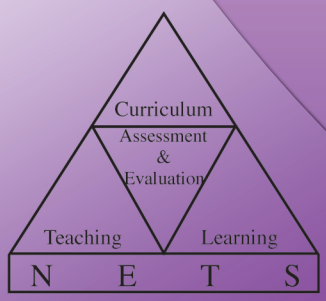
අ.පො.ස (උ.පෙළ) විභාගය - 2013

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

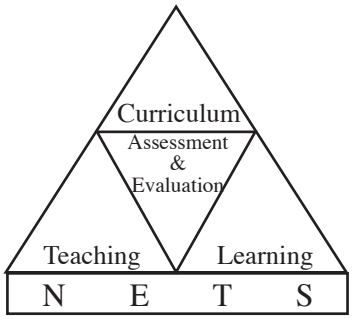


පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2013

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය



පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

සංයුක්ත ගණිතය

ඇගයීම් වාර්තාව - අ.පොෂ.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2013

මූල්‍ය අනුග්‍රහය

අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල්
පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය
(TSEP-WB) මගිනි.

හැඳින්වීම

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය, ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනයේ අවසාන සහතිකකරණ විභාගයයි. ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනය අවසානයේ සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම සහතික කිරීම මෙම විභාගයේ ප්‍රධාන අරමුණ වුව ද ජාතික විශ්වවිද්‍යාලවලට, වෙනත් උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය පුහුණු ආයතනවලට මෙන් ම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨවලට සුදුස්සන් තෝරා ගැනීම ද මෙම විභාගයේ ප්‍රතිඵල මත සිදු කෙරෙන බැවින් සාධන පරීක්ෂණයක් වශයෙන් මෙන්ම තේරීමේ පරීක්ෂණයක් වශයෙන් ද අ.පොෂ.(උ.පෙළ) විභාගය, ඉතා වැදගත් තත්ත්වයක් උසුලයි. එමෙන්ම තෘතීයික මට්ටමේ රැකියා සඳහා ද ප්‍රවේශ සුදුසුකම් සහතික කෙරෙන විභාගයක් වශයෙන් මෙය පිළිගැනේ. 2013 වර්ෂයේ දී මෙම විභාගය සඳහා නව විෂය නිර්දේශය යටතේ 209 906ක් පාසල් අයදුම්කරුවෝ ද 31 723ක් පෞද්ගලික අයදුම්කරුවෝ ද පෙනී සිටියහ.

මෙම විභාගයෙන් උසස් සාධන මට්ටමක් ලබා ගැනීම සඳහා සිසුහු ද ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා සපුරාලීම සඳහා ගුරුවරු හා දෙමව්පියෝ ද දැඩි වෙහෙසක් දරති. මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස්කර ඇත්තේ ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා ඉටුකරගැනීම පිණිස ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ සහාය දීමක් වශයෙනි. මෙම ඇගයීම් වාර්තාවේ ඇතුළත් තොරතුරු විභාග අපේක්ෂකයින්ට, ගුරු භවතුන්ට, විදුහල්පතිවරුන්ට, ගුරු උපදේශක මහත්ම මහත්මීන්ට, විෂයභාර අධ්‍යක්ෂවරුන්ට, දෙගුරුන්ට හා අධ්‍යාපන පර්යේෂකයින්ට එක සේ ප්‍රයෝජනවත් වනු නොඅනුමාන ය. එබැවින් මෙම වාර්තාව වැඩි පිරිසකගේ පරිශීලනය සඳහා යොමු කිරීම වඩාත් සුදුසු වේ.

මෙම ඇගයීම් වාර්තාව, I, II හා III යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ.

