2}\right\}. \quad (5)$$

$$\therefore \frac{dC}{dr}=0 \Leftrightarrow 8r=\frac{27}{r^2} \Leftrightarrow r=\frac{3}{2} \quad (5)\ (5)$$

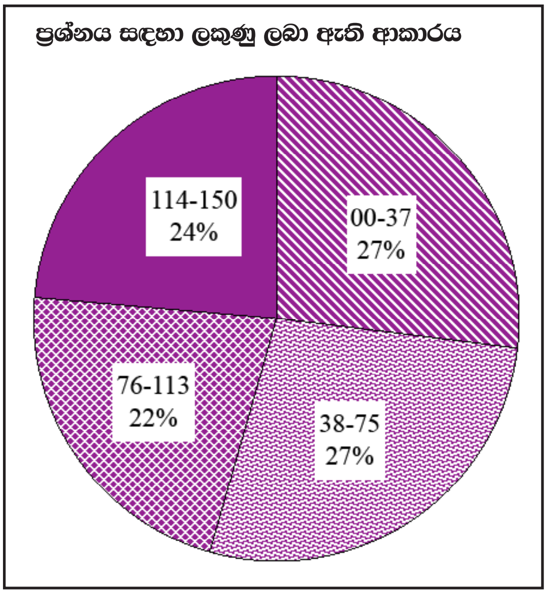
$0<r<\frac{3}{2}$ සඳහා $\frac{dC}{dr}<0$ හා

$\frac{3}{2}<r<3$ සඳහා $\frac{dC}{dr}>0$ (5)

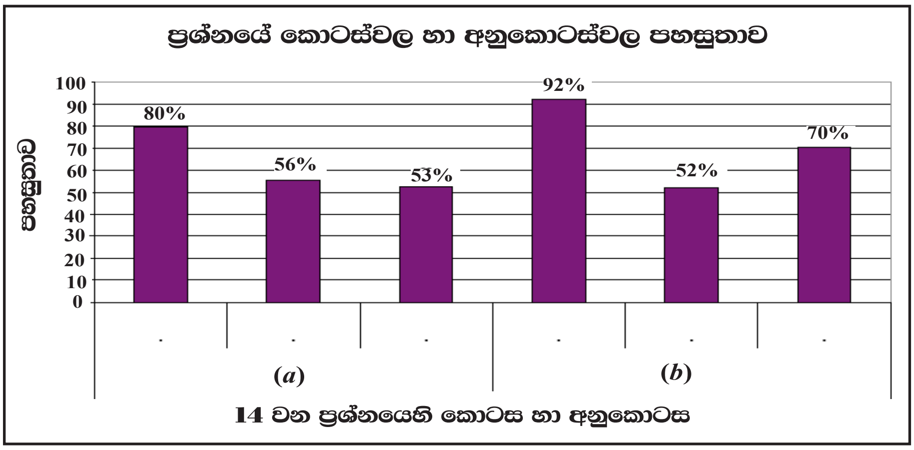
එනයින් $r=\frac{3}{2}$ වන විට C අවම වේ. (5)

[25]

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 92%කි. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 66%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 24% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 92%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 52% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 92%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 66%කි. (a) හා (b) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් දෙකක් සහ අනුකොටස් අටකින් සමන්විත වූ අවකලනය සහ අවකලනයේ යෙදීම් යටතේ සැකසුණු ප්‍රශ්නයකි. I පත්‍රයෙහි B කොටසින් දෙවන වැඩිම අයදුම්කරුවන් ප්‍රමාණයක් තෝරාගෙන ඇති ප්‍රශ්නය මෙය වේ.

(a) හි පළමු අනුකොටසෙහි පහසුතාව 80%ක් වැනි ඉහළ මට්ටමක පැවතිය ද ඉතිරි අනුකොටස් දෙකෙහි පහසුතාව 50%ක ආසන්න මට්ටමක පවතී. (a) කොටසේ බොහෝ අයදුම්කරුවන් ශ්‍රිතයක අවකලනය නිවැරදිව කර ඇති නමුදු සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ අසලදී ශ්‍රිතයේ හැසිරීම සහ අවකලන සංගුණකයේ ලකුණු පරීක්ෂාව දුර්වල මට්ටමක පැවතීම නිසා (a) කොටසෙහි සමස්ත පහසුතා දර්ශකය අඩු වී ඇති අතර එය 62%කි.

(b) පළමු අනුකොටසෙහි මුළු පරිමාව ඇසුරෙන් දී ඇති ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීම ඉතා සාර්ථක මට්ටමක පවතින අතර දෙවන අනුකොටසෙහි r පිහිටිය යුතු අගය පරාසය නිවැරදිව ප්‍රකාශ නොකිරීම නිසා එම කොටසෙහි පහසුතාව 52%ක් වැනි අඩු මට්ටමක පැවතුණි. අවසාන අනුකොටසට පිළිතුරු සැපයීම සතුටුදායක මට්ටමක පවතී. (b) කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 73%කි.

අවකලන සංගුණකයේ ලකුණු සහ ස්පර්ශෝන්මුඛ පිළිබඳ සංකල්ප වඩා තහවුරු වන ආකාරයේ අභ්‍යාස කිරීමට හුරු කිරීමෙන් ඉහත දැක් වූ දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (*a*) $\int \frac{3x+2}{x^2+2x+5}\,dx$ සොයන්න.

(*b*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන් $\int_1^{e^\pi} \cos(\ln x)\,dx = -\frac{1}{2}(e^\pi + 1)$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය පිහිටුවන්න; මෙහි a යනු නියතයකි.

$p(x) = (x-\pi)(2x+\pi)$ යැයි ද $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{p(x)}\,dx$ යැයි ද ගනිමු.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{p(x)}\,dx$ බව පෙන්වන්න.

I සඳහා වූ ඉහත අනුකල දෙක භාවිතයෙන් $I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{p(x)}\,dx$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $I = \frac{1}{6\pi}\ln\left(\frac{1}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) $\int \frac{3x+2}{x^2+2x+5}dx$

$= \int \frac{3(x+1)-1}{x^2+2x+5}dx$ (05)

$= \frac{3}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+5}dx - \int \frac{1}{(x+1)^2+4}dx$ (05)

$= \frac{3}{2}\ln(x^2+2x+5) - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$, **මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.** (05) (05) (05)

25

[$x^2+2x+5>0$ බව හඳුනා ගන්න.]

(*b*) $I = \int_1^{e^\pi} \cos(\ln x)dx$

$= \int_1^{e^\pi} \cos(\ln x)\frac{dx}{dx}dx$ (05)

$= x\cos(\ln x)\Big|_1^{e^\pi} + \int_1^{e^\pi} x\sin(\ln x)\frac{1}{x}dx$ (05) (05)

$= e^\pi\cos(\ln e^\pi) - \cos(\ln 1) + \int_1^{e^\pi} \sin(\ln x)\frac{dx}{dx}dx$ (05) (05)

$= e^\pi\cos\pi - \cos 0 - x\sin(\ln x)\Big|_1^{e^\pi} - \int_1^{e^\pi} x\cos(\ln x)\frac{1}{x}dx$ (05) (05) (05)

$= -e^\pi - e^\pi\sin\pi - \sin(\ln 1) - I$ (05)

$2I = -e^\pi - 1$

$\therefore I = -\frac{1}{2}(e^\pi + 1)$ (05)

50

(c) $u = a - x$ යැයි ගනිමු. එවිට $x = a - u$ හා $\frac{dx}{du} = -1 \Rightarrow dx = -du$ වේ. $x = a$ විට (05)

$u = 0$ ද $x = 0$ විට $u = a$ ද වේ.

$$\int_0^a f(x)dx = \int_a^0 f(a-u)(-du) = \int_0^a f(a-u)du = \int_0^a f(a-x)dx$$ (05) (05)

[15]

$p(x) = (x-\pi)(2x+\pi)$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{p(x)}dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{p\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}dx$$ (ඉහත ප්‍රතිඵලයෙන්) (05)

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p(x)}dx$$ (05)

(10)

$$\because p\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \left(\frac{\pi}{2}-x-\pi\right)\left(2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\pi\right) = -\frac{1}{2}(2x+\pi)2(\pi-x) = (x-\pi)(2x+\pi) = p(x)$$ [20]

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{p(x)}dx + \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p(x)}dx$$ (05)

$$\therefore I = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{p(x)}dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \frac{1}{p(x)}dx$$ (05) [10]

$$I = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \frac{1}{(x-\pi)(2x+\pi)}dx$$

(සටහන: (10) භින්න භාග වෙනුවෙන්) (05) (05)

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\left\{\frac{1/3\pi}{(x-\pi)} - \frac{2/3\pi}{(2x+\pi)}\right\}dx = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{3\pi}\ln|x-\pi| - \frac{2}{3\pi}\times\frac{1}{2}\ln|2x+\pi|\right\}\Bigg|_0^{\pi/2}$$ (05)

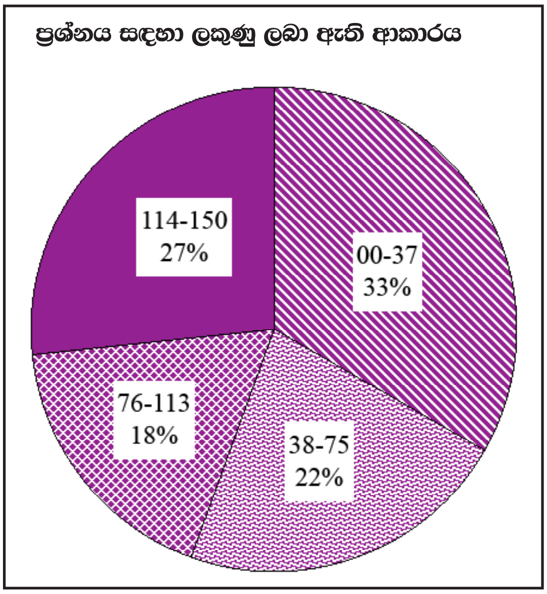
$$= \frac{1}{6\pi}\left\{\ln\left|-\frac{\pi}{2}\right| - \ln|-\pi| - \ln|2\pi| + \ln|\pi|\right\}$$ (05)

$$I = \frac{1}{6\pi}\left\{\ln\frac{\pi}{2} - \ln 2\pi\right\}$$ (05)

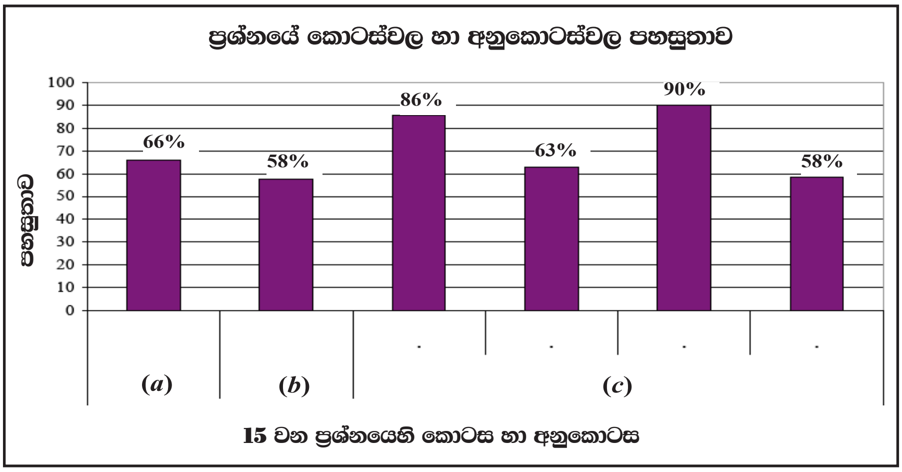
$$= \frac{1}{6\pi}\ln\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi}\right) = \frac{1}{6\pi}\ln\left(\frac{1}{4}\right)$$ (05)

[30]

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 76%ක් වේ. මෙහි පහසුතාව 65% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 33% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි කොටස් හා අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව (*c*) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 90% කි. අඩුම පහසුතාව (*b*) කොටසට හා (*c*) හි අවසාන අනුකොටසට වන අතර එය 58% බැගින් වේ.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 76% ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 65% කි. (*a*), (*b*) සහ (*c*) කොටස් තුනකින් සමන්විත කලනය කොටසෙහි අනුකලනය ඇසුරෙන් සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. මෙම ප්‍රශ්නයේ සෑම අනුකොටසකම පහසුතාව 58% හෝ ඊට වැඩි අගයක් ගනී. මෙය සම්මත ආකාරයේ ගැටලුවකි.

සමහර අයදුම්කරුවන්ට (*a*) කොටසේ දී තිබෙන පරිමේය ශ්‍රිතය නියමිත ආකාරයට සකස් කර ගැනීමට අපහසු වී ඇත. මෙම කොටසේ පහසුතාව 66% කි.

(*b*) කොටසේ ද කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යටතේ වූ ගැටලුවකි. ඇතැම් අයදුම්කරුවන්ට කොටස් වශයෙන් අනුකලනය පිළිබඳ සූත්‍රයට ගැළපෙන ආකාරයකට සකස් කර ගැනීමට නොහැකි වීමෙන් පිළිතුර සාර්ථක කර ගැනීමට නොහැකි වී ඇත. මෙම කොටසේ පහසුතාව 58% කි.

(*c*) කොටස, අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත වේ. මෙහි පළමු අනුකොටස සඳහා අයදුම්කරුවන් වැඩි ප්‍රමාණයක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇති අතර එය නිශ්චිත අනුකලනයේ සම්මත ක්‍රමයකි. ප්‍රමේයය නිවැරදිව භාවිත කිරීමෙන් ඉතිරි අනුකොටස් සඳහා සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇත. මෙම කොටසේ සමස්ත පහසුතාව 69% කි.

පරිමේය ශ්‍රිතයක් සම්මත ආකාරයට සුළු කර ගැනීමේ දුර්වලතා විශේෂයෙන් දක්නට ලැබේ. මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගැනීම සඳහා ව්‍යුහගතව සකස් කර ගත් අභ්‍යාස කරවීමට හුරු කළ යුතුය.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $2x+y=5$ හා $x+2y=4$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වා, මෙම කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය A යැයි ද $R=\{(x,y): x+2y\le 4$ හා $2x+y\ge 5\}$ යැයි ද ගනිමු. A ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයා, R පෙදෙස xy- තලයෙහි අඳුරු කරන්න.

l_1 හා l_2 රේඛා දෙක ම ස්පර්ශ කරමින් R පෙදෙසෙහි පිහිටන අරය $\sqrt{5}$ ක් වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2-14x+8y+60=0$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ජ්‍යාය සඳහා සුපුරුදු සූත්‍රය භාවිතයෙන්, A ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය $x-y=10$ බව පෙන්වන්න.

A ලක්ෂ්‍යය ද l_1 හා l_2 සමග S හි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය ද ඔස්සේ යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

m_1 හා m_2 යනු පිළිවෙළින් l_1 හා l_2 හි බෑවුම් යැයි ගනිමු. එවිට $m_1=-2$ හා $m_2=-\frac{1}{2}$ වේ. (05) (05)

l_1 හා l_2 අතර කෝණය θ යැයි ගනිමු.

එවිට, $\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$ (05)

(05) $=\left|\frac{-2+\frac{1}{2}}{1+(-2)\left(-\frac{1}{2}\right)}\right|=\left|\frac{-\frac{3}{2}}{2}\right|=\frac{3}{4}$

$\therefore \theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ **[20]**

කෝණ සමච්ඡේදක

$$\frac{|2x+y-5|}{\sqrt{5}}=\frac{|x+2y-4|}{\sqrt{5}}$$ (10)

i.e. $2x+y-5=\pm(x+2y-4)$ (05)

$-x+y+1=0$ or $3x+3y-9=0$

$x-y-1=0$ or $x+y-3=0$

(05) (05)

l_1 හා $x-y-1=0$ අතර සුළු කෝණය α යැයි ගනිමු.

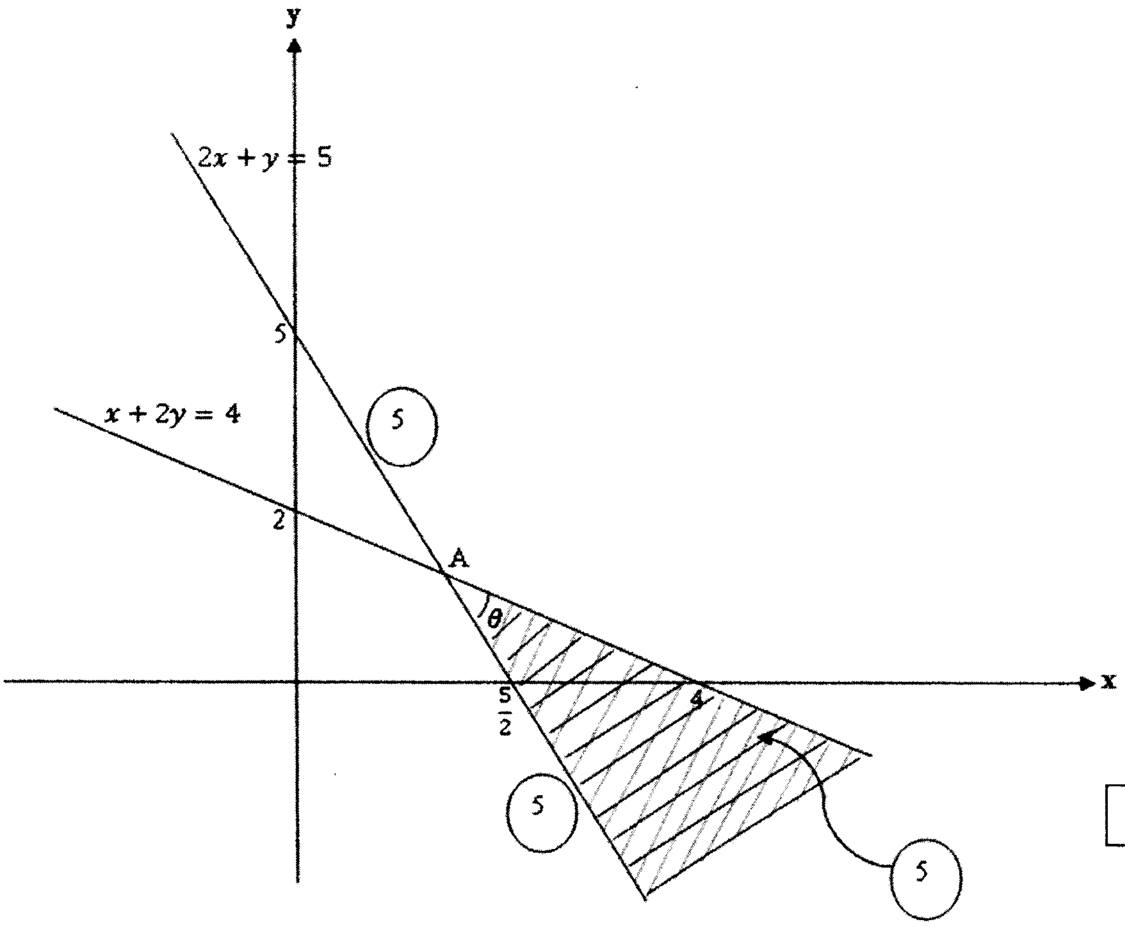
එවිට, $\tan\alpha=\left|\frac{-2-1}{1+(-2)(1)}\right|=3>1$ (05)

එම නිසා, $x-y-1=0$ අවශ්‍ය සමච්ඡේදකය නොවේ.

$\therefore$ $x+y-3=0$ අවශ්‍ය සමච්ඡේදකය වේ. (05) **[35]**

$2x+y=5$ හා $x+2y=4$ සමගාමීව විසඳීමෙන්, $x=2$ හා $y=1$ ලැබේ.

$\therefore\ A \equiv (2,1).$ (05)



20

S හි කේන්ද්‍රය $x+y-3=0$ මත පිහිටිය යුතුය.

එවිට S හි කේන්ද්‍රය $(2+t, 1-t)$ ආකාරයට ලිවිය හැක. (05)

S හි අරය $\sqrt{5}$ බැවින්, $\left|\frac{2(2+t)+(1-t)-5}{\sqrt{5}}\right| = \sqrt{5}.$ (10)

$|t| = 5$

$t = \pm 5$ (05)

$C \equiv (7,-4)$ හෝ $(-3,6)$; දෙවැනි ලක්ෂ්‍යය R තුළ නොපිහිටයි. (05)

(05)

S හි සමීකරණය

$(x-7)^2 + (y+4)^2 = 5$ (05)

$x^2 - 14x + 49 + y^2 + 8y + 16 = 5$

$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 = 0$ (05)

40

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

$C \equiv (t', 3-t')$ (05)

S හි අරය $\sqrt{5}$ බැවින්,

$\frac{|2t' + (3 - t' - 5)|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ (10)

$|t' - 2| = 5$

$t' = 7$ or $t' = -3$ (05)

$C \equiv (7, -4)$ හෝ $(-3, 6)$; දෙවැනි ලක්ෂ්‍යය R තුල නොපිහිටයි. (05)

(05)

S හි සමීකරණය:

$(x-7)^2 + (y+4)^2 = 5$ (05)

$x^2 - 14x + 49 + y^2 + 8y + 16 = 5$

$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 = 0$ (05)

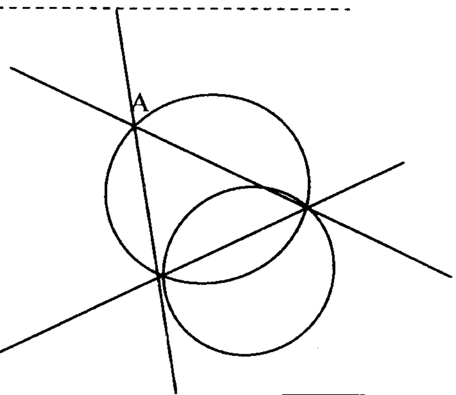
40

(05)

$x_0 = 2, y_0 = 1, g = -7, f = 4, c = 60$ සමග $x_0x + y_0y + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$
මගින් $2x + y - 7(x+2) + 4(y+1) + 60 = 0$ ලැබේ.

i.e. $-5x + 5y = -50$
$x - y = 10$ (05)

10



අවශ්‍ය වෘත්තයෙහි සමීකරණය,
$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 + \lambda(x - y - 10) = 0$ (10)
ආකාරයට ලිවිය හැක.

$A \equiv (2,1)$ මෙම වෘත්තය මත වේ.

$\therefore 4 + 1 - 28 + 8 + 60 + \lambda(x - y - 10) = 0$ (05)

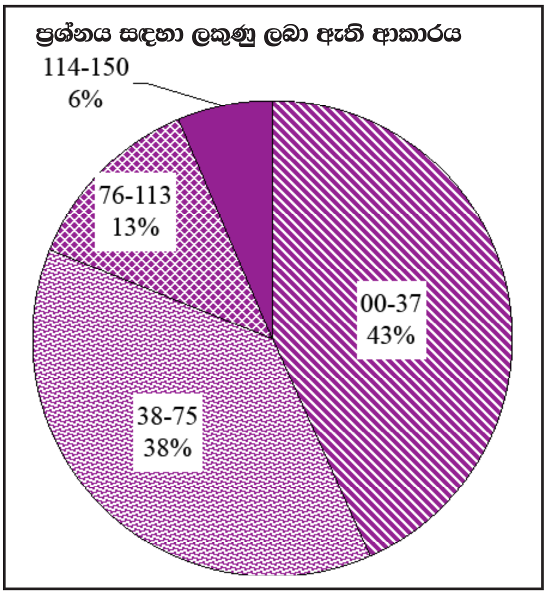
$45 - 9\lambda = 0$

$\lambda = 5$ (05)

එම නිසා අවශ්‍ය වෘත්තය: $x^2 + y^2 - 9x + 3y + 10 = 0$ (05)

25

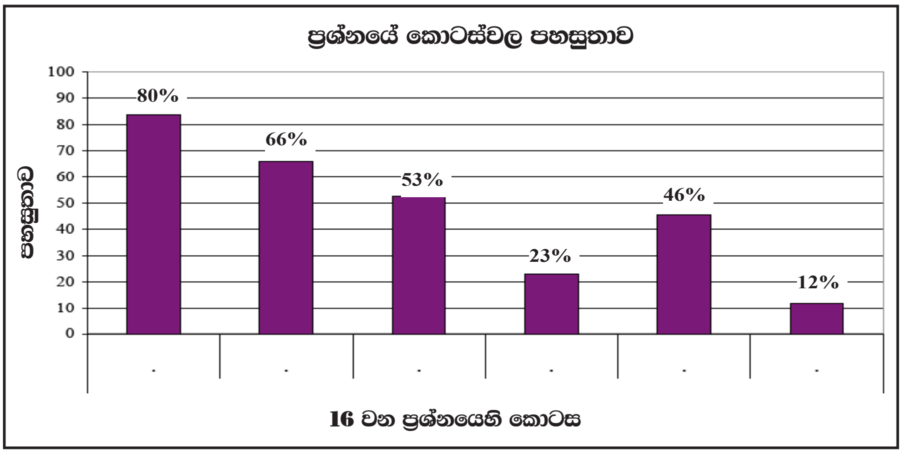
16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 62% ක් වේ. පහසුතාව 45% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 43% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 38% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 13% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි කොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළමු කොටසට වන අතර එය 84% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අවසාන කොටසට වන අතර එය 12% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 62% ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 45% කි. මෙම ගැටලුව සරල රේඛාව සහ වෘත්තය පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් සකස් කරන ලද ව්‍යුහගත ප්‍රශ්නයකි. මෙය අනුකොටස් හයකින් සමන්විත වේ.

මෙම ගැටලුවේදී රේඛා දෙකක් අතර සුළු කෝණය අයදුම්කරුවන් වැඩි ප්‍රමාණයක් නිවැරදිව සොයා ගෙන තිබුණි. කෝණ සමච්ඡේදක සෙවීම ද තරමක් සාර්ථක වී ඇත. තුන්වන කොටසෙහි ගැටලුවට අදාළ අවශ්‍ය පෙදෙස xy තලයේ අඳුරු කිරීම අසාර්ථක වී ඇත. මෙම ප්‍රශ්නය ව්‍යුහගත ප්‍රශ්නයක් නිසා අදාළ පෙදෙස අඳුරු කිරීම නිවැරදිව සිදු නොකිරීමෙන් ගැටලුවේ ඉතිරි කොටස්වලට පිළිතුරු සැපයීම ද, අසාර්ථක වී ඇත. මෙම ගැටලුවේ අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව 12% ක් වැනි අඩු මට්ටමක පවතී. මෙයින් පෙනී යනුයේ ගැටලුවක් කියවා නිවැරදිව අවබෝධ කර ගැනීමට අයදුම්කරුවන් අපොහොසත් වී ඇති බවයි.

සරල රේඛා හා වෘත්තයේ මූලික සිද්ධාන්ත ක්‍රමයෙන් වර්ධනය වන සේ ව්‍යුහගත අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $f(x) = \frac{1-\tan x}{1+\tan^2 x}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $A\cos(2x+\alpha)+B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $A\,(>0)$, B හා $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

ඒ නයින්, $f(x) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ යන සමීකරණය විසඳන්න.

$f(x)$ සඳහා දෙන ලද මුල් ප්‍රකාශනය යොදා ගනිමින් $f(x) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ යන්න $2\tan^2 x + 4k\tan x - k^2 = 0$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $k = 2-\sqrt{2}$ වේ.

$\tan\frac{\pi}{24} = \sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

තව ද $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = 2f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a:b:c = 1:\lambda:\mu$ බව දී ඇත; මෙහි λ හා μ යනු නියත වේ. $\mu^2(\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C) = 4\lambda\,\sin^3 C$ බව පෙන්වන්න.

(a) $f(x) = \frac{1-\tan x}{1+\tan^2 x}$; $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

$= \cos^2 x\left(1-\frac{\sin x}{\cos x}\right) = \quad = \cos^2 x - \sin x\cos x$ (5)

(05) $= \frac{1+\cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$ (05)

$= \frac{1}{2}\{\cos 2x - \sin 2x\} + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x\right\} + \frac{1}{2}$ (05)

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\cos\frac{\pi}{4}\cos 2x - \sin\frac{\pi}{4}\sin 2x\right\} + \frac{1}{2}$ (05)

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$ (05)

$A = \frac{1}{\sqrt{2}},\ B = \frac{1}{2},\ \alpha = \frac{\pi}{4}$ (05) **35**

$f(x) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ (05)

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$2x+\frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3};\ n\in\mathbb{Z}$ (05)

$$2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$$

$$2x = 2n\pi + \frac{\pi}{12} \text{ හෝ } 2x = 2n\pi - \frac{7\pi}{12}$$

$$x = n\pi + \frac{\pi}{24} \text{ හෝ } x = n\pi - \frac{7\pi}{24}$$ (05)

$$x = \frac{\pi}{24}, -\frac{7\pi}{24} \left(\because -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

(05)

20

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$4 - 4\tan x = 2 + \sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})\tan^2 x$$

$$4 - \left(2 + \sqrt{2}\right) - 4\tan x = \left(2 + \sqrt{2}\right)\tan^2 x \text{ ....(i)}$$ (05)

$$(\text{i}) \times (2 - \sqrt{2}) \Rightarrow$$

$$(2 - \sqrt{2})^2 - 4(2 - \sqrt{2})\tan x = (2^2 - (\sqrt{2})^2)\tan^2 x$$

$$2\tan^2 x + 4(2 - \sqrt{2})\tan x - (2 - (\sqrt{2}))^2 = 0$$ (05)

$$2\tan^2 x + 4k\tan x - k^2 = 0, \text{ මෙහි, } k = (2 - \sqrt{2}).$$ (05)

15

---

(05)

$$\tan x = \frac{-4k \pm \sqrt{16k^2 + 8k^2}}{4} \qquad = \frac{-2k \pm \sqrt{6}k}{2}$$

(05)

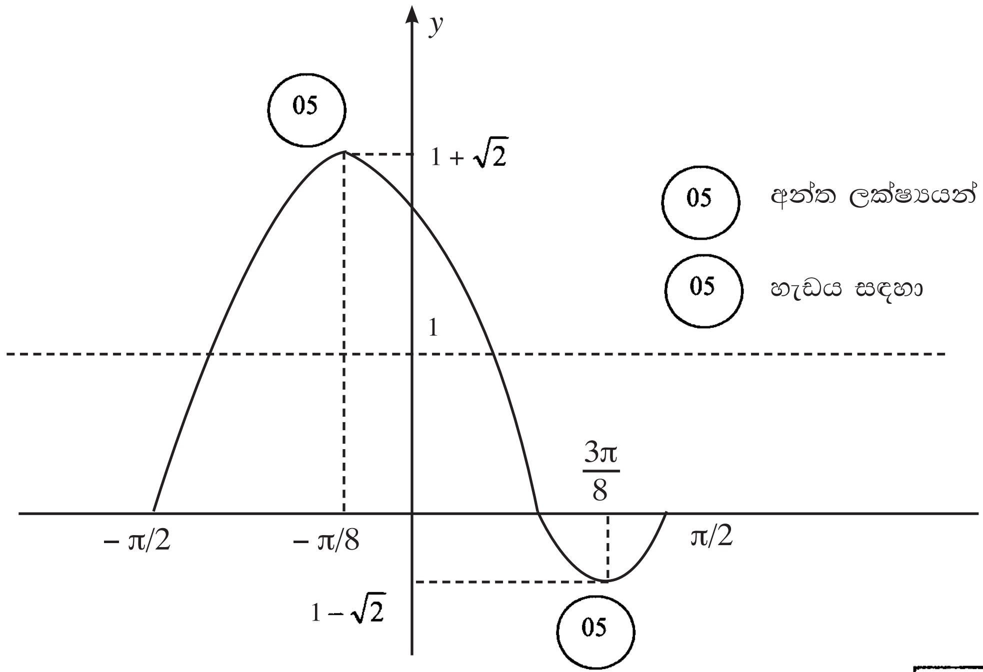
$$\tan\frac{\pi}{24} = -(2 - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{6}}{2}(2 - \sqrt{2}); \left(\because \tan\frac{\pi}{24} > 0\right)$$ (05)

$$= \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$$ (05)

20

$$y = 2f(x)$$

$$= \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$



20

(b) **සයින් සූත්‍රයෙන්:** $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}$ (05) **05**

---

(05) (05)

$$\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C = 2\sin(A+B)\cos(A-B)+2\sin C\cos C$$

$$= 2\sin C\cos(A-B)-2\sin C\cos(A+B) \quad (05)$$

$$= 2\sin C\left[\cos(A-B)-\cos(A+B)\right]$$

$$= 4\sin C\sin A\sin B \quad (05)$$

$$= 4\sin C\frac{\sin A}{a}.\frac{\sin B}{b}.ab \quad (05)$$

$$= 4\sin C\frac{\sin C}{c}.\frac{\sin C}{c}.ab$$

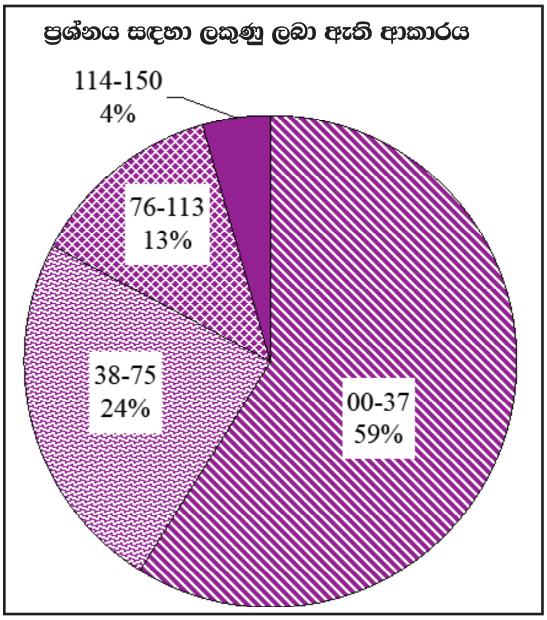
$$\Rightarrow c^2(\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C)=4ab\sin^3 C \quad (05)$$

$$\mu^2a^2(\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C)=4a\lambda a\sin^3 C \quad (\because a:b:c=1:\lambda:\mu) \quad (05)$$

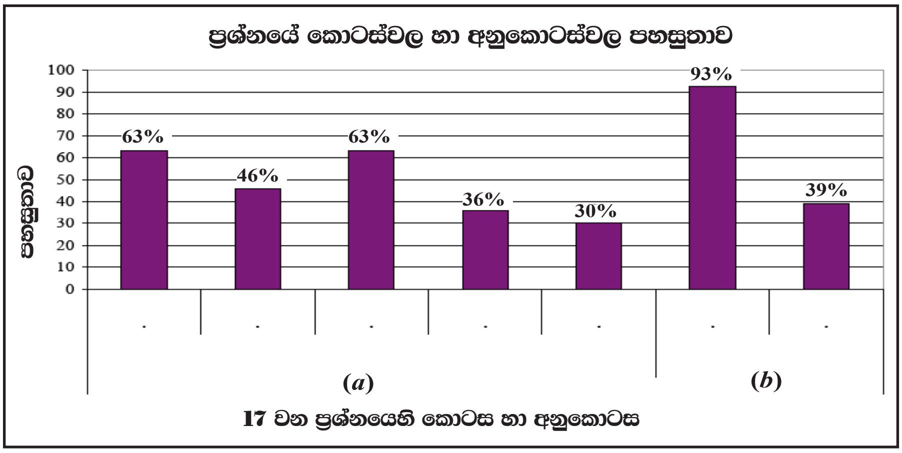
$$\mu^2(\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C)=4\lambda\sin^3 C$$

35

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 64%කි. මෙහි පහසුතාව 48%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 0 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 59%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 93% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි අවසාන අනුකොටසට වන අතර එය 30%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 64%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 48%කි. මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර ත්‍රිකෝණමිතියෙන් සැකසුණු ප්‍රශ්නයකි. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 49%ක් වන අතර (b) කොටසෙහි පහසුතාව 46%කි.

(a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටස f ශ්‍රිතය දී ඇති ආකාරයට සකස් කර ගැනීම තරමක් සාර්ථක වුවද ඉතිරි අනුකොටස් හතර සඳහා පිළිතුරු සැපයීම පහළ මට්ටමක තිබුණි. දී ඇති පරාසයක් තුළදී ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම ද පහළ මට්ටමක පැවතුණි.

(b) කොටස සයින් නියමය ඇසුරෙන් සකස් කරන ලද ප්‍රශ්නයකි. සයින් නියමය ප්‍රකාශ කිරීම ද 100%ක් නිවැරදිව නොතිබුණි. දී ඇති අවශ්‍යතාව ඇසුරෙන් අවශ්‍ය පිළිතුර ලබා ගැනීම ඉතාම අසාර්ථක මට්ටමක පවතී.

ත්‍රිකෝණමිතියට අයත් මූලික සිද්ධාන්ත පිළිබඳ නිසි දැනුම හා අවබෝධය ප්‍රමාණවත් පරිදි අයදුම්කරුවන් තුළ නොමැති වීමෙන් මෙම ගැටලුවට සාර්ථක විසඳුම් ඉදිරිපත් කිරීමට නොහැකි වී ඇත.

මූලික ත්‍රිකෝණමිතික සිද්ධාන්ත වර්ධනය වන පරිදි හා එක් ප්‍රතිඵලයකින් තවත් ප්‍රතිඵලයක් ව්‍යුත්පන්න කර ගත හැකි වන පරිදි අභ්‍යාසවල යෙදවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගත හැකිය.

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යුහය

කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට ම** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.

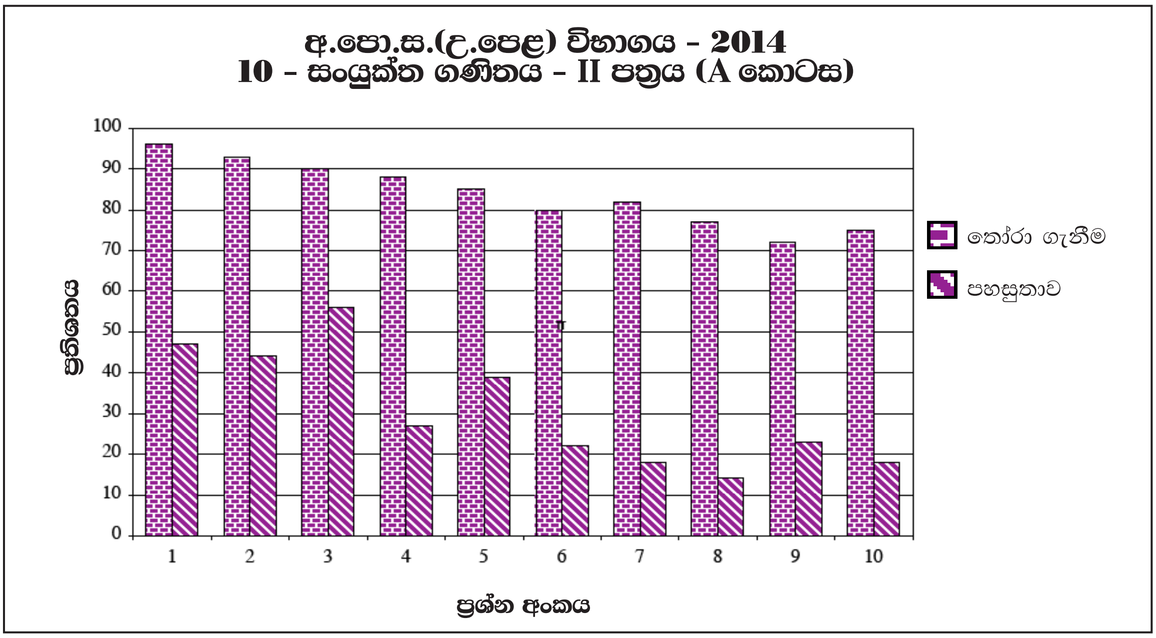
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.

II පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට, ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.2.2. II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයට ම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වේ. මෙම කොටසේ එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයක් එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 13 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් II පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90%කට වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 හා 2 ප්‍රශ්න දෙකට පමණි. අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 96%කි. 9 වන ප්‍රශ්නයට 72%ක අඩුම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත.

මෙම ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතා සලකා බැලීමේ දී පෙනී යන්නේ පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත්තේ 3 ප්‍රශ්නය පමණක් බවය. 4, 6, 7, 8, 9 හා 10 යන ප්‍රශ්නවල පහසුතා 30% කට ද වඩා අඩු වේ.

පහසුතාව වැඩි ම ප්‍රශ්නය, 3 වන අතර එහි පහසුතාව 56% ක් වේ. වැඩියෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නය වන අතර එහි පහසුතාව 47% ක් වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අංක 8 ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 14%ක් වේ. එම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 77%ක් වේ.

මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකි වේ.

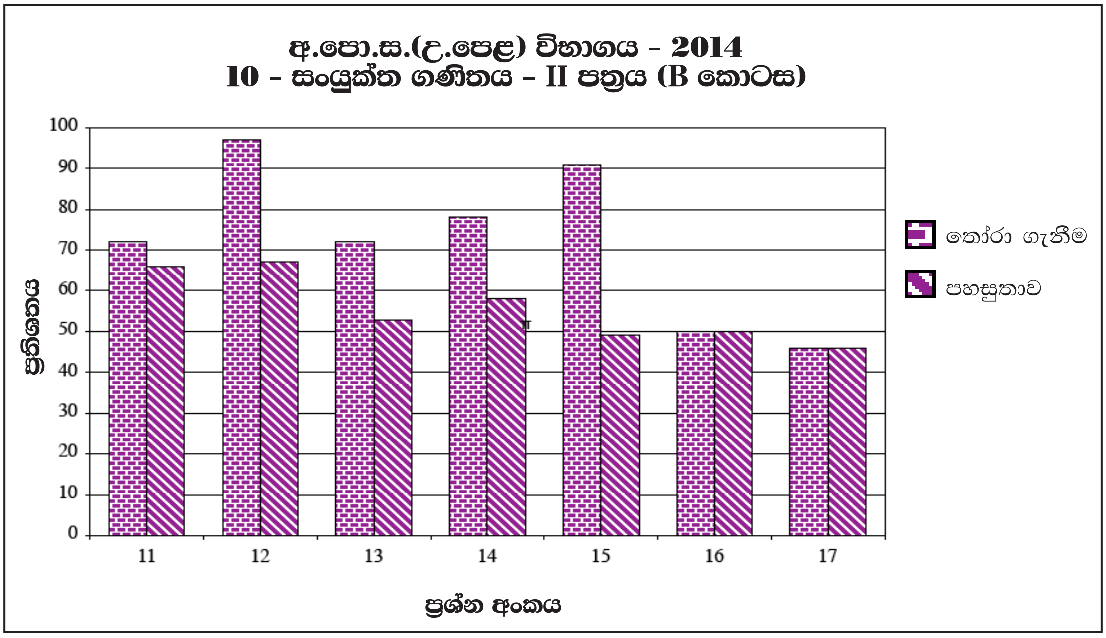
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	22	23	18	49	31	34	47	48	39	35
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	21	33	38	19	27	9	10	2	15	6
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය		4	8	11	12	15	20	19	23	29	25
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		47	44	56	27	39	22	18	14	23	18

වගුව 6 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන් කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයකට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණය හිමිකර ගත් අයදුම්කරුවන් වැඩි ම ප්‍රතිශතය එනම් 38%ක් ඇත්තේ 3 ප්‍රශ්නයටයි. අඩුම ප්‍රතිශතය ඇත්තේ 8 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 2%කි. ප්‍රශ්න දහය සඳහාම එම ප්‍රතිශතය 50%ට වඩා අඩුවෙයි. ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන්නේ 4 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 49%කි. මෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට ලකුණු 25 ම බැගින් ලබා ගත් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 4කටම ලබා ඇති ප්‍රතිශත 10% හෝ ඊට වඩා අඩු වේ.

අයදුම්කරුවන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවෙතැයි අපේක්ෂාවෙන් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන්, එම අපේක්ෂාව යන්තම්වත් සපුරා ඇත්තේ 3 ප්‍රශ්නය පමණක් බව ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වෙයි.

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසේ ද දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් තම අභිමතය පරිදි තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 14 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 97% ක් තෝරා ගෙන ඇත්තේ 12 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එහි පහසුතාව 67% ක් වේ. එය වැඩිම පහසුතාව ඇති ප්‍රශ්නය ද වේ.

අඩුවෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය ප්‍රතිශතයක් ලෙස 46% කි. එහි පහසුතාව ද 46% ක් වේ.

II වන ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 7 ඒවායේ පහසුතාවල ආරෝහණ පටිපාටියට සකස් කළ විට ලැබෙන අනුක්‍රමය 17, 15, 16, 13, 14, 11 සහ 12 වේ. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි 1 හා 3 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්නවල පහසුතා, B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල අඩුම පහසුතාවලට වඩා අඩුවීමෙන් ගම්‍ය වනුයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න වැඩි ගණනකට අපේක්ෂිත අයුරෙන් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට අයදුම්කරුවන්ට නොහැකි වී ඇති බවයි. II පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න 10 හි මධ්‍යක පහසුතාව 34% ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7 හි මධ්‍යක පහසුතාව 56% ක් වෙයි.

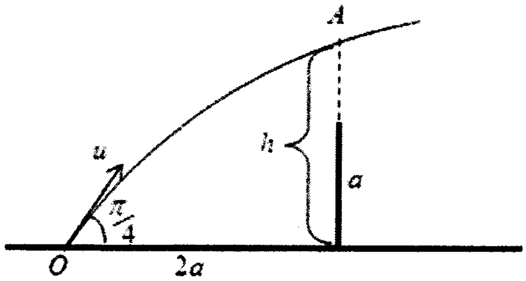
2.2.3. **II** ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් තිරස සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකින්, උස a වූ ද O සිට $2a$ තිරස් දුරකින් වූ ද සිරස් තාප්පයක් දෙසට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $u > 2\sqrt{ga}$ නම්, අංශුව තාප්පයට ඉහළින් යන බව පෙන්වන්න.

$u > 2\sqrt{ga}$ යැයි ගනිමු.



O සිට A දක්වා චලිතය සඳහා : $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$\rightarrow \quad 2a = u\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)t \quad (5)$$

$$t = \frac{2\sqrt{2}a}{u}$$

$$\uparrow \quad h = u\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (10)$$

$$= 2a - \frac{1}{2}g.\frac{8a^2}{u^2} = 2a - \frac{4ga^2}{u^2} \quad (5)$$

$$> 2a - \frac{4ga^2}{4ga} \left(\because u^2 > 4ga\right)$$

$$= a$$

$\Rightarrow h > a$ වන අතර එමනිසා අංශුව බිත්තියට ඉහළින් යයි. (5)

25

---

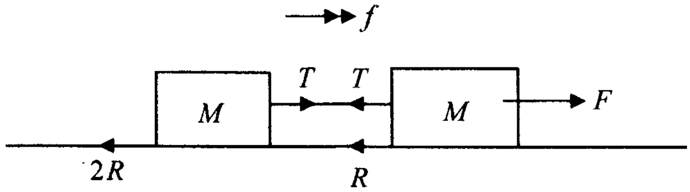
1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 96% ක් පමණි. අංශුවක් සිරස් තලයක චලනය වන පරිදි ප්‍රක්ෂේපණය කළ විට, දී ඇති ලක්ෂ්‍යයකට ඉහළින් ගමන් කිරීම සඳහා ප්‍රක්ෂේපණ වේගය සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතාව මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 47% කි. සිරස් චලිතයේ සාධාරණ අවස්ථාවක් නොසලකා චලිත සමීකරණය ලිවීමේදී සිරස් උස ලෙස a ගෙන ගැටලුව විසඳීමට උත්සාහ කිරීම නිසා නිවැරදි පිළිතුර කරා ළඟා වීමට අපහසු වී තිබුණි. දී ඇති අවශ්‍යතා සපුරාලන පරිදි චලිත සමීකරණ නිවැරදිව ලිවීමෙන් ගැටලු විසඳීමට හුරු කිරීමෙන් සාර්ථක විසඳුම් ලබා ගැනීමට හැකිවේ.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. **ස්කන්ධය M kg වූ වාහනයක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් මගින් එම ස්කන්ධය ම සහිත ට්‍රේලරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යයි. වාහනයේ චලිතයට හා ට්‍රේලරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන R හා $2R$ වේ. වාහනයේ එන්ජිම P kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් වාහනය $V\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\frac{1}{2}\left(R+\frac{1000P}{V}\right)$ බව පෙන්වන්න.**

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F=\frac{1000P}{V}N$. (5)



$\underline{F}=m\underline{a}$ ⟶ පද්ධතිය සඳහා: $F-3R=2Mf$ ----- (i) (10)

⟶ ට්‍රේලරය සඳහා: $T-2R=Mf$ ------ (ii) (5)

(i) සහ (ii) න්,

$$2(T-2R)=F-3R$$

$$T=\frac{1}{2}(R+F) \quad (5)$$

$$=\frac{1}{2}\left(R+\frac{1000P}{V}\right)N.$$

25

---

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

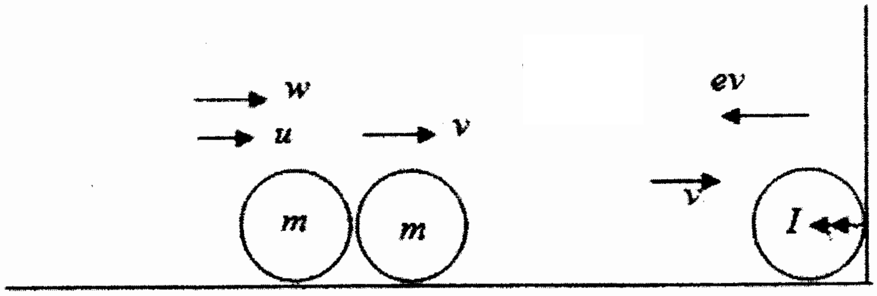
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 93% ක් පමණි. $\underline{F}=m\underline{a}$ හා $P=Fv$ යන සම්මත සමීකරණවල යෙදීම් පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 44%කි.

ඒකක අතර සම්බන්ධය නිවැරදිව යොදා නොගැනීම නිසා දී ඇති පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

මෙවැනි සරල ගැටලු විසඳීමේ දී ඒකක පරිවර්තනය සහ බල ලකුණු කිරීම පිළිබඳ විශේෂ අවධානය යොමු කරමින් ගැටලු විසඳීමට යොමු කළ යුතුය.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත, u වේගයෙන් සිරස් බිත්තියක් දෙසට, බිත්තියට ලම්බ සරල රේඛාවක චලනය වේ. බිත්තිය සමග ගැටීමට පෙර P අංශුව, එහි පෙතෙහි නිශ්චලව ඇති එම ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙන අතර, Q අංශුව ඉන්පසුව බිත්තියේ ගැටී පොලා පනී. ගැටුම් දෙක ම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ වේ. Q අංශුව මත බිත්තියෙන් ඇති කරන ආවේගය $\frac{1}{2}(1+e)^2 mu$ බව පෙන්වන්න.



පළමු ගැටුම සඳහා

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ **පද්ධතියට** ⟶ $mv + mw - mu = 0$ (5)

$v + w = u$

නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය: $v - w = eu$ (10)

$v = \frac{1}{2}(1+e)\, u$

දෙවැනි ගැටුම සඳහා,

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$; Q **සඳහා,** ⟵ $I = mev - (-mv)$ (5)

$= (1+e)\, mv$

එම නිසා Q මත ආවේගය $= \frac{1}{2}(1+e)^2\, mu$ (5)

25

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

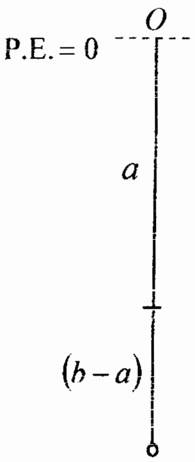
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 90%ක් පමණි. සරල ගැටුම් සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ සහ නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය යොදා ගැනීම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 55%කි.

පළමු ගැටුම සඳහා අදාළ සමීකරණ නිවැරදිව ලියා තිබුණ ද, අයදුම්කරුවන් යම් පිරිසකට, දෙවැනි ගැටුම සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ සමීකරණය යෙදීමේදී දිශාව නිවැරදි ව හඳුනා නොගැනීම නිසා අවසන් පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණු බව දක්නට ලැබුණි.

ඉහත ආකාරයේ දෛශික සමීකරණ ලිවීමේදී නිවැරදි දිශාව ඔස්සේ සමීකරණය ලිවීමට හුරු කළ යුතුය.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. O හි නිශ්චලතාවයේ සිට අංශුව ගුරුත්වය යටතේ මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, පසුව සිදු වන චලිතයේ දී තන්තුවේ උපරිම දිග සොයන්න.



O සහ පහත්ම ලක්ෂ්‍යය යන දෙකේදීම චාලක ශක්තිය ශූන්‍ය වන බැවින්,

ශක්ති සංස්ථිති සමීකරණයෙන්:

$$0+\frac{1}{2}\frac{4mg}{a}(b-a)^2-mgb=0 \quad (15)$$

චා. ශ (5)
වි.ශ. (5)
සමීකරණය (5)

$$2(b-a)^2=ab$$

$$2b^2+2a^2-5ab=0 \quad (5)$$

$$(b-2a)(2b-a)=0 \quad \Rightarrow b=2a \quad (\because b>a) \quad (5)$$

25

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

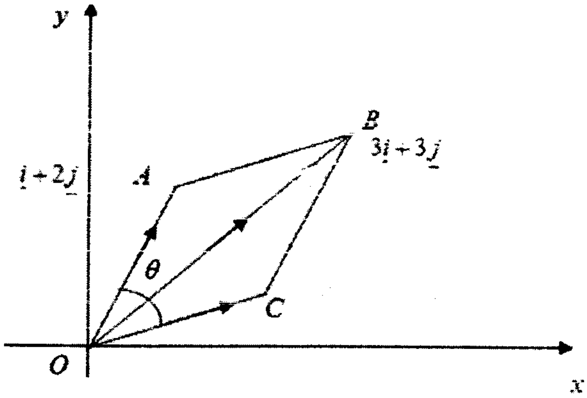
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88% ක් පමණි. ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් හා සම්බන්ධ අංශුවක චලිතයකට ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 27% කි. ඇදි තන්තුවක ගැබ් වී ඇති ප්‍රත්‍යාස්ථතා විභව ශක්තිය ප්‍රකාශ කර ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා ගැටලුවට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකිවී ඇති බව දක්නට ලැබුණි.

ඇදි තන්තුවක ප්‍රත්‍යාස්ථතා විභව ශක්තිය පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය වන පරිදි අභ්‍යාස කිරීමට යොමු කිරීම කළ යුතුය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

$A\hat{O}C = \theta$ යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ සැලකීමෙන් $\cos\theta = \dfrac{4}{5}$ බව පෙන්වන්න.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$
$$= -(\underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j}) + (3\underset{\sim}{i} + 3\underset{\sim}{j})$$
$$= 2\underset{\sim}{i} + \underset{\sim}{j}$$ (5)

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ නිසා $\overrightarrow{OC} = 2\underset{\sim}{i} + \underset{\sim}{j}$ වේ. (5)

අදිශ ගුණිතය $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = (\underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j}) \cdot (2\underset{\sim}{i} + \underset{\sim}{j}) = 4$ (5)

(5) $\therefore \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OC}|\cos\theta = 4$

$\therefore \cos\theta = \dfrac{4}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \dfrac{4}{5}$. (5)

25

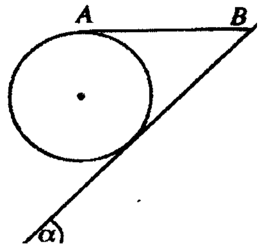
5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 85%ක් පමණි. දෛශික ආකලනය හා තිත් ගුණිතය පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 39%කි. $\mathbf{i}$ සහ $\mathbf{j}$ ඒකක දෛශික ඇසුරෙන් ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය ප්‍රකාශ කිරීම හා දෛශික දෙකක් අතර තිත් ගුණිතය නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් බොහෝ අයදුම්කරුවන් සාර්ථක පිළිතුර කරා ළඟා වී නොතිබුණි.

දෛශික ආකලන නියමය හා තිත් ගුණිතය යෙදීමෙන් විවිධ ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. බර W වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත නිශ්චලව ඇත්තේ, ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍යය වූ A ට හා ආනත තලයේ B ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කරනු ලැබූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. AB තන්තුව තිරස් ව පවතින විට ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබේ. ඝර්ෂණ කෝණය $\frac{\alpha}{2}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.



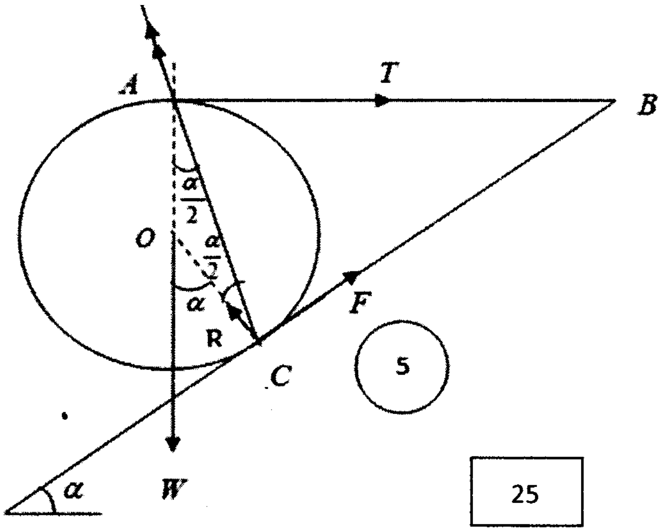
ඝර්ෂණ කෝණය $= O\hat{C}A$, (5)

හා $O\hat{C}A = \frac{\alpha}{2}$ (5)

A හි ඒක ලක්ෂ්‍යය බල සඳහා ලාමි ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්.

$$\frac{T}{\sin\left(\pi-\frac{\alpha}{2}\right)}=\frac{W}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)}$$ (5)

$$T = W\tan\frac{\alpha}{2}$$ (5)



25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$C \curvearrowleft \quad W a\sin\alpha = T(a + a\cos\alpha)$ (5)

$$T = \frac{W\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = W\tan\frac{\alpha}{2}$$ (5)

10

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 80% ක් පමණි. රළු පෘෂ්ඨයක් හා ගැටෙමින් පවතින දෘඪ වස්තුවක සීමාකාරී සමතුලිතතාව පිළිබඳ දැනුම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 22% කි.

සමතුලිත අවස්ථාවේදී නිවැරදි බල රූප සටහන ඇඳ නොගැනීම නිසා ඊට අදාළ මූලධර්ම නිවැරදිව යෙදීමට අපහසු වීමෙන් බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට නිවැරදි පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇති බව දක්නට ලැබුණි.