අ.පොෂ.(උ.පෙළ) සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ I කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව, ඔවුන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, දිස්ත්‍රික් මට්ටමින් පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව ලකුණු ව්‍යාප්තිය යන විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු ද සංයුක්ත ගණිතය විෂයයේ I හා II පත්‍රවල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය, එම ප්‍රශ්නවලට හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය සවිස්තරාත්මකව දැක්වෙන විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණයක් ද අන්තර්ගත වේ. අ.පොෂ.(උ.පෙළ) 2013 විභාගයේ සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න හා එම ප්‍රශ්නවලට අයදුම්කරුවන් පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ II කොටසෙහි අඩංගු වෙයි. ඒ යටතේ I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා සංවර්ධනාත්මක යෝජනා අන්තර්ගත වේ.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව මගින් උත්තර පත්‍ර ඇගයීමේ නිරත වූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන් විසින් ඉදිරිපත් කරනු ලබන තොරතුරු, නිරීක්ෂණ, අදහස් හා යෝජනා ද සම්භාව්‍ය පරීක්ෂණ න්‍යාය (Classical Test Theory) හා අයිතම ප්‍රතිචාර න්‍යාය (Item Response Theory) යොදාගනිමින් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාර විශ්ලේෂණය මගින් ලබාගත් තොරතුරු ද මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස් කිරීම සඳහා පදනම් කරගෙන ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍රවල එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී අපේක්ෂකයන් සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු ද ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් කාර්යය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා ද මෙම වාර්තාවෙහි III කොටසෙහි ඇතුළත් කර ඇත. විවිධ නිපුණතා හා එම නිපුණතා මට්ටම්වලට ළඟාවීම සඳහා ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සංවිධානය කරගත යුතු ආකාරය පිළිබඳ ව මෙයින් මහත් පිටිවහලක් ලැබෙනු ඇතැයි සිතමි.

ඉදිරියේදී සම්පාදනය කරනු ලබන ඇගයීම් වාර්තාවල ගුණාත්මක වර්ධනයක් ඇති කිරීම සඳහා ඵලදායී අදහස් හා යෝජනා අප වෙත යොමුකරන ලෙස කාරුණික ව ඉල්ලමි.

මෙම වාර්තාව සැකසීම සඳහා අවශ්‍ය තොරතුරු සැපයූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන පරීක්ෂකවරුන්ට හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන්ටත්, උනන්දුවෙන් හා සක්‍රීයව දායක වූ සැකසුම් කමිටු සාමාජිකයින්ටත්, වගකීමෙන් කටයුතු කළ ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන්ට හා මෙම කාර්ය සඳහා මූල්‍ය අනුග්‍රහය දැක්වූ අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල් පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය (TSEP-WB)ටත් මාගේ හෘදයාංගම ස්තුතිය පළ කරමි.

ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර
විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්

2015 ජනවාරි 19
පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
පැලවත්ත, බත්තරමුල්ල

උපදේශකත්වය	:	ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්
මෙහෙයවීම හා සංවිධානය	:	ගයාත්‍රි අබේගුණසේකර විභාග කොමසාරිස් (පර්යේෂණ හා සංවර්ධන)
සම්බන්ධීකරණය	:	ඊ. කුලසේකර නියෝජ්‍ය විභාග කොමසාරිස්
සංස්කරණය	:	ජී.අයි.කේ. සිල්වා ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත විද්‍යා අධ්‍යයනාංශය ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය ඊ. කුලසේකර නියෝජ්‍ය විභාග කොමසාරිස්
සැකසුම් කමිටුව	:	සී. බමුණුගේ උපගුරු ඩී.එස්. සේනානායක විදුහල, කොළඹ 07 එස්.ඩී. ලොකුගමගේ උපගුරු ඩී.එස්. සේනානායක විදුහල, කොළඹ 07 එච්. අමිතා ශ්‍යාමලි පෙරේරා ගෝතමී බාලිකා විදුහල, කොළඹ 10 ආර්.සී. ජයසිංහ උපගුරු මෙතෝදිස්ත විද්‍යාලය, කොළඹ 03 කේ.ඒ. ආරියරත්න ගුරු සේවය I රාජකීය විදුහල, කොළඹ 07
පරිගණක පිටපත සැකසුම	:	කේ.පී.ඩී. අනුෂා මදුවන්ති දිසානායක තොරතුරු හා සන්නිවේදන තාක්ෂණ සහකාර ඩබ්ලිව්.ඒ.ඩී. චතුරිකා දිසානායක දත්ත සටහන් ක්‍රියාකරු
පිටකවරය නිර්මාණය	:	වයි.එස්. අනුරාධි සංවර්ධන නිලධාරි