නිවැරදිව බල රූප සටහන් ඇඳ ගැනීමට සහ ඒවාට අනුරූප නිවැරදි සමීකරණ ලිවීමට හුරුකරවීමෙන් එම ගැටලු නිරාකරණය කර ගත හැකිය.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P((A\cup B)\cap(A'\cup B')) = P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$ බව පෙන්වන්න.

$$P((A\cup B)\cap(A'\cup B')) = P\left((A\cup B)\cap(A\cap B)'\right) = P(A\cup B)-P((A\cup B)\cap(A\cap B))$$ (10)

(5)

$$[\because P(X\cap Y')=P(X)-P(X\cap Y)]$$

(5) $$= P(A\cup B)-P(A\cap B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(A\cap B)$$

$$= P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$ (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක් $P((A\cup B)\cap(A'\cup B'))$

(5) $$= P(A\cap B')+P(B\cap A') \quad \because [(A\cup B)\cap A']\cup[(A\cup B)\cap B'] = [A\cap B']\cup[B\cap A']$$ (10)

$$= P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B) = P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$ (5)

(5)

25

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 82%ක් පමණි. සිද්ධි දෙකක මේලයේ සම්භාවිතාව පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 18%කි.

සිද්ධීන් සඳහා වූ කුලක වීජීය කර්ම සුදුසු ලෙස යොදා නොගැනීම හා සිද්ධියක සම්භාවිතාව නිවැරදිව ප්‍රකාශ කර නොගැනීම නිසා සාර්ථකව පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

විවිධ සිද්ධීන් සඳහා කුලක වීජීය කර්ම නිවැරදි ආකාරයට යෙදීමට හුරුකරවීම සහ සම්භාවිතාව පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේය යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳීමට යොමුකරවීමෙන් සාර්ථක ප්‍රතිඵල ලබා ගත හැකිය.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. **මල්ලක, ප්‍රමාණයෙන් සමාන වූ රතු බෝල 6 ක් ද සුදු බෝල 4 ක් ද අඩංගු වේ. බෝල තුනක්, වරකට එක බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව, සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. දෙවැනි බෝලය සුදු එකක් බව දී ඇති විට, තුන්වැනි බෝලය රතු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.**

R: රතු., W: සුදු

$$P(3\text{ වෙනි } R \mid 2\text{ වෙනි } W) = \frac{P(RWR) + P(WWR)}{P(2\text{ වෙනි } W)}$$ (5) (5) (5)

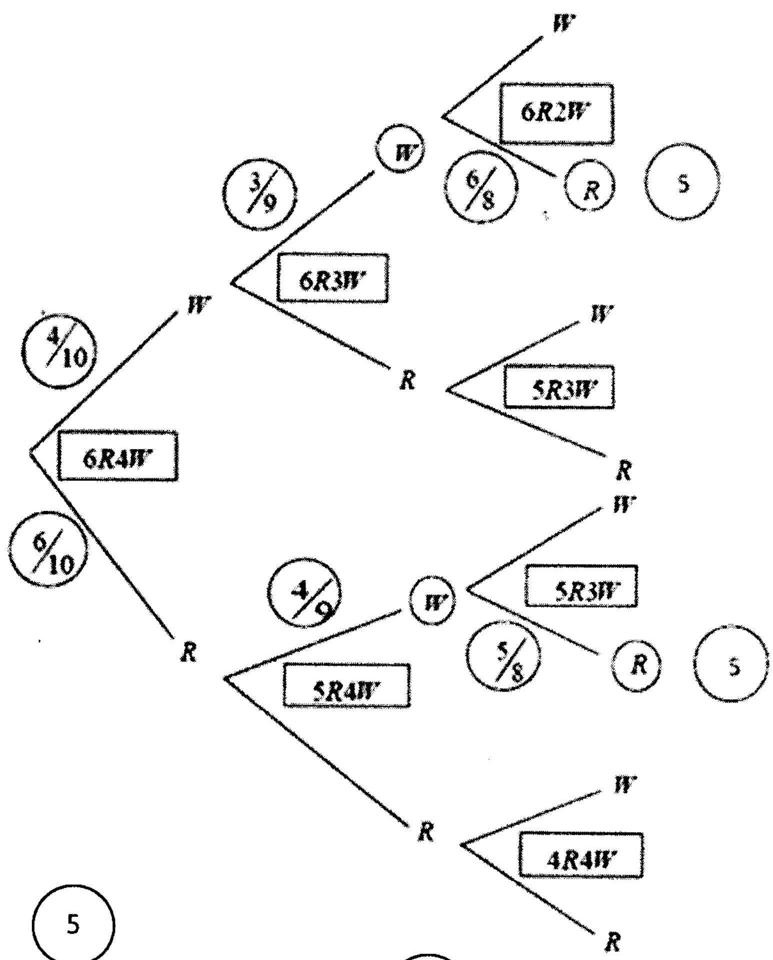
$$= \left(\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}\right) \Big/ \left(\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\right)$$ (5)

$$=\frac{2}{3}$$ (5)

25

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

R: රතු, W: සුදු



$$P(3\text{ වෙනි } R \mid 2\text{ වෙනි } W) = \left(\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8} + \frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}\right) \Big/ \left(\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\right)$$ (5) (5)

$$=\frac{2}{3}$$ (5)

25

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 77%ක් පමණි. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාවයේ යෙදීම් පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 14%කි.

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක පියවර ගණන වැඩිවන විට දී තිබෙන සිද්ධියක අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සෙවීමට නොහැකි වීමෙන් නිවැරදි පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

සිද්ධියක සම්භාවිතාව හා අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාවේ විවිධ ආකාරයේ අභ්‍යාසවලට හුරුකරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. නිරීක්ෂණ පහක මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 7 හා 9 වේ. නිරීක්ෂණවල එක ම මාතය 11 වේ. නිරීක්ෂණ සියල්ල ධන නිඛිල වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, වැඩිතම නිරීක්ෂණය හා අඩුතම නිරීක්ෂණය සොයන්න.

නිරීක්ෂණ: $x, y, 9, 11, 11$ (10)

$$\frac{x+y+31}{5}=7 \quad (5)$$

$$\Rightarrow x+y=4$$

x හා y ධන නිඛිල නිසා, $(x=1,\ y=3)$, $(x=2,\ y=2)$ හෝ $(x=3,\ y=1)$.

දැන්, එකම මාතය 11 වන බැවින් නිරීක්ෂණ වන්නේ 1, 3, 9, 11, 11. (5)

විශාලතම නිරීක්ෂණය $=11$

අඩුතම නිරීක්ෂණය $=1$ (5)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 72%ක් පමණි. විවික්ත නියැදියක කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 23%කි.

දී ඇති තොරතුරු, කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් හා උපකල්පන ඇසුරෙන් ලියා නොගැනීම හේතුවෙන් ගැටලුව විසඳීමට පිවිසීමේදී බොහෝ අයදුම්කරුවන් අසාර්ථක වී ඇත.

කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් සෙවීම පිළිබඳව මූලික දැනුම ලැබෙන පරිදි විවිධ ගැටලු කරවීමට හුරුකරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ 100 ක සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 31.8 වේ.

5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
16	x	30	y	20

x හා y හි අගයන් සොයා, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය නිමානය කරන්න.

නිරීක්ෂණ 100 හි මුළු අගය $= 10\times16+20x+30\times30+40y+50\times20 = 31.8\times100$ (5)

$$2x+4y = 318-206 = 112$$

$$x+2y = 56 \text{ ....(i)}$$

$$66+x+y = 100 \quad (5)$$

$$x+y = 34 \text{ ....(ii)}$$

$\therefore x = 12$ සහ $y = 22$ (5)

මධ්‍යස්ථය $= 25+\dfrac{50-28}{30}\times10$ (5)

$$= 25+\frac{22}{3}$$

$$= \frac{97}{3}$$

$$\approx 32.33 \quad (5)$$

25

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 75% ක් පමණි. දී ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක නොදන්නා සංඛ්‍යාත සහ ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය නිමානය කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 18% කි.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් හා සම්බන්ධ සියලු නිරීක්ෂණ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීමට අපහසු වීම හා මධ්‍යස්ථය සඳහා ප්‍රකාශනයක් නිසි ආකාරයට ලබා නොගැනීම හේතුවෙන් මෙම ගැටලුව විසඳීම සාර්ථක වී නොමැත.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මුළු නිරීක්ෂණ ගණන $\sum_{i=1}^{n} f_i x_i$ භාවිතා වන පරිදි විවිධ වර්ගයේ ගැටලු විසඳීමට හුරුකරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගත හැකිය.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත අචල සුමට තලයක වූ O ලක්ෂ්‍යයක P හා Q අංශු දෙකක් තබා ඇත. O හරහා වූ උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ උඩු අතට P අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර, එම මොහොතේ ම, Q අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු දෙක ආනත තලය හැර නොයන බව උපකල්පනය කරමින්, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව O ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන මොහොතේ දී Q අංශුව O සිට $\frac{2u^2}{g\sin\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

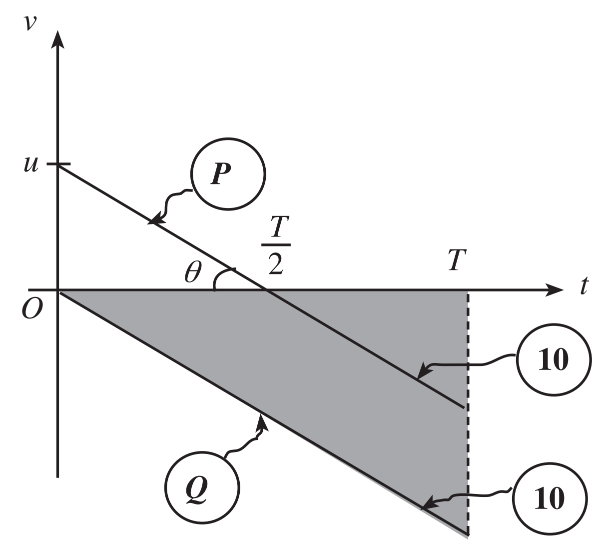
(*b*) ඍජු සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් $\mathbf{u}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලා බසී. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක එකක් එක් ඉවුරක ද අනෙක අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{AB}$ යන්න $\mathbf{u}$ සමග α සුළු කෝණයක් සාදන පරිදි ය. පිරිමි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ කර, ජලයට සාපේක්ෂ ව අචල දිශාවකට විශාලත්වය $2u$ වූ නියත ප්‍රවේගයකින් පිහිනමින්, B වෙත ළඟා වෙයි; මෙහි $u=|\mathbf{u}|$ වේ. ඔහු ඉන්පසු, B වලින් ආරම්භ කර A වෙත ආපසු පැමිණෙන පරිදි ජලයට සාපේක්ෂ ව අචල දිශාවකට එම $2u$ විශාලත්වය ම සහිත ප්‍රවේගයකින් පිහිනයි. A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

ඒ නයින්, A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ජලයට සාපේක්ෂ ව ඔහුගේ ප්‍රවේගය පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BA}$ සමග එක ම θ කෝණයක් සෑදිය යුතු බව පෙන්වන්න; මෙහි $\sin\theta=\frac{1}{2}\sin\alpha$ වේ.

B සිට A දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය, A සිට B දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය මෙන් $k\,(1<k<3)$ ගුණයක් නම්, $\cos\theta=\frac{1}{2}\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta$ හා $\cos\theta$ සඳහා වූ ඉහත ප්‍රකාශන භාවිතයෙන් $\cos\alpha=\frac{(k-1)}{2}\sqrt{\frac{3}{k}}$ බව ද පෙන්වන්න.

(*a*)



20

---

(5) (5)

$$\tan\theta = g\sin\alpha = \frac{u}{T/2}$$

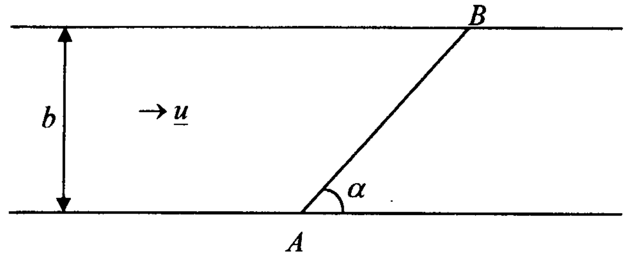
$$\therefore T = \frac{2u}{g\sin\alpha}$$ (5)

P අංශුව ආපසු O වෙත පැමිණෙන විට Q හි O සිට දූර = අඳුරු කල ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{2}\times T\times 2u = \frac{2u^2}{g\sin\alpha}$$ (10) (5)

30

(*b*)



$\underline{V}(Boy, E) = \underline{V}(Boy, W) + \underline{V}(W, E)$ (5)

$= \underline{V}(W, E) + \underline{V}(Boy, W)$

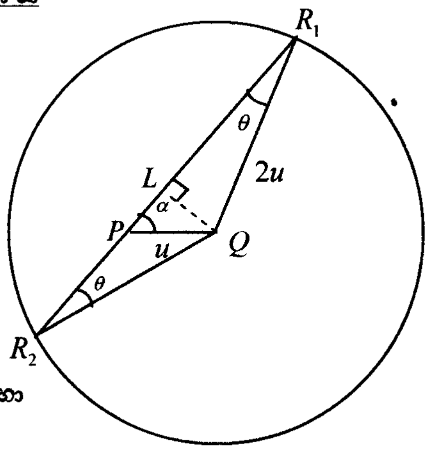
$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i}$ (5)

$= \overrightarrow{PR_i}$ $\quad i = 1$ ↗ (A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා)

(5) $\quad i = 2$ ↙ (B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා)

<u>ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ</u>

$R_2R_1 \,//\, AB$



(15)

A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා

(15)

B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා

45

$QL = 2u\sin\theta = u\sin\alpha$ (5) (5)

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}\sin\alpha$

10

$PR_1 = 2u\cos\theta + u\cos\alpha$ (5) $PR_2 = 2u\cos\theta - u\cos\alpha$ (5)

$T_1 = \frac{AB}{2u\cos\theta + u\cos\alpha}$ (5) $T_2 = \frac{AB}{2u\cos\theta - u\cos\alpha}$ (5)

$T_2 = kT_1 \Rightarrow 2u\cos\theta + u\cos\alpha = k(2u\cos\theta - u\cos\alpha)$ (5)

$2(k-1)\cos\theta = (k+1)\cos\alpha$ (5)

$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\cos\alpha$

30

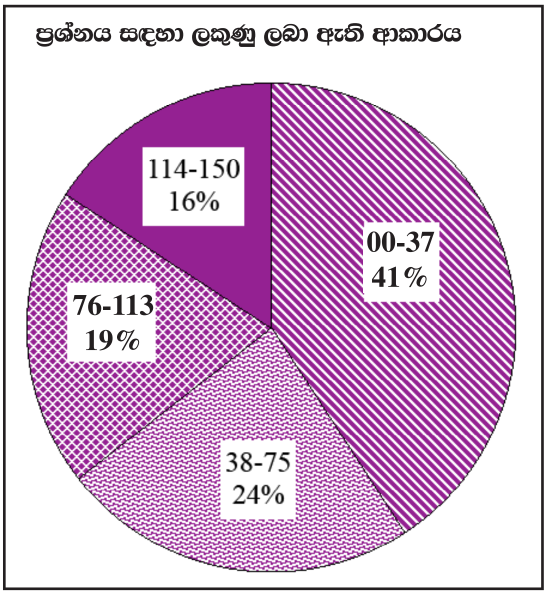
$\frac{1}{4}\sin^2\alpha + \frac{1}{4}\left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2\cos^2\alpha = 1 \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$ (5)

$\left[\left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2 - 1\right]\cos^2\alpha = 3$ (5)

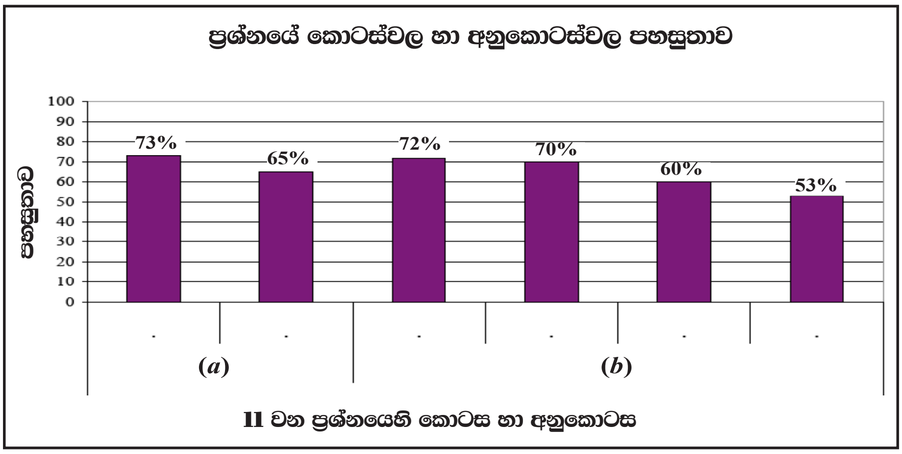
$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3(k-1)^2}{4k}$ $\therefore \cos\alpha = \frac{k-1}{2}\sqrt{\frac{3}{k}}$ (5)

15

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 72%ක් වන අතර පහසුතාව 66%ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 41%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 19%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 73%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි අවසාන අනුකොටසට වන අතර එය 53%කි.

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 72%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 66%කි. මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස ප්‍රවේග කාල වක්‍ර ඇසුරෙන් ද (b) කොටස සාපේක්ෂ චලිතය ඇසුරෙන් ද සකස් වී ඇත. (a) කොටසේ පහසුතාව 68%ක් ද, (b) කොටසේ පහසුතාව 65%ක් ද වේ.

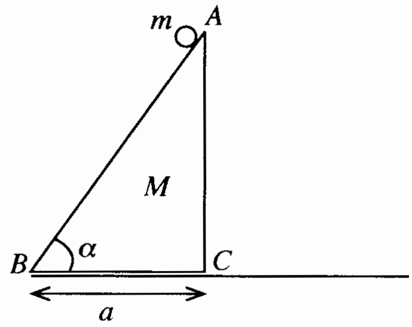
(a) කොටස අනුකොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) හි පළමු අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණ ද දෙවන අනුකොටසට පිළිතුරු සැපයීම එතරම් සාර්ථක මට්ටමක නොපැවතුණි. මීට හේතු වනුයේ ප්‍රවේග කාල වක්‍රය ඇසුරෙන් අදාළ ගණනය කිරීම් සිදුකිරීමට අපොහොසත් වීමයි.

(b) කොටස අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත වේ. මෙම කොටසට අදාළ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳීම සහ “θ” කෝණය නිවැරදිව ලකුණු කිරීම බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට අපහසු වී තිබීමෙන් සාර්ථක පිළිතුරු කරා ළගා වීමට නොහැකි වී තිබුණි. මේ හේතුවෙන් ඉතිරි කොටස්වලට පිළිතුරු සැපයීම ද දුර්වල මට්ටමක පැවතුණි.

දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර නිවැරදිව ඇඳීමටත් එහි ලක්ෂණ හඳුනාගෙන ඒවා අදාළ ගණනය කිරීම් සඳහා යොදා ගැනීමත් හුරු කළ යුතුය. සාපේක්ෂ චලිතයේ ගැටලු විසඳීමේ දී නිවැරදිව ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳීමෙන් අදාළ ගණනය කිරීම්වලට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මග හරවා ගත හැකිය.

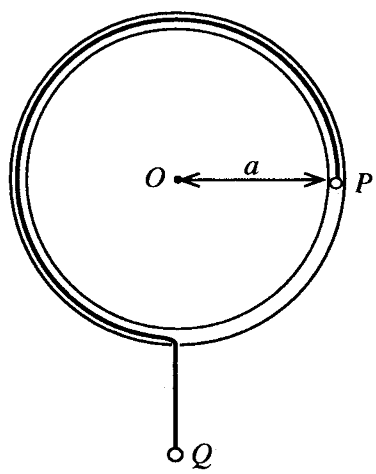
12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ හා $BC = a$ වේ. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC අයත් මුහුණත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සීරුවෙන් තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ව අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.

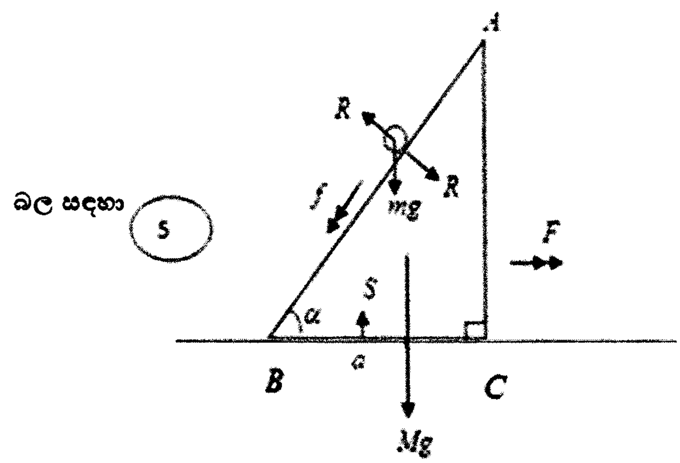


දැන්, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ හා $M = \frac{5m}{2}$ යැයි සිතමු. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන මොහොතේ දී කුඤ්ඤයේ වේගය $\sqrt{\frac{2ag}{21}}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර නළයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $\frac{3\pi a}{2}$ ට වඩා වැඩි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක්, OP තිරස් ව ඇතිව නළය තුළ අල්වා තැබූ, ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තුව නළය තුළින් ද නළයේ පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ ඇති කුඩා සුමට සිදුරක් තුළින් ද යමින් අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් දරා සිටියි. තන්තුව තදව ඇතිව ඉහත පිහිටීමෙන් P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $\theta\left(0 < \theta < \frac{3\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් OP හැරී ඇති විට P අංශුවේ වේගය v යන්න $v^2 = \frac{2ga}{3}(2\theta - \sin\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, P අංශුව මත නළයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



(*a*)



$\underline{a}(M,E) = \rightarrow F$ and $\underline{a}(m,M) = f \swarrow \alpha$ යයි ගනිමු. (5)

එවිට $\underline{a}(m,E) = \alpha \swarrow f$, $\rightarrow F$ (10)

$\underline{F} = m\underline{a}$: යොදමු.

පද්ධතිය සඳහා $\longrightarrow$ $0 = MF + m(F - f\cos\alpha)$ ---------- (i) (15)

m සඳහා $\swarrow$ $mg\sin\alpha = m(f - F\cos\alpha)$ ---------- (ii) (15)

$$(\text{i}) \Rightarrow f = \frac{(m+M)F}{m\cos\alpha}$$

$$(\text{ii}) \Rightarrow g\sin\alpha = \frac{(m+M)F}{m\cos\alpha} - F\cos\alpha$$

$$mg\sin\alpha\cos\alpha = (M + m - m\cos^2\alpha)F$$

$$\therefore F = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ (10)

$$f = \frac{(M+m)}{m\cos\alpha}\,\frac{mg\cos\alpha\sin\alpha}{(M + m\sin^2\alpha)}$$

$$= \frac{(M+m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ (10)

70

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ හා $M = \frac{5m}{2}$ යෙදූ විට $F = \frac{g}{6}$ හා $f = \frac{7g}{6\sqrt{2}}$. (5)

M සාපේක්ෂව m හි චලිතය සඳහා $\swarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යොදමු.

$$\sqrt{2}a = \frac{1}{2}.\frac{7g}{6\sqrt{2}} \times T^2$$ (5)

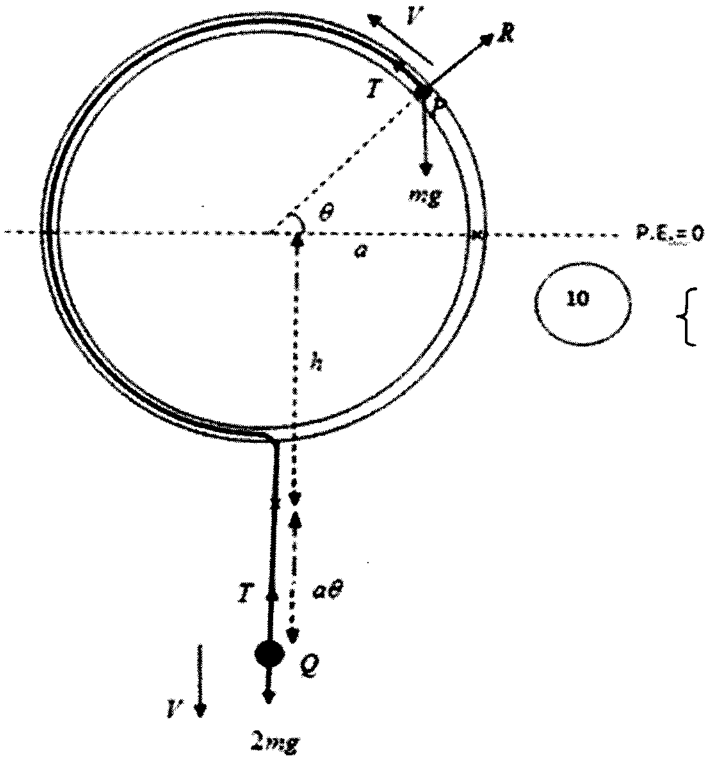
$$T = \sqrt{\frac{24a}{7g}}$$ (5)

E සාපේක්ෂව M හි චලිතය සඳහා $\rightarrow$ $v = u + at$ යොදමු.

$$v = \frac{g}{6}\sqrt{\frac{24a}{7g}} = \sqrt{\frac{2ga}{21}}$$ (5)

20

12.(*b*)



(10) { P හි බල (5)
Q හි බල (5) }

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය මගින්,

$$\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}(2m)V^2 + mga\sin\theta - 2mg(a\theta + h) = -2mgh$$ (25)

(චා.ශ- (10) වි.ශ.- (10)
සමීකරණ (5))

$$\frac{3}{2}V^2 = 2ag\theta - ga\sin\theta$$

$$V^2 = \frac{2}{3}ga(2\theta - \sin\theta)$$ (5)

[40]

P, අංශුව සඳහා $\underline{F} = m\underline{a} \Rightarrow$

$$mg\sin\theta - R = \frac{mV^2}{a}$$ (10)

$$R = mg\sin\theta - \frac{2mg}{3}(2\theta - \sin\theta)$$

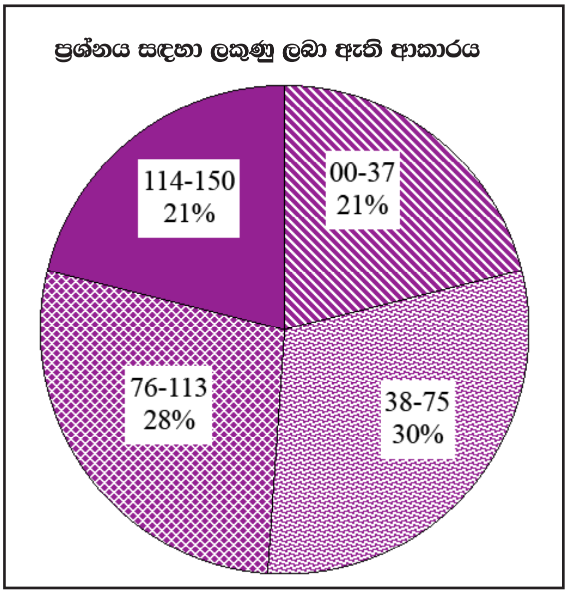
(5)

$$= \frac{mg}{3}[3\sin\theta - 4\theta + 2\sin\theta]$$

$$= \frac{mg}{3}[5\sin\theta - 4\theta]$$ (5)

[20]

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :

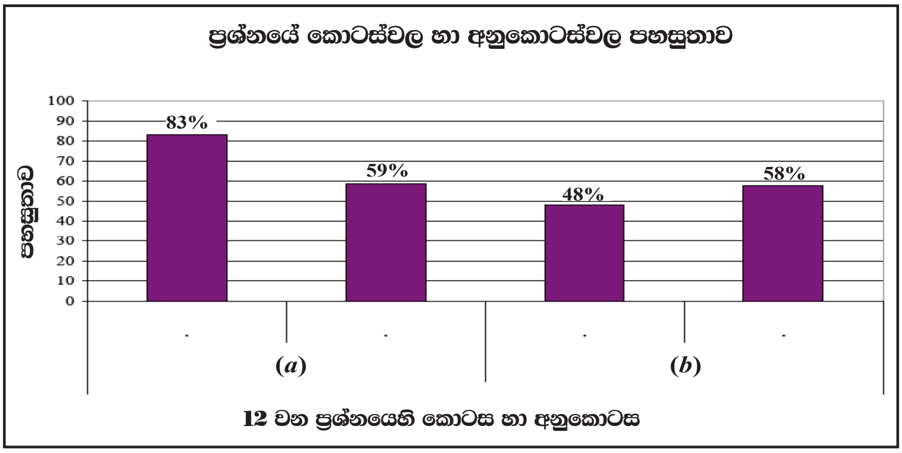


මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 97% කි. මෙහි පහසුතාව 67% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 21% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 30% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 28% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 21% ක් පමණ ද,

යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි මුල් අනුකොටසට වන අතර එය 83% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 48%කි.

අයදුම්කරුවන්ගේ වැඩිම ප්‍රතිශතයක් වන 97% ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 67% කි. මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස සාපේක්ෂ ත්වරණය යටතේ වන කුඤ්ඤයක් මත අංශුවක චලිතය ද (b) කොටස සිරස් වෘත්තයක් වටා අංශුවක චලිතය යන ඒකක යටතේ සැකසුණු ප්‍රශ්නයකි. (a) හි පහසුතාව 78% ක් වන අතර (b) හි පහසුතාව 51% ක් වේ.

(a) හි අනුකොටස් දෙකක් ඇති අතර පළමු අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. දෙවන අනුකොටස සඳහා බොහෝ අයදුම්කරුවන්, සාර්ථක පිළිතුරු ලබාදීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. චලිත සමීකරණය නිවැරදිව යොදා නොගැනීම මීට හේතු වී ඇත.

(b) හි අනුකොටස් දෙකක් ඇති අතර පළමු අනුකොටසෙහි P අංශුවේ කෝණික විස්ථාපනයට අනුව Q අංශුවේ සිරස් විස්ථාපනය නිර්ණය කිරීමට නොහැකි වීමෙන්, ශක්ති සංස්ථිතික නියමය නිවැරදිව යොදා ගැනීමට අපොහොසත් වීම නිසා මෙම කොටසට අයදුම්කරුවන් වැඩිදෙනකු සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා නොතිබුණි.

සමස්ත ගැටලුව සලකා බැලීමේදී $\underline{F} = m\underline{a}$ චලිත සමීකරණ සහ ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතයට හුරුවන පරිදි අභ්‍යාස කරවීම තුළින් මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගත හැකිය.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. ස්වාභාවික දිග $4a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $8mg$ වූ සිහින් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක්, එහි පහළ කෙළවර O අචල වන සේ සිරස් ව සිටුවා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එහි ඉහළ කෙළවරට ඈඳා තිබේ. P අංශුව O ට සිරස් ව ඉහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යයක සමතුලිත ව ඇත. $OA = \dfrac{7a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

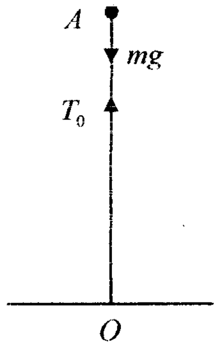
දැන්, එම m ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් P ට සීරුවෙන් ඈඳනු ලබන අතර සංයුක්ත අංශුව A හි නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය ආරම්භ කරයි. සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\dfrac{g}{a}x$ බව පෙන්වන්න; මෙහි x යනු $OB = 3a$ වන පරිදි O ට සිරස් ව ඉහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේ සිට සංයුක්ත අංශුවේ විස්ථාපනය වේ.

සංයුක්ත අංශුව ළඟා වන පහළ ම ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. OC දිග ද A සිට C දක්වා චලනය වීමට සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

සංයුක්ත අංශුව C හි ඇති මොහොතේ දී Q අංශුව සීරුවෙන් ඉවත් කරනු ලැබේ. පසුව සිදුවන P අංශුවේ චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය $\ddot{y} = -\dfrac{2g}{a}y$ බව පෙන්වන්න; මෙහි y යනු A ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුවේ විස්ථාපනය වේ.

මෙම සමීකරණයට $y = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, C සිට D දක්වා චලනය වීමට P අංශුව ගන්නා කාලය $\dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{2a}{g}}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි D යනු $OD = 4a$ වන පරිදි O ට සිරස් ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. D වෙත ළඟා වන විට P අංශුවේ වේගය ද සොයන්න.



සමතුලිතතාව සඳහා ↑ $T_0 = mg$ (5)

තවද, $T_0 = \dfrac{8mg}{4a}(4a - OA)$ (5)

$\therefore \dfrac{8mg}{4a}(4a - OA) = mg$ (5)

$8a - 2(OA) = a \Rightarrow OA = \dfrac{7a}{2}$

[15]

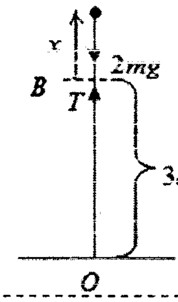
සංයුක්ත අංශුවේ චලිතය සඳහා

↑ $\underline{F} = m\underline{a}$

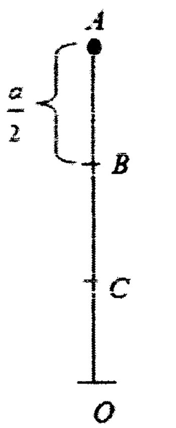
$T - 2mg = 2m\ddot{x}$ (10)

(5) $\dfrac{8mg}{4a}(a - x) - 2mg = 2m\ddot{x}$

$\Rightarrow \ddot{x} = -\dfrac{g}{a}x$ (5)



[20]



මෙම සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය B වේ. මෙහි $OB = 3a$. (5)

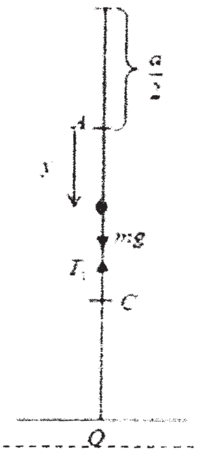
$\therefore$ විස්තාරය $= AB = \dfrac{a}{2}$ හා කාලාවර්තය $= \dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{g}{a}}}$ (5)

එවිට $BC = \dfrac{a}{2}$ (5) $OC = OB - BC = 3a - \dfrac{a}{2} = \dfrac{5a}{2}$ (5)

A සිට C දක්වා කාලය $= \dfrac{1}{2} \times$ කාලාවර්තය $= \pi\sqrt{\dfrac{a}{g}}$ (5)

(5)

[30]



P අංශුව සඳහා, $\downarrow \underline{F} = m\underline{a}$

$$-T_1 + mg = m\ddot{y} \quad (10)$$

$$-\frac{8mg}{4a}\left(y + \frac{a}{2}\right) + mg = m\ddot{y} \quad (5)$$

සුළු කිරීම - (5)

$$\ddot{y} = -\frac{2g}{a} y \text{ .... (i)}$$

[20]

$$y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t \text{ .... (ii)}$$

$$\dot{y} = -\alpha\omega \sin \omega t + \beta\omega \cos \omega t \text{ .... (iii)} \quad (5)$$

$$\ddot{y} = -\omega^2(\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t) \quad (5)$$

$$= -\omega^2 y \quad (5)$$

(i) සමග සැසඳීමෙන්, $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}$ ලැබේ. (5)

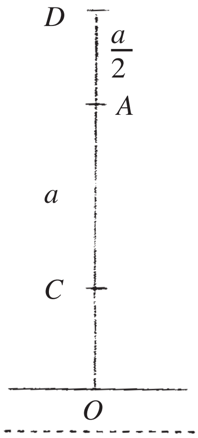
C හිදී P ට අදාලව $t = 0$ යැයි ගනිමු .

(5) $\because t = 0$ විට $y = a$, (ii) $\Rightarrow a = \alpha$ (5)

(5) $\because t = 0$ විට $\dot{y} = 0$, (iii) $\Rightarrow \beta = 0$ (5)

$\therefore \ y = a \cos \omega t$

[40]



C සිට D දක්වා ගතවන කාලය t_1 යැයි ගනිමු .

$\because t = t_1$ විට $y = -\frac{a}{2}$, $-\frac{a}{2} = a \cos \omega t_1$ ලැබේ. (5)

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$

$$\therefore \ t_1 = \frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{a}{2g}} = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2a}{g}} \quad (5)$$

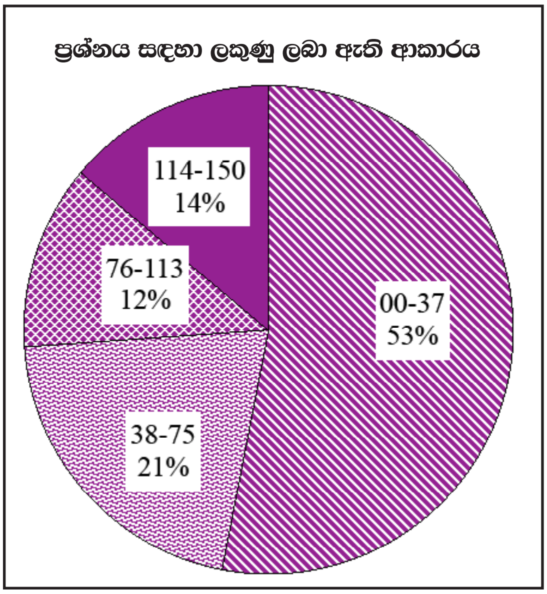
[15]

$t = t_1$ විට (D ලක්ෂ්‍යයෙහි දී) : $\dot{y} = -a\omega \sin \omega t_1 = -a\sqrt{\frac{2g}{a}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{\frac{3ga}{2}}$ (5)

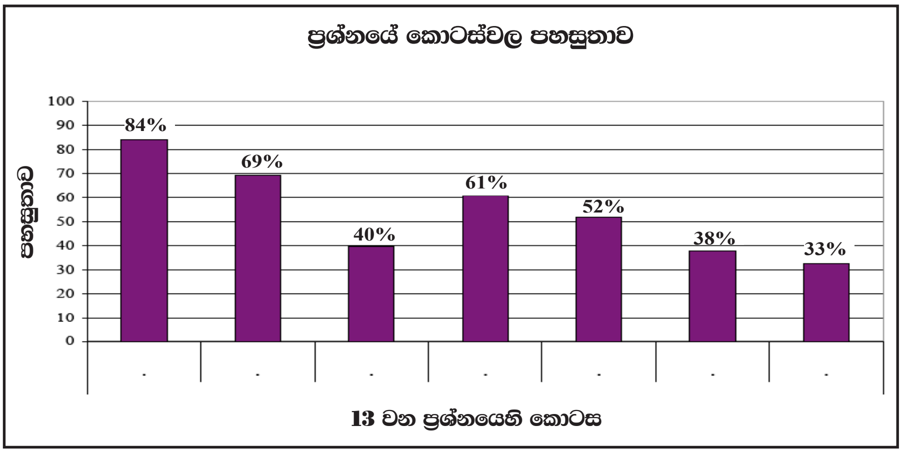
අවශ්‍ය වේගය $= \sqrt{\frac{3ga}{2}}$ (5)

[10]

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 72% කි. මෙහි පහසුතාව 53% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 53% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 21% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 12% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 14% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි කොටස් 7ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළමු කොටසට වන අතර එය 84%කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අවසාන කොටසට වන අතර එය 33% කි.