ඇතුළත පිටු

පිටු අංකය

I කොටස

1. **විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු**

1.1 විෂය අභිමතාර්ථ 1

1.2 විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 2
1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය 2
1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව 3
1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව 4

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 5
1.3.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස් සඳහා සාධනය 6
1.3.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 6
1.3.4 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 7
1.3.5 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 8
1.3.6 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස් සඳහා සාධනය 9
1.3.7 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 9
1.3.8 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 10

II කොටස

2. **ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු**

2.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය 11
2.1.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 12
2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය, එම ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 15

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය 50
2.2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 51
2.2.3 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය, එම ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 54

III කොටස

3. **පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා**

3.1 පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු 94
3.2 ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා 96

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1. විෂය අභිමතාර්ථ

- ★ ගණිතය වැඩිදුර අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා සිසුනට ගණිතමය මූලික කුසලතා ලබාදීම
- ★ ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ක්‍රමශිල්ප පිළිබඳ අත්දැකීම් සිසුනට ලබාදීම
- ★ ගණිතමය තාර්කික චින්තනය පිළිබඳ සිසුන්ගේ ශිෂ්‍ය සම්ප්‍රජානනය වැඩිදියුණු කිරීම
- ★ ගණිතය ඉගෙනීම සඳහා සිසුන් අභිප්‍රේරණය කිරීම

සටහන :

මෙම නව විෂය නිර්දේශය මගින් ගණිතමය දැනුම වැඩිදියුණු කිරීම පමණක් නොව එදිනෙදා ජීවිතයේදී ගණිතමය දැනුම භාවිත කිරීමේ කුසලතා වැඩිදියුණු කිරීම ද චරිත සංවර්ධනය ද අපේක්ෂා කෙරේ.

1.2. විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව

මාධ්‍යය	පාසල්	පෞද්ගලික	එකතුව
සිංහල	23 262	3573	26 835
දෙමළ	3494	362	3856
ඉංග්‍රීසි	1483	177	1660
එකතුව	**28 239**	**4112**	**32 351**

වගුව 1

1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය

ශ්‍රේණිය	පාසල් අයදුම්කරුවන්		පෞද්ගලික අයදුම්කරුවන්		එකතුව	ප්‍රතිශතය
	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය		
A	1600	5.67	209	5.08	1809	5.59
B	2133	7.55	402	9.78	2535	7.84
C	4450	15.76	849	20.65	5299	16.38
S	6841	24.23	1227	29.84	8068	24.94
F	13 215	46.80	1425	34.65	14 640	45.25
එකතුව	**28 239**	**100.00**	**4112**	**100.00**	**32 351**	**100.00**