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 72% ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 53% කි. “සරල අනුවර්තී චලිතය” යන ඒකකය ඇසුරෙන් සැකසුණු මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් 7කින් සමන්විත වේ. අයදුම්කරුවන් වැඩිදෙනෙක් මෙහි පළමු, දෙවන සහ හතරවන කොටස් සඳහා සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇති අතර ඉතිරි කොටස්වල පහසුතා 33% සහ 52% අතර පවතී.

බොහෝ අයදුම්කරුවන් විසින් තෙවන කොටසට අදාළ චලිතයේ කේන්ද්‍රය නිවැරදිව හඳුනා නොගැනීමෙන් පිළිතුරට ළඟා වීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. තවද $y = \alpha\ cos\omega t + \beta sin\omega t$ යන සමීකරණය නිවැරදිව භාවිත නොකිරීම හේතුවෙන් ඉතිරි කොටස් සඳහා ද සාර්ථක පිළිතුරු ලියා නොතිබිණි.

සරල අනුවර්තී චලිතය යටතේ ගැටලු විසඳීමේදී යාන්ත්‍රිකරණයට හුරුවීම මඟ හැරෙන පරිදි ගැටලුව නිසි ආකාරයෙන් කියවා අවබෝධ කරගෙන ව්‍යුහගත ප්‍රශ්න විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) *ABCD* යනු $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි වූ ත්‍රපීසියමක් යැයි ගනිමු. තව ද $\overrightarrow{AB} = \mathbf{p}$ හා $\overrightarrow{AD} = \mathbf{q}$ යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි *BC* මත *E* ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. *AE* හා *BD* වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන *F* මගින් $\overrightarrow{BF} = \lambda\overrightarrow{BD}$ යන්න සපුරාලයි; මෙහි $\lambda(0 < \lambda < 1)$ නියතයකි. $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{6}\mathbf{p} + \frac{1}{3}\mathbf{q}$ බව හා $\overrightarrow{AF} = (1-\lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$ බව පෙන්වන්න.

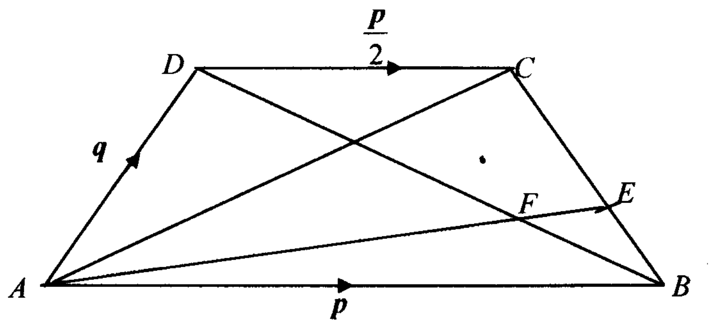
ඒ නයින්, λ හි අගය සොයන්න.

(*b*) *ABCD* යනු පැත්තක දිග මීටර *a* වූ සමචතුරස්‍රයක් යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන $4, 6\sqrt{2}, 8, 10, X$ හා Y වූ බල පිළිවෙළින් *AD*, *CD*, *AC*, *BD*, *AB* හා *CB* දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය $\overrightarrow{OE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වේ; මෙහි *O* හා *E* යනු පිළිවෙළින් *AC* හා *CD* වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. *X* හා *Y* හි අගයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන $4K$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $K = 2-\sqrt{2}$ වේ.

F යනු *OAFD* සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. ඉහත බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන, එකක් $\overrightarrow{AD}$ දිගේ ද අනෙක *F* ලක්ෂ්‍යය හරහා ද වන, **බල දෙක** සොයන්න.

බල පිහිටන තලයේ *ABCD* අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය නිව්ටන මීටර $6Ka$ වන බල යුග්මයක් මුල් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

(a)



$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \mathbf{q} + \frac{\mathbf{p}}{2}$$ (5) (5) (5)

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\mathbf{p} + \left(\mathbf{q} + \frac{\mathbf{p}}{2}\right) = \mathbf{q} - \frac{\mathbf{p}}{2}$$ (5) (5)

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{\mathbf{q}}{3} - \frac{\mathbf{p}}{6}$$ (5)

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \mathbf{p} + \left(\frac{\mathbf{q}}{3} - \frac{\mathbf{p}}{6}\right) = \frac{5\mathbf{p}}{6} + \frac{\mathbf{q}}{3}$$ (5) (5)

40

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$$ (5)

$$= \mathbf{p} + \lambda\overrightarrow{BD}$$

$$= \mathbf{p} + \lambda(\mathbf{q} - \mathbf{p}) = (1-\lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$$ (5)

10

$$\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AE}$$ (5)

$$(1-\lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q} = \frac{k}{6}[5\mathbf{p} + 2\mathbf{q}]$$ (5)

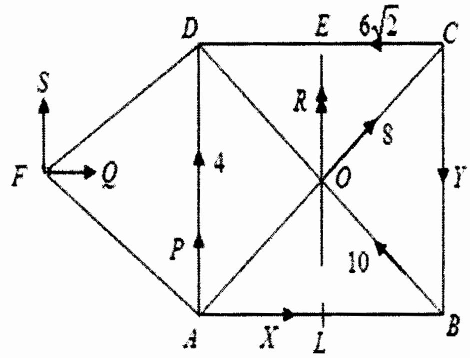
(5) $1-\lambda = \frac{5k}{6}$

(5) $\lambda = \frac{2k}{6}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{7}$ (5)

25

(b)



(10)

විභේදනයෙන්, $\rightarrow X - 6\sqrt{2} - \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{2}} = 0$ (5)

$\Rightarrow X = 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \quad = 7\sqrt{2}\ N$ (5)

$\overset{\curvearrowleft}{O}$ වටා ඝූර්ණය ගැනීමෙන් $\Rightarrow X \times \frac{a}{2} - Y \times \frac{a}{2} + 6\sqrt{2} \times \frac{a}{2} - 4 \times \frac{a}{2} = 0$ (10)

$Y = 7\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 4 = 13\sqrt{2} - 4\ N$ (5)

සම්ප්‍රයුක්තය $= 4 - Y + 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ (5)

$= 4 - 13\sqrt{2} + 4 + 9\sqrt{2} \quad = 4(2-\sqrt{2}) \quad = 4K\ N \ \uparrow$ මෙහි $K = 2-\sqrt{2}$ වේ. (5)

45

$\longrightarrow Q = 0$

$\uparrow P + S = 4K$ (5)

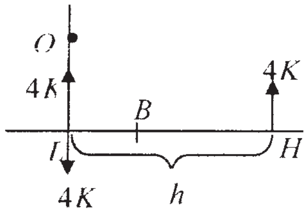
$\overset{\curvearrowleft}{F}$ $4K \times a = P \times \frac{a}{2}$ (5)

$\therefore P = 8K\ N$ හා $S = -4K$

(5) (5)

20

$\therefore$ F හිදී බලය $= 4K\ N \downarrow$ හා $\overrightarrow{AD}$ දිගේ බලය $= 8K\ N \uparrow$.

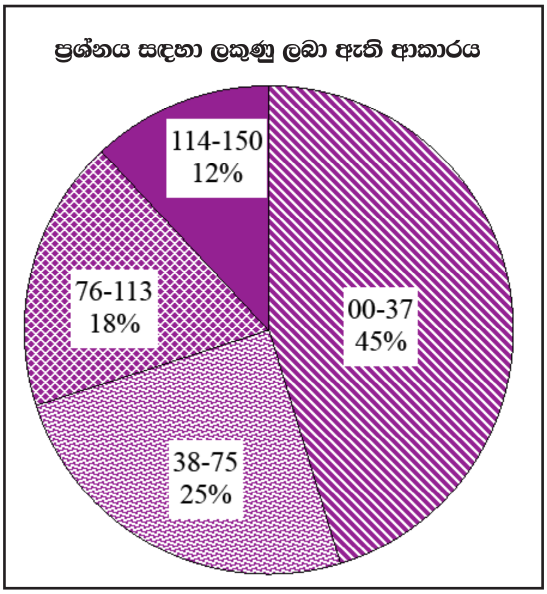


$\circlearrowleft O \quad 4Kh = 6Ka$

$h = \dfrac{3a}{2}\ m$ (5)

නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාව: දික්කල AB රේඛාව මත $BH = a$ වන පරිදිවූ H ඔස්සේ BC ට සමාන්තරව පිහිටයි. (10)

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :

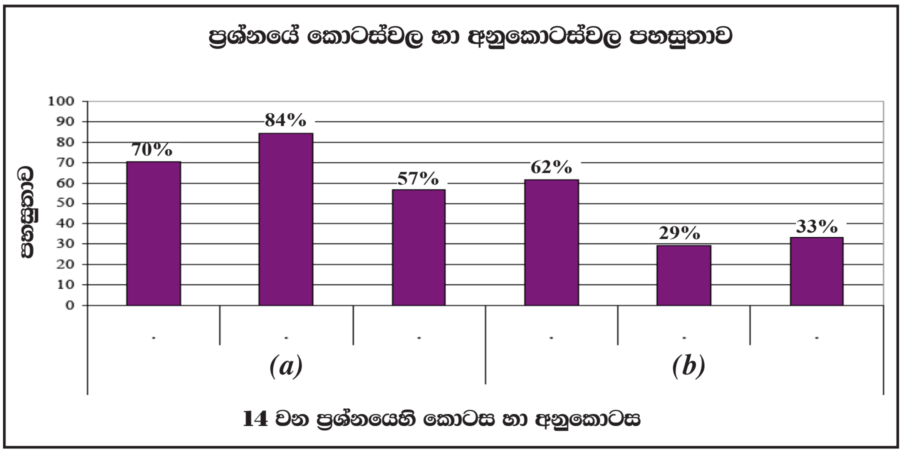


මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 78%කි. මෙහි පහසුතාව 58%කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 45%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 12%ක් පමණ ද,

යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 84%කි. අඩුම පහසුතාව (b) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර 29%කි.

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 78%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 58%කි. මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටසට දෛශික වීජය යටතේ අනුකොටස් තුනක් ද (b) කොටසට ඒකතල බල පද්ධති යටතේ අනුකොටස් තුනක් ද දී ඇත. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 68%ක් වන අතර (b) කොටසෙහි පහසුතාව 49%කි.

(a) හි පළමු හා දෙවන අනුකොටස් සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා දී තිබුණු අතර තුන්වන අනුකොටසට එතරම් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා නොතිබිණි.

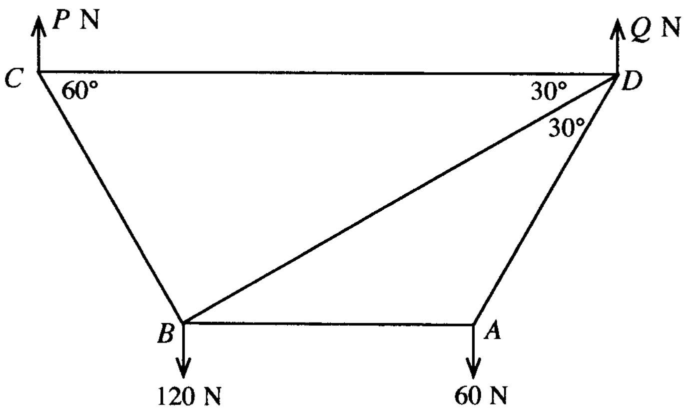
(b) හි පළමු අනුකොටසට පිළිතුරු සැපයීම තරමක් සාර්ථක වුවත් දෙවන අනුකොටස සඳහා පිළිතුරු සැපයීමට අවශ්‍ය බල ලකුණු කිරීම නිවැරදිව සිදු නොකිරීම නිසා පිළිතුර අසාර්ථක වී ඇත. තුන්වන අනුකොටසට අදාළ ප්‍රශ්නය කියවා තේරුම් නොගැනීම නිසා අයදුම්කරුවන් වැඩිදෙනකුට සාර්ථකව පිළිතුරු ලිවීමට නොහැකි වී තිබුණි.

දෛශික වීජය සහ ආකලන නියම සම්බන්ධ වන පරිදි විවිධ ගැටලු විසඳීමට හුරුකිරීමෙන් ද ඒකතල බල පද්ධති සඳහා නිවැරදිව බල සහ බල යුග්ම ඇතුළත් වන පරිදි වූ විවිධ අභ්‍යාසවල නිරත කරවීමෙන් ද, මෙම දුර්වලතා මඟහරවා ගත හැකිය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (*a*) ඒකක දිගක බර w බැගින් වූ ද $AB = AD = l\sqrt{3}$ හා $BC = DC = l$ වූ ද AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් $ABCD$ රාමු සැකිල්ලක් සාදන පරිදි, ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. දිග $2l$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් A හා C සන්ධි සම්බන්ධ කර ඇත. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් එල්ලනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිත ව එල්ලෙයි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{wl}{4}\left(5+\sqrt{3}\right)$ බව පෙන්වන්න.

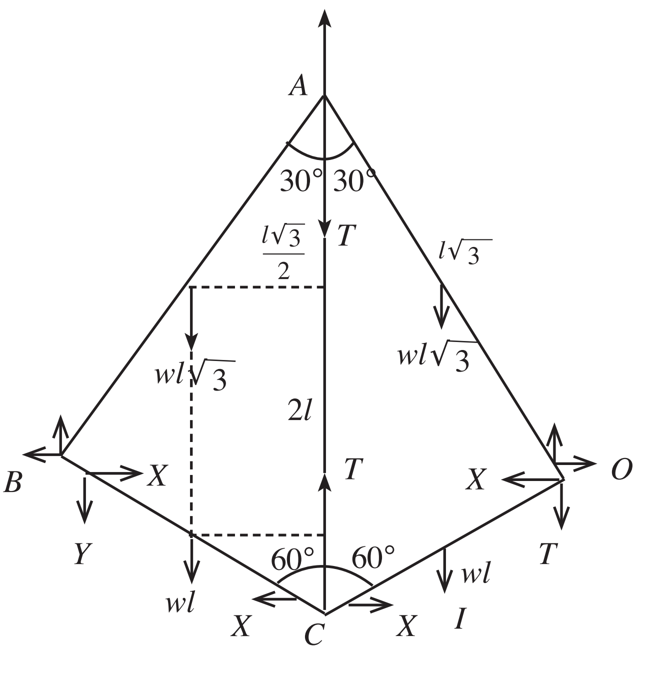
(*b*)



අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, AD, BC, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. A හා B හි දී පිළිවෙළින් 60 N හා 120 N භාර දරන අතර AB හා CD දඬු තිරස් ව ඇතිව රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ පිළිවෙළින් C හා D හි දී යෙදූ P N හා Q N සිරස් බල දෙකක් මගිනි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬු පහේ ම ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරමින්, සොයන්න.

(*a*)



සමමිතිය (5)

රූපය (5)

(10)

AB හා BC සඳහා A ↻ $\quad wl(1+\sqrt{3})\times\frac{l\sqrt{3}}{4} - X\times 2l = 0 \quad \Rightarrow X = \frac{(1+\sqrt{3})\sqrt{3}}{8}wl$ (5)

CD සඳහා C ↺ $\quad X\times\frac{l}{2} - Y\times\frac{l\sqrt{3}}{2} - wl\times\frac{l\sqrt{3}}{4} = 0$ (10)

$$Y = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left[2X - wl\sqrt{3}\right] = \frac{wl}{2\sqrt{3}}\left[\frac{3+\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3}\right]$$ (5)

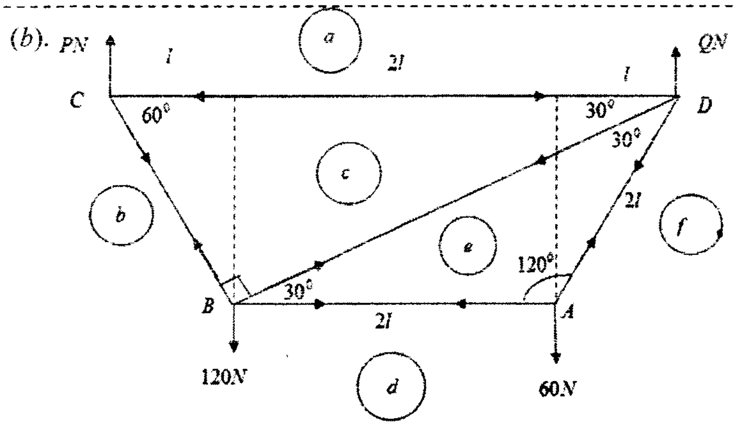
$$= \frac{wl}{8\sqrt{3}}\left(3-3\sqrt{3}\right) \quad = \frac{wl}{8}\left(\sqrt{3}-3\right)$$

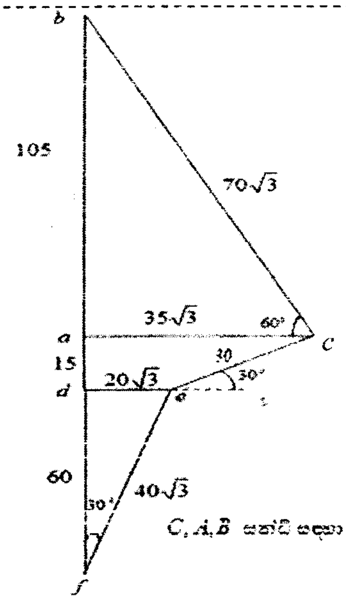
BC හා CD සඳහා ↑ $T - 2wl - 2Y = 0$ (10)

(5) $T = 2wl + \frac{wl}{4}\left(\sqrt{3}-3\right) = \frac{wl}{4}\left[8+\sqrt{3}-3\right] = \frac{wl}{4}\left(5+\sqrt{3}\right)$ (5)

60

(b).





C, A, B සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන

D ↻ $\quad P\times 4l = 120\times 3l + 60\times l$

$P = 105N$

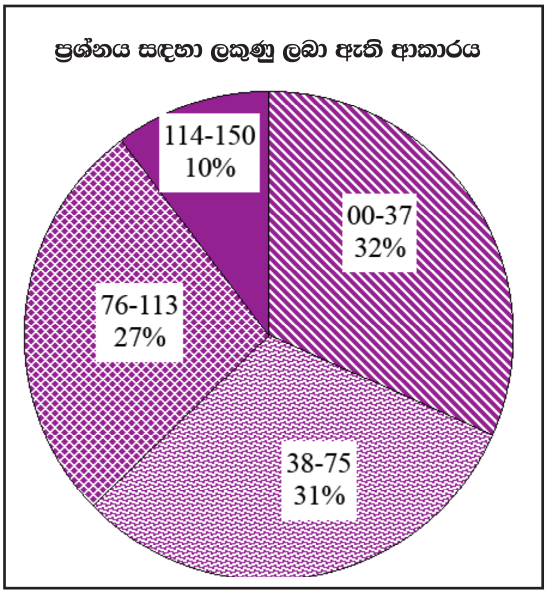
ප්‍රත්‍යාබල සටහන නොමැතිව P හෝ Q සොයා ඇති නම් (10) ක් වෙන් කරන්න.

40

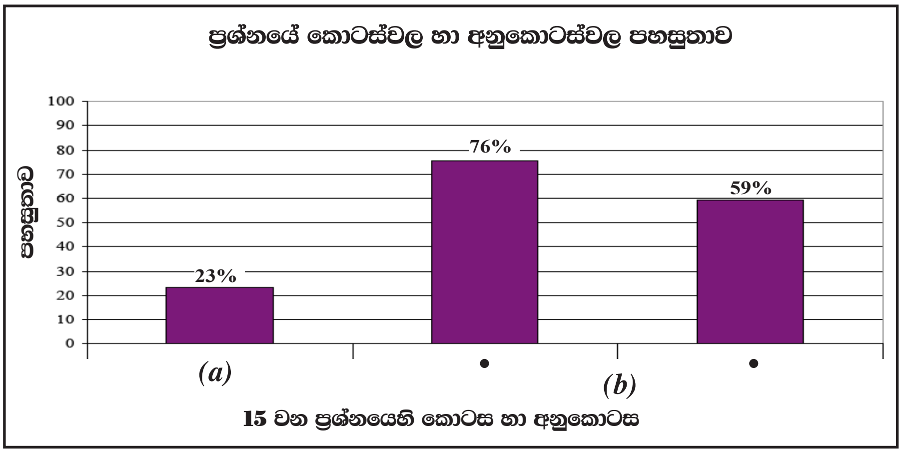
දණ්ඩ	විශාලත්වය	ආතති / තෙරපුම්	
CD (ca)	$35\sqrt{3}$	තෙරපුම්	(10)
BC (bc)	$70\sqrt{3}$	ආතති	(10)
BD (ec)	30	ආතති	(10)
AB (ed)	$20\sqrt{3}$	ආතති	(10)
AD (fe)	$40\sqrt{3}$	ආතති	(10)

50

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 91%කි. මෙහි පහසුතාව 49% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් හිමි වේ.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 32% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 31% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 10% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි කොටස් හා අනුකොටස් 3ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 76% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) කොටසට වන අතර එය 23% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 91%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 49%කි. මෙය (a) හා (b) යන කොටස් දෙකකින් යුක්ත වන අතර (a) කොටස සුමට සන්ධි ඒකකයෙන් ද (b) කොටස රාමු සැකිලි ඒකකයෙන් ද සමන්විත වේ. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 23%ක් ද, (b) කොටසෙහි ද පහසුතාව 66%ක් වේ.

(a) කොටසට අයදුම්කරුවන් වැඩි ප්‍රමාණයක් දී ඇති ඒකක දිගක බර ඇසුරෙන් දණ්ඩේ බර නිවැරදිව ප්‍රකාශ කර නොගැනීම හා සමමිතිකතාව හඳුනා නොගැනීම නිසා මෙම කොටසට සාර්ථක ව පිළිතුර ලබා දී නොතිබුණි.

(b) කොටසට බොහෝ අයදුම්කරුවන් ප්‍රත්‍යාබල සටහන නිවැරදිව ඇඳ තිබුණ ද ප්‍රත්‍යාබලයන් ගණනය කිරීම නිවැරදිව කර නොතිබූ නිසා සාර්ථකව පිළිතුර කරා ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

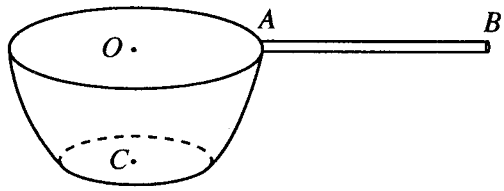
ඒකක දිගක බර ඇසුරෙන් දණ්ඩක බර ප්‍රකාශ කිරීමට හා සමමිතිකතාව ඇතුළත් වන පරිදි ගැටලු විසඳීමට හුරු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

16 වන ප්‍රශ්නය

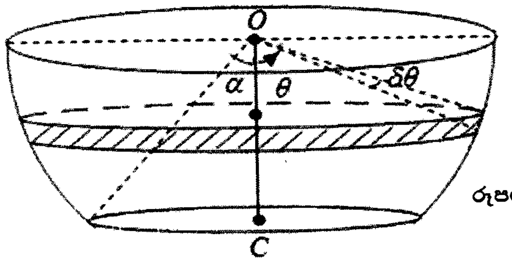
16. අරය a හා පෘෂ්ඨික ඝනත්වය σ වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධගෝලීය කබොලක් එහි වෘත්තාකාර ගැටියෙහි තලයට සමාන්තර වූ ද O කේන්ද්‍රයේ සිට $a\cos\alpha$ දුරකින් වූ ද තලයකින් කැපූ විට ලැබෙන ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන බව අනුකලනයෙන් පෙන්වන්න; මෙහි C යනු කුඩා වෘත්තාකාර ගැටියෙහි කේන්ද්‍රය වේ.

එම σ පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ම සහිත අරය $a\sin\alpha$ වූ තුනී ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක දාරය ඉහත ඡින්නකයේ කුඩා වෘත්තාකර ගැටියට දෘඪ ලෙස සවිකර භාජනයක් සාදා ඇත. මෙම භාජනයෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, OC මත O සිට $\left(\dfrac{1+\cos\alpha-\cos^2\alpha}{1+2\cos\alpha-\cos^2\alpha}\right)a\cos\alpha$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ යැයි ද භාජනයෙහි බර W යැයි ද ගනිමු. දිග b හා බර $\dfrac{W}{4}$ වූ සිහින් ඒකාකාර AB දණ්ඩක් මිටක් ලෙස, O, A හා B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වන පරිදි, රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් භාජනයේ ගැටියට දෘඪ ලෙස සවිකර සාස්පානක් සාදා ඇත. සාස්පානෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.



සාස්පාන, මිටෙහි B කෙළවරෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇති අතර, මිට යටි අත් සිරස සමග $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$ කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. $3b = 4a$ බව පෙන්වන්න.



සමමිතියෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OC මත පිහිටයි. (5)

O සිට ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර $\bar{x}$ යැයි ගනිමු.

රූපයේ දැක්වෙන අත්‍යනුක මුදුවේ බර

$$= (2\pi a\sin\theta)a\delta\theta\,\sigma g$$

$$= 2\pi a^2\sigma g\sin\theta\,\delta\theta$$

(10)

එවිට
$$\bar{x} = \frac{\int_{\alpha}^{\pi/2} 2\pi a^2\sigma g\sin\theta\cdot a\cos\theta\,d\theta}{\int_{\alpha}^{\pi/2} 2\pi a^2\sigma g\sin\theta\,d\theta}$$
(10)

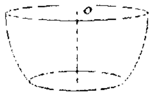
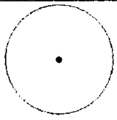
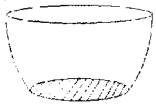
(5)

$$\bar{x} = a\frac{\int_{\alpha}^{\pi/2} 2\sin\theta\cos\theta\,d\theta}{\int_{\alpha}^{\pi/2} 2\sin\theta\,d\theta} = \frac{\left[-\frac{\cos 2\theta}{2}\right]_{\alpha}^{\pi/2}}{\left[-2\cos\theta\right]_{\alpha}^{\pi/2}}a = \frac{1}{4}\frac{(1+\cos 2\alpha)}{\cos\alpha}a = \frac{1}{2}\frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha}a = \frac{1}{2}a\cos\alpha$$
(5)

(5)

40

∴ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OC හි මධ්‍ය ලක්ෂයේ පිහිටයි.

වස්තුව	බර	↓ O සිට දුර
	$\sigma g\cdot 2\pi a^2\cos\alpha$ (5)	$\frac{1}{2}a\cos\alpha$ (5)
	$\sigma g\pi a^2\sin^2\alpha$ (5)	$a\cos\alpha$ (5)
	$\sigma g\pi a^2\left(2\cos\alpha+\sin^2\alpha\right)$ (5)	$\bar{y}$

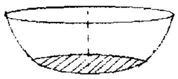
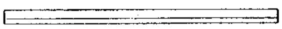
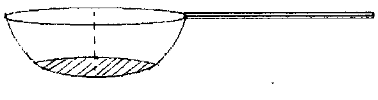
සමමිතියෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OC මත O සිට $\bar{y}$ දුරකින් පිහිටයි; මෙහි (5)

$$\sigma g\pi a^2(2\cos\alpha+\sin\alpha)\bar{y}=\sigma g2\pi a^2\cos\alpha\times\frac{1}{2}a\cos\alpha+\sigma g\pi a^2\sin^2\alpha\times a\cos\alpha$$ (10)

$$\bar{y}=\frac{a\cos\alpha\left(\cos\alpha+\sin^2\alpha\right)}{(2\cos\alpha+\sin\alpha)}=\left(\frac{1+\cos\alpha-\cos^2\alpha}{1+2\cos\alpha-\cos^2\alpha}\right)a\cos\alpha$$ (5)

[45]

$\alpha=\frac{\pi}{3}$ විට $\bar{y}=\left(\frac{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{1+1-\frac{1}{4}}\right)\frac{a}{2}\quad=\frac{5a}{14}$ (5)

වස්තුව	බර	AB සිට දුර	OC රේඛාවේ සිට දුර
	W	$\frac{5a}{14}$	0 (5)
	$\frac{W}{4}$	0 (5)	$a+\frac{b}{2}$ (5)
	$\frac{5W}{4}$ (5)	$\bar{Y}$	$\bar{X}$

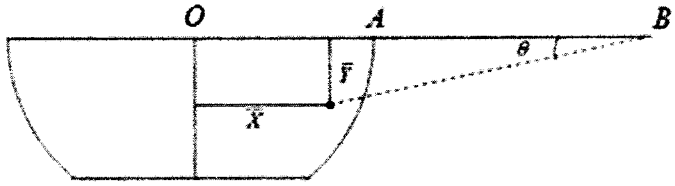
$AB \curvearrowleft \quad \frac{5W}{4}\overline{Y} = W\frac{5a}{14}$

$\overline{Y} = \frac{2a}{7}$ (10)

$OC \curvearrowleft \quad \frac{5W}{4}\overline{X} = \frac{W}{4}\left(a + \frac{b}{2}\right)$

$\overline{X} = \frac{2a+b}{10}$ (10)

45



$\tan\theta = \frac{\overline{Y}}{\left(a+b-\overline{X}\right)}$ (10)

$\frac{1}{7} = \frac{\frac{2a}{7}}{a+b-\left(\frac{2a+b}{10}\right)} = \frac{20a}{7[8a+9b]}$ (5)

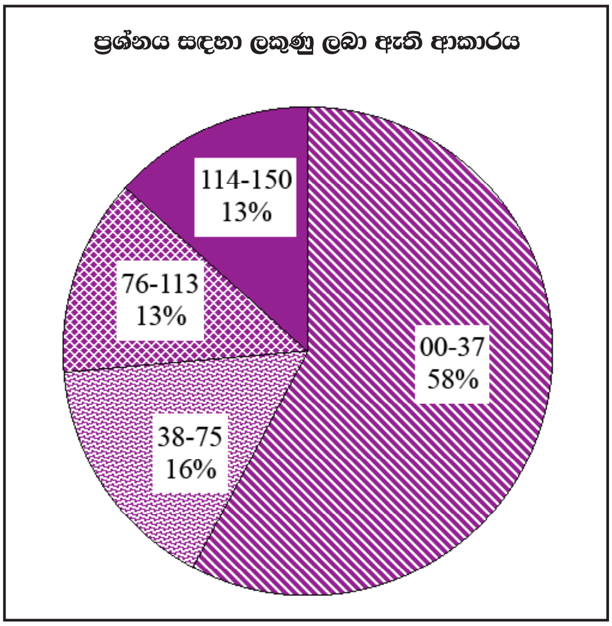
$8a + 9b = 20a$

$4a = 3b$ (5)

20

---

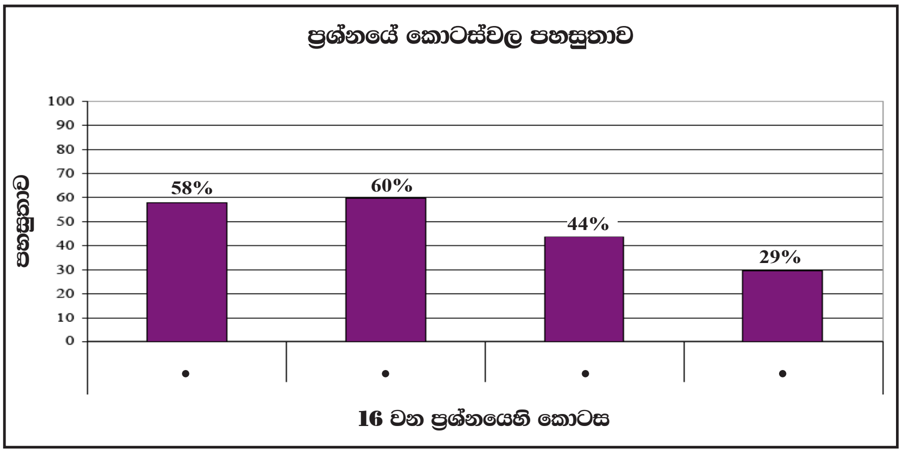
16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 50% කි. මෙහි පහසුතාව ද 50% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 58% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 16% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 13% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 13% ක් පමණ ද,

යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි කොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ දෙවන කොටසට වන අතර එය 60% කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ හතරවන කොටසට වන අතර එය 29% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන් ප්‍රමාණය 50% ක් වන අතර එහි පහසුතාව ද 50% කි. මෙය ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හා සම්බන්ධ ගැටලුවකි. මෙය කොටස් හතරකින් සමන්විත වන සේ ව්‍යුහගත කර ඇති ප්‍රශ්නයකි. පළමු කොටස් දෙකට තරමක් සතුටුදායක පිළිතුරු සපයා ඇති වුව ද අවසාන කොටස් දෙකට පිළිතුරු සැපයීම ඉතා අඩුය.

සිද්ධාන්ත මත පදනම් වී ඇති මුල් කොටස් දෙක සඳහා තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිදෙනකු නිවැරදිව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. සාස්පානේ සමමිතික අක්ෂ මත ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය පිහිටන බව සඳහන් නොකිරීම නිසා ඊට අදාළ ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. සාස්පානට මිටක් සවි කිරීමෙන් සමමිතිකභාවය නැතිවන නිසා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ දෙකක් ඇසුරෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සෙවිය යුතු වුවත් අයදුම්කරුවන් වැඩිදෙනකු එය එසේ තේරුම් නොගැනීම නිසා සාර්ථක පිළිතුරක් කරා ළඟා නොවීමට හේතුවක් වී තිබුණි.

වස්තුවක් යම් ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලූ විට ඊට අදාළ බල රූපසටහන නිවැරදිව ඇඳ නොගැනීම නිසා අවසාන කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණේ ඉතාමත් අඩු අයදුම්කරුවන් ගණනකි.

සමමිතික නොවන වස්තුන්ගේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ලබා ගැනීම සඳහා ද කුහර වස්තුවක ස්කන්ධය ප්‍රකාශ කර ගැනීමෙන් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සෙවීම සඳහා විවිධ ගැටලු විසඳීමට හුරුවන පරිදි අභ්‍යාස කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇතිවිට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වූ $P(A|B)$ අර්ථ දක්වන්න.

$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $0 < P(B) < 1$ වන අතර B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

විශාල සමාගමක සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 80% ක් පිරිමි වන අතර 20% ක් ගැහැණු වේ. සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 57% කගේ ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වන අතර 32% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස. (උ.පෙළ) වේ. අනික් සියලු ම සේවා නියුක්තිකයෝ උපාධිධාරීහු වෙති. මෙම සමාගමේ ගැහැණු සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 40% කගේ ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වන අතර 45% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස. (උ.පෙළ) වේ. සමාගමේ සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් එක් අයකු සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනු ලැබේ. එසේ තෝරාගනු ලැබූ සේවා නියුක්තිකයා,

(i) ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වූ ගැහැණු කෙනකු වීම,

(ii) ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වූ පිරිමි කෙනකු වීම,

(iii) පිරිමි කෙනකු බව දී ඇති විට, එම සේවා නියුක්තිකයා උපාධිධාරියකු වීම,

(iv) උපාධිධාරියකු නොවන බව දී ඇති විට එම සේවා නියුක්තිකයා ගැහැණු කෙනකු වීම,

යන සිද්ධීන් එක එකෙහි සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ යන දත්ත කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් $\bar{x}$ හා σ_x^2 යැයි ගනිමු.

(i) $\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) α හා β තාත්ත්වික නියත යැයි ගනිමු. $\sum_{i=1}^{n} (\alpha x_i + \beta)^2 = n\alpha^2\sigma_x^2 + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$ බව පෙන්වන්න.

$i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = \alpha x_i + \beta$ යැයි ගනිමු. $\bar{y} = \alpha\bar{x} + \beta$ බව පෙන්වා, ඉහත (i) හා (ii) භාවිතයෙන් $\sigma_y^2 = \alpha^2\sigma_x^2$ බව **අපෝහනය** කරන්න; මෙහි $\bar{y}$ හා σ_y^2 යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව වේ.

එක්තරා විභාගයක දී අපේක්ෂකයින් ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 45 ක් වේ. මෙම ලකුණු, මධ්‍යන්‍යය 50 ක් හා සම්මත අපගමනය 15 ක් වන පරිදි ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කළ යුතුව ඇත. පරිමාණගත ලකුණ වන 68 යන්නට අනුරූප මුල් ලකුණ 60 බව දී ඇත. මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

අපේක්ෂකයකු ලබා ගත් මුල් ලකුණ වූ m, ඉහත පරිමාණගත කිරීමෙන් අඩු නොවන බව තවදුරටත් දී ඇත. $m \geq 20$ බව පෙන්වන්න.

(a) $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ (5) **05**

(5)

$P(A)=P((A\cap B)\cup(A\cap B'))$ $[\because (A\cap B)\cup(A\cap B')=A\cap(B\cup B')=A\cap\Omega=A]$

$=P(A\cap B)+P(A\cap B')$ (5) $[\because A\cap B$ & $A\cap B'$ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර බැවින්]

(5) **15**

$=\dfrac{P(B)P(A\cap B)}{P(B)}+\dfrac{P(B')P(A\cap B')}{P(B')}$

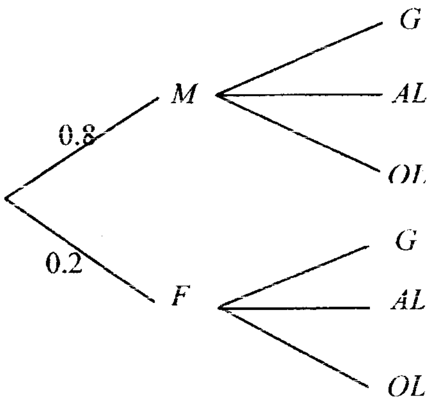
$=P(B)P(A|B)+P(B')P(A|B')$

M – පිරිමි F – ගැහැණු

OL - උපරිම සුදුසුකම O/L

AL - උපරිම සුදුසුකම A/L

G - උපාධිධාරීන්



$P(M)=0.8$ $P(F)=0.2$

$P(OL)=0.57$ $P(AL)=0.32$ $P(G)=0.11$

$P(OL|F)=0.4$ $P(AL|F)=0.45$

(i) $P(F\cap OL)=P(F)P(OL|F)$ (5)

(5) $=0.2\times 0.4=0.08$ **10**

---

(5)

(ii) $P(OL)=P(OL\cap M)+P(OL\cap F)$

$P(M\cap OL)=0.57-0.08=0.49$ (5) **10**

(iii) $P(G|M)=?$

$P(G)=P(M)P(G|M)+P(F)P(G|F)$ (5)

$0.11=0.8\times P(G|M)+0.2\times\underbrace{(1-0.4-0.45)}_{0.15}$ (5)

$P(G|M)=\dfrac{0.11-0.03}{0.8}=\dfrac{0.08}{0.8}=\dfrac{1}{10}=0.1$ (5) **15**

---

(5)

(iv) $P(F|G')=\dfrac{P(F\cap G')}{P(G')}=\dfrac{P(F)P(G'|F)}{1-P(G)}$

(5) (5)

$=\dfrac{0.2\times(0.40+0.45)}{1-0.11}$ $=\dfrac{17}{89}.$ (5) **20**

---

17. (*b*) $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ $\sigma_x^{\,2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$.

(i) $\sigma_x^{\,2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\,2} - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2\right)$ (5)

$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - 2\bar{x}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{n}\bar{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1$ $= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - 2\bar{x}^2 + \frac{1}{n}\bar{x}^2 \times n$ (5)

$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - \bar{x}^2$. **[10]**

(ii) $\sum_{i=1}^{n}(\alpha x_i + \beta)^2 = \sum_{i=1}^{n}(\alpha^2 x_i^{\,2} + 2\alpha\beta\, x_i + \beta^2)$

$= \alpha^2\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} + 2\alpha\beta\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n}\beta^2$

(5) (5)

$= \alpha^2\left\{n\sigma_x^{\,2} + n\bar{x}^2\right\} + 2\alpha\beta\, n\,\bar{x} + n\beta^2$ as $n\sigma_x^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - n\bar{x}^2$

$= n\alpha^2\sigma_x^{\,2} + n\left\{\alpha^2\bar{x}^2 + 2\alpha\beta\bar{x} + \beta^2\right\}$

$= n\alpha^2\sigma_x^{\,2} + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$ (5) **[15]**

තවත් ක්‍රමයක් $\sum_{i=1}^{n}(\alpha x_i + \beta)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[\alpha(x_i - \bar{x}) + \alpha\bar{x} + \beta\right]^2$

$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\alpha^2(x_i - \bar{x})^2 + 2(\alpha\bar{x} + \beta)\alpha(x_i - \bar{x}) + (\alpha\bar{x} + \beta)^2\right\}$ (5)

$= \alpha^2\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) + \sum_{i=1}^{n}(\alpha\bar{x} + \beta)^2$

$= \alpha^2 n\sigma_x^{\,2} + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x}\right) + (\alpha\bar{x} + \beta)^2 n$ (5)

$= n\alpha^2\sigma_x^{\,2} + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta)(n\bar{x} - n\bar{x}) + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$ (5) **[15]**

$= n\alpha^2\sigma_x^{\,2} + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$.

---

(5)

$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ $= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha x_i + \beta)$ $= \alpha\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\beta$

$= \alpha\bar{x} + \beta\frac{1}{n}n$

$= \alpha\bar{x} + \beta$. (5) **[10]**

$\because\ y_i = \alpha x_i + \beta$, by (ii)

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = n\alpha^2\sigma_x^2 + n\bar{y}^2 \quad (5)$$

$$\therefore\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \bar{y}^2 = \alpha^2\sigma_x^2$$

$\therefore$ (i)න්, $\sigma_y^2 = \alpha^2\sigma_x^2$. (5)

10

ලකුණු කුලකය $\{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\}$ යැයි ගනිමු.

$\bar{x} = 45$ බව දී ඇත.

පරිමාණගත ලකුණු $y_i = \alpha x_i + \beta$ යැයි ගනිමු. එවිට $\bar{y} = 50$ හා $\sigma_y^2 = 15$ වේ.

$\bar{y} = \alpha\bar{x} + \beta \Rightarrow 50 = 45\alpha + \beta$ -------------- (i) (5)

තවද, $y_i = 68$ වනවිට $x_i = 60$ බව දී ඇත.

$\Rightarrow 68 = 60\alpha + \beta$ ---------------- (ii) (5)

(i) හා (ii) $\Rightarrow 15\alpha = 18$

$\therefore\ \alpha = \frac{6}{5}.$

$\beta = 50 - 45 \times \frac{6}{5} = -4$ (5)

$\sigma_y^2 = \alpha^2\sigma_x^2 \Rightarrow 15 = \frac{6}{5}\sigma_x^2$

$\therefore\ \sigma_x^2 = \frac{15 \times 5}{6} = 12.5$ (5)

20

$x_i = m \Rightarrow y_i \geq m.$

$\Rightarrow \frac{6}{5}x_i - 4 \geq m$ (5)

$\Rightarrow \frac{6}{5}m - 4 \geq m$

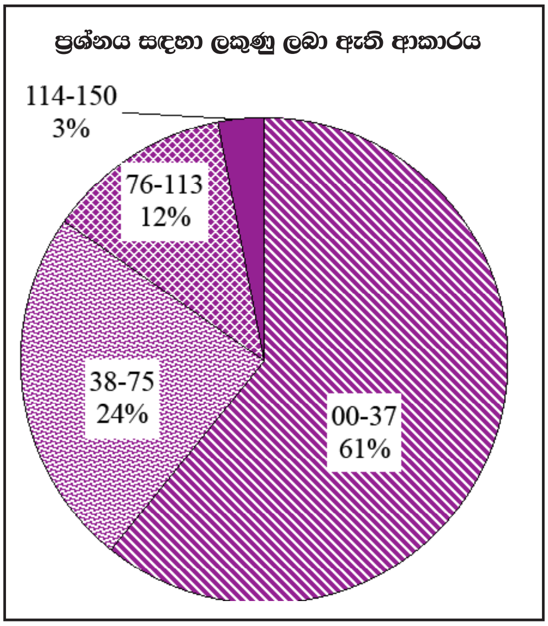
$\Rightarrow \frac{m}{5} \geq 4$ (5)

$\Rightarrow m \geq 20.$

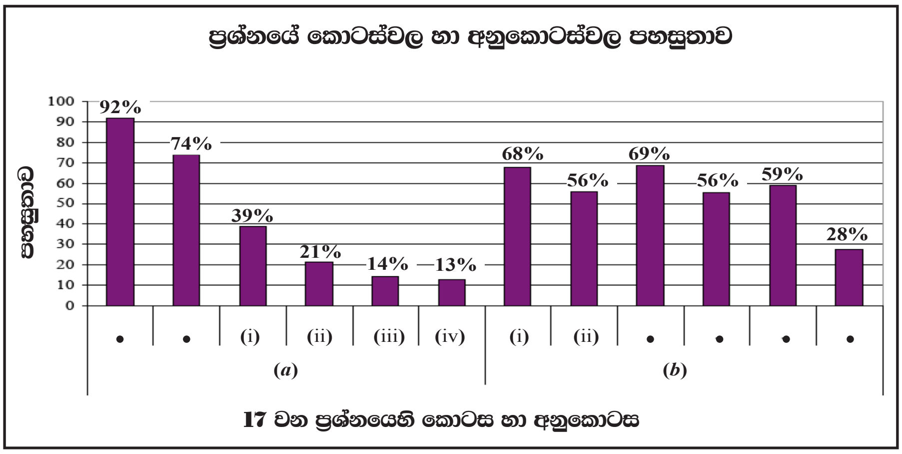
10

---

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 46%කි. මෙහි පහසුතාව 46%කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 61%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 12%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 3%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 12ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 92%කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි අවසාන අනුකොටසට වන අතර එය 13%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 46%ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 46%කි. II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අඩුම තෝරා ගැනීම ලැබ ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නයට වන අතර පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය ද මෙය වේ. මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් යුක්තය. (*a*) කොටසට සම්භාවිතාව ද (*b*) කොටසට සංඛ්‍යානය ද පදනම් වේ. ලකුණු ප්‍රදානයේදී (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකට සමානව බර තබා ඇත. (*a*) කොටසේ පහසුතාව 35%ක් ද, (*b*) කොටසේ පහසුතාව 56%ක් ද වේ.

(*a*) කොටස අනුකොටස් හයකින් සමන්විත වන අතර මුල් අනුකොටස් දෙක අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දැක්වීම සහ මූළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය සාධනය කිරීමට දී තිබුණි. මෙම කොටස් දෙකට පිළිතුරු සැපයීම පහසුතාව 74%ක් ඉක්මවා තිබුණ ද (i), (ii), (iii), (iv) කොටස්වලට පිළිතුරු සැපයීම 40%ට වඩා අඩු මට්ටමක පැවතුණි. ගැටලුවට අදාළ සිද්ධීන් නියම ආකාරයට අර්ථ දක්වා නොගැනීම නිසා පිළිතුරු අසාර්ථක වීමට හේතු වී තිබුණි.

(*b*) කොටස අනුකොටස් 6කින් සමන්විත වන අතර මුල් අනුකොටස් පහටම පහසුතාව 56% ඉක්මවා තිබුණි. මෙම කොටස්වල අඩංගුව ඇත්තේ සංඛ්‍යානය මත පදනම් වූ මූලධර්ම වේ. නමුත් අවසාන කොටසෙහි ඇති අසමානතාව ලබා ගැනීම දුර්වල මට්ටමක පැවතුණි. සම්භාවිතාව හා සංඛ්‍යාන මූලධර්ම තහවුරු වන සේ අභ්‍යාස කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතා මගහරවා ගත හැකිය.

සම්භාවිතා සහ සංඛ්‍යානය ආශ්‍රිත මූලික සිද්ධාන්ත මත පිළිතුරු සැපයිය හැකි වුවද බොහෝ විට උසස් පෙළ පන්තියෙහි අවසාන වාරයේ දී උගන්වනු ලැබීම හෝ ප්‍රමාණවත් පරිදි පුනරීක්ෂණය කිරීමට අවස්ථා නොලැබීම නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ගේ අවධානයෙන් ගිලිහී ගිය කොටසක් බවට මෙය පත්වී තිබේ.

III කොටස

3.0 පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා :

3.1. පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු :

පොදු උපදෙස් :

* ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති මූලික උපදෙස් කියවා හොඳින් තේරුම් ගත යුතුය. එනම් එක් එක් කොටසින් කොපමණ ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාවකට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ද කුමන ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වේ ද කොපමණ ලකුණු ලැබේ ද කොපමණ කාලයක් ලැබේ ද යන කරුණු පිළිබඳව සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන ප්‍රශ්න පිළිබඳව නිරවුල් අවබෝධයක් ඇති කර ගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය.

* I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

* I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7න් තෝරා ගත් ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

* B කොටසෙහි සෑම ප්‍රධාන ප්‍රශ්නයක්ම අලුත් පිටුවකින් ආරම්භ කළ යුතුය.

* අයදුම්කරුගේ විභාග අංකය සෑම පිටුවකම අදාළ ස්ථානයේ ලිවිය යුතුය.

* ප්‍රශ්න අංක හා අනුකොටස් අංක නිවැරදිව ලිවිය යුතුය.

* සියලුම ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා තෝරාගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය. ප්‍රශ්න යටතේ දී ඇති තොරතුරුත්, ලබා ගත යුතු පිළිතුරු හෝ සාධනය කළ යුතු ප්‍රතිඵල කවරේ ද යන්නත් පැහැදිලිව අවබෝධ කර ගත යුතුය.

* ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමේදී දී ඇති කාලය නිසි පරිදි කළමනාකරණය කර ගැනීමට වග බලා ගත යුතුය.

* පැහැදිලි අත් අකුරින් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. පිළිතුරු ලිවීමේදී නිල් පාට හෝ කළු පාට පෑන් පමණක් භාවිත කළ යුතුය. අනෙකුත් පාට පෑන් භාවිත කිරීමෙන් වැළකිය යුතුය.

විශේෂ උපදෙස් :

* රූප සටහන් ඇඳිය යුතු අවස්ථාවලදී ඒවා ඉතා පැහැදිලිව ඇඳ නම් කළ යුතුය. මෙහිදී රේඛාවල දිග හා කෝණවල විශාලත්ව සංසන්දනාත්මකව නිවැරදි රූපය හා අනුරූප වන සේ දැක්වීම අවශ්‍ය වේ. රූපසටහන්වල නිරවද්‍යතාව සහ සම්බන්ධතා දැකීමටත් ඒ ඇසුරින් පහසුවෙන් පිළිතුරු කරා එළඹීමටත් මහෝපකාරී වෙයි. රූප සටහන්වල තොරතුරු ඇතුළත් කිරීමේදී ද, නිරවද්‍යතාව කෙරෙහි වැඩි අවධානයක් යොමු කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ. (නිදසුන : බල ලකුණු කිරීම)

* ගණනය කිරීම්වලදී එක් එක් පියවර පැහැදිලිව සඳහන් කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය ස්ථානවලදී පියවර අතර සම්බන්ධය දැක්වෙන සමාන ලකුණු හෝ වෙනත් අදාළ සංකේත හෝ ලියා දැක්වීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය. එක් පියවරක හෝ පිටුවක හෝ ඇති ප්‍රකාශන හා සමීකරණ ඊළඟ පියවරට හෝ පිටුවට පිටපත් කිරීමේදී ඒවායේ නිරවද්‍යතාව පිළිබඳව ඉතා සැලකිලිමත් විය යුතුය.

* අවශ්‍ය ස්ථානවලදී නිවැරදිව ඒකක භාවිත කළ යුතුය. අවශ්‍ය අවස්ථාවලදී නිවැරදි ඒකක පරිවර්තනය පිළිබඳව ද සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ★ ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී x හා y අක්ෂ නිවැරදිව නම් කර පරිමාණගත කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය අවස්ථාවල ඒකක ද සඳහන් කළ යුතුය.

- ★ මූලික සමානුපාත පිළිබඳ සංකල්ප නැවත පරිශීලනය කළ යුතුය.

- ★ මූලික ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම සහ අවබෝධය ලබා ගත යුතුය.

  නිදසුන්: (1) සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ
  (2) රොම්බසයක ලක්ෂණ
  (3) සවිධි ෂඩස්‍රයක / බහු අස්‍රයක ලක්ෂණ
  (4) ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත විවිධ ප්‍රමේය
  (5) සමරූපී ත්‍රිකෝණ
  (6) වෘත්ත ආශ්‍රිත ප්‍රමේය
  (7) සමමිති ගුණ

- ★ සාධකවලට බිඳිය හැකි වර්ගජ ප්‍රකාශන එකවරම සාධකවලට වෙන්කර ගැනීමේ හැකියාව ප්‍රගුණ කළ යුතුය.

- ★ දෛශික නිරූපණයේදී නිවැරදි සංකේත භාවිත කිරීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ★ "එනයින් ලබා ගන්න", "අපෝහනය කරන්න", "සත්‍යාපනය කරන්න", "ව්‍යුත්පන්න කරන්න" වැනි යෙදුම් කෙරෙහි සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ඒ අනුව පිළිතුර කරා එළඹීමට වග බලා ගත යුතුය. 'එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ' යනුවෙන් සඳහන් අවස්ථාවලදී බහුල වශයෙන්ම පෙර ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය භාවිත කර ඊට පසු ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීම වඩාත් පහසු වේ.

- ★ දී ඇති තොරතුරු භාවිතයෙන් නිගමනයකට එළඹිය යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම ක්‍රියාවලිය ඉදිරිපත් කිරීම ලකුණු අහිමිවීමට හෝ අඩුවීමට හේතු වේ. එබැවින් ප්‍රශ්නය මගින් අපේක්ෂිත ආකාරයට පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ යුතුය. එහෙත් "නම් ම පමණක්" හෝ "ම නම් පමණක්" සත්‍ය බව සාධනය කළ යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම වශයෙන් ද ප්‍රතිඵලය ලැබෙන බව සනාථ වන පරිදි පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ යුතු වේ.

- ★ සෑම විටෙකදීම අවසාන පිළිතුර සරලම ආකාරයෙන් දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය. අවසාන පිළිතුර, ප්‍රශ්නයෙහි අසා ඇති ආකාරය අනුව පැහැදිලිව දැක්විය යුතුය.

- ★ අයදුම්කරුවන් තම ඉලක්කම්, සංකේත සහ අදහස් පැහැදිලිවත් නිවැරදිවත් ලියා දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය.

- ★ පිළිතුර කරා එළඹීමට අවශ්‍ය සුළු කිරීම් (සංඛ්‍යාමය, වීජීය හෝ ත්‍රිකෝණමිතික) කටුවැඩ ලෙස සැලකුව ද පිළිතුර සමඟම පසෙකින් ඉදිරිපත් කරන්න.

- ★ පිළිතුර සම්පූර්ණ කිරීමට නොහැකි අවස්ථාවලදී වුව ද ප්‍රශ්නයට පිළිතුර ලබා ගැනීමට අදාළ ඉදිරි පියවර ලියා දැක්වීම බොහෝවිට ඵලදායි විය හැකිය.

- ★ ප්‍රශ්නයක අග කොටස්වල පවා මුල් කොටස්වලින් ස්වාධීන වූ පහසු කොටස් තිබිය හැකි බැවින් ප්‍රශ්නයක මුල් කොටස අපහසු වුව ද ප්‍රශ්නය අත්හැර නොයා ඉතිරි කොටස් පිළිබඳව ද අවධානය යොමු කිරීම වැදගත් වේ.

- ★ සමහර විටෙක යම් අනුකොටසක් සාධනය නොකළ ද එම ප්‍රතිඵල අවශ්‍ය නම් යෙදීමෙන් ඉදිරි අනුකොටසක් සඳහා පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ හැකිය.

3.2. ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා :

- විෂය නිර්දේශයෙහි අන්තර්ගත විෂය සන්ධාරය, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් සම්බන්ධ වන බැවින්, තෝරා ගත් විෂය කොටස් වෙනුවට සමස්ත විෂය නිර්දේශයම ආවරණය වන පරිදි ඉගෙනුම, උසස් සාමාර්තයක් ලබා ගැනීමට මෙන්ම විෂය දැනුම සම්පූර්ණ වීම සඳහා ඉතා වැදගත් වේ.

- විෂය නිර්දේශ, ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහ හා බාහිර සම්පත් මූලාශ්‍ර පිළිබඳව ගුරුභවතුන් මෙන්ම සිසුන් ද දැනුවත්වීම හා භාවිතය අවශ්‍ය ය.

- පාරිභාෂික පද (technical terms), නම්, ම නම් ආදී පද පිළිබඳව අයදුම්කරුවන් දැනුවත් කිරීම වැදගත් වේ.

- තම විෂය දැනුම යාවත්කාලීන කර ගැනීමට හා සංවර්ධනය කර ගැනීමට ගුරුභවතුන් වග බලා ගත යුතුය.

- සංයුක්ත ගණිතය වැනි විෂයයක් ඉගෙනීම විභාග කේන්ද්‍රීය නොවිය යුතු වුවත්, විභාගයේදී භාවිත කරනු ලබන ප්‍රශ්න පත්‍රවලින් ඉහළ ලකුණු ලැබීමට නම් මූලාකෘති ප්‍රශ්න මෙන්ම පෙර වර්ෂවල ප්‍රශ්න පත්‍ර හා ලකුණු දීමේ පටිපාටි පරිශීලනය කර, එක් එක් ප්‍රශ්නයට උපරිම ලකුණු හිමිවන පරිදි වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයිය යුත්තේ කෙසේ දැයි යන්න පිළිබඳව සිසුන් මනා අවබෝධයක් ලබා ගත යුතුය. මේ සඳහා සිසුනට මඟ පෙන්වීම ද ගුරු භවතුන්ගේ වගකීමක් ලෙස සැලකිය යුතුය.

- වගු අංක 4ට අනුව, 21-30 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 5764ක් වන අතර එය මුළු අයදුම්කරුවන්ගෙන් 17.01%ක් නියෝජනය කරයි.

  ඉදිරි විභාගවලදී අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි දෙනකු ඉහළ ලකුණු මට්ටමකට ගෙන ඒම සඳහා,

  (i) අදාළ මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සරල මට්ටමේ සිට ක්‍රමයෙන් සංකීර්ණ මට්ටම කරා පිවිසෙන විධිමත් අභ්‍යාස කරා යොමු කිරීමත්,
  (ii) ස්වයං අධ්‍යයනය තුළින් තම දැනුම හා භාවිත කුසලතා වර්ධනය කර ගැනීමට යොමු කිරීමත්,

  පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය ආශ්‍රිතව ක්‍රියාත්මක කිරීම ඉතා ඵලදායී වනු ඇත.

- විශේෂයෙන් සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ස්වයං අධ්‍යයනය ඉතා වැදගත් බවට අයදුම්කරුවන් දැනුවත් කරන්න. ආරම්භයේදී අවශ්‍ය මග පෙන්වීමත් සමඟ විභාගයට සැපයෙන මට්ටමේ ප්‍රශ්නවලට නිවැරදිව පිළිතුරු සැපයීමට ඔවුන් යොමු කරන්න.