වගුව 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව

දිස්ත්‍රික්කය	පෙනී සිටි සංඛ්‍යාව	විශිෂ්ට සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (A) ලැබූ		අධි සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (B) ලැබූ		සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (C) ලැබූ		සාමාන්‍ය සාමර්ථ්‍යය (S) ලැබූ		සමත් (A+B+C+S)		අසමත් (F)	
		සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%
1. කොළඹ	3398	225	6.62	232	6.83	471	13.86	775	22.81	1703	50.12	1695	49.88
2. ගම්පහ	1947	35	1.80	70	3.60	218	11.20	392	20.13	715	36.72	1232	63.28
3. කළුතර	1164	28	2.41	58	4.98	133	11.43	245	21.05	464	39.86	700	60.14
4. මහනුවර	1303	53	4.07	70	5.37	173	13.28	280	21.49	576	44.21	727	55.79
5. මාතලේ	285	6	2.11	6	2.11	32	11.23	68	23.86	112	39.30	173	60.70
6. නුවරඑළිය	346	9	2.60	18	5.20	42	12.14	77	22.25	146	42.20	200	57.80
7. ගාල්ල	1253	72	5.75	78	6.23	196	15.64	290	23.14	636	50.76	617	49.24
8. මාතර	1072	78	7.28	69	6.44	176	16.42	241	22.48	564	52.61	508	47.39
9. හම්බන්තොට	776	31	3.99	39	5.03	93	11.98	165	21.26	328	42.27	448	57.73
10. යාපනය	709	73	10.30	62	8.74	113	15.94	172	24.26	420	59.24	289	40.76
11. කිලිනොච්චි	83	7	8.43	3	3.61	15	18.07	21	25.30	46	55.42	37	44.58
12. මන්නාරම	58	1	1.72	1	1.72	7	12.07	14	24.14	23	39.66	35	60.34
13. වව්නියාව	93	7	7.53	10	10.75	14	15.05	21	22.58	52	55.91	41	44.09
14. මුලතිව්	60	1	1.67	4	6.67	7	11.67	15	25.00	27	45.00	33	55.00
15. මඩකලපුව	238	21	8.82	33	13.87	39	16.39	50	21.01	143	60.08	95	39.92
16. අම්පාර	516	15	2.91	14	2.71	65	12.60	134	25.97	228	44.19	288	55.81
17. ත්‍රිකුණාමලය	195	6	3.08	12	6.15	19	9.74	47	24.10	84	43.08	111	56.92
18. කුරුණෑගල	1419	38	2.68	51	3.59	131	9.23	296	20.86	516	36.36	903	63.64
19. පුත්තලම	428	10	2.34	15	3.50	52	12.15	92	21.50	169	39.49	259	60.51
20. අනුරාධපුරය	520	15	2.88	20	3.85	45	8.65	93	17.88	173	33.27	347	66.73
21. පොළොන්නරුව	191	1	0.52	5	2.62	18	9.42	46	24.08	70	36.65	121	63.35
22. බදුල්ල	647	29	4.48	37	5.72	72	11.13	134	20.71	272	42.04	375	57.96
23. මොනරාගල	234	2	0.85	10	4.27	20	8.55	52	22.22	84	35.90	150	64.10
24. රත්නපුරය	716	21	2.93	28	3.91	67	9.36	161	22.49	277	38.69	439	61.31
25. කෑගල්ල	639	11	1.72	26	4.07	81	12.68	148	23.16	266	41.63	373	58.37
සමස්ත දිවයින	**18290**	**795**	**4.35**	**971**	**5.31**	**2299**	**12.57**	**4029**	**22.03**	**8094**	**44.25**	**10196**	**55.75**

වගුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව

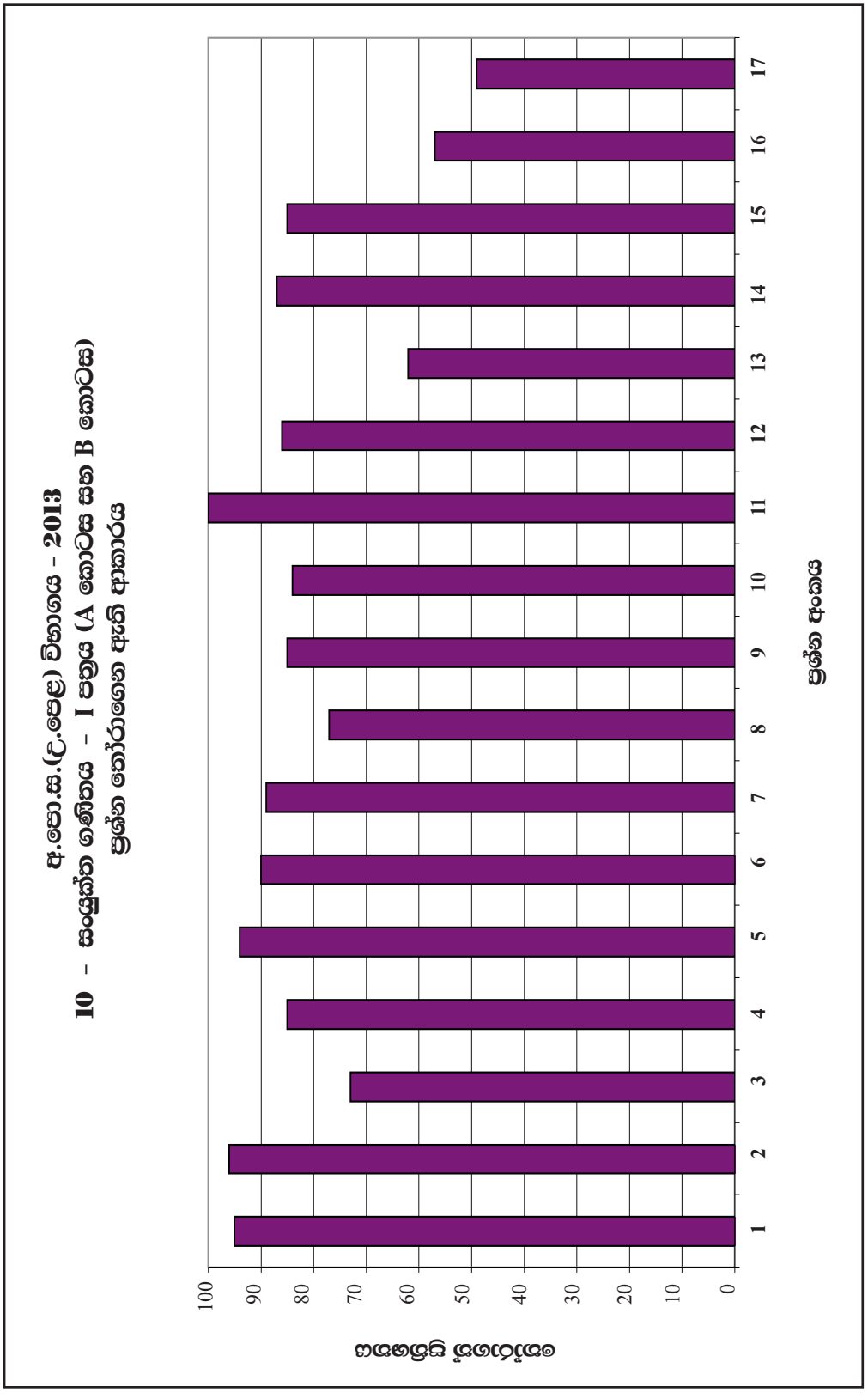
පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය
91 - 100	95	0.29	32 351	100.00
81 - 90	664	2.05	32 256	99.71
71 - 80	1791	5.54	31 592	97.65
61 - 70	2981	9.21	29 801	92.12
51 - 60	3715	11.48	26 820	82.90
41 - 50	4312	13.33	23 105	71.42
31 - 40	4611	14.25	18 793	58.09
21 - 30	4381	13.54	14 182	43.84
11 - 20	4258	13.16	9801	30.30
01 - 10	4729	14.62	543	17.13
00 - 00	814	2.52	814	2.52

වගුව 4

ඉහත වගුවෙහි දැක්වෙන දත්ත අනුව, මෙම විෂයය සඳහා 31 - 40 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 4 611කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 14.25%කි. ලකුණු 40 හෝ ඊට අඩුවෙන් ලබා ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 18 793ක් වන අතර, එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 58.09%කි.

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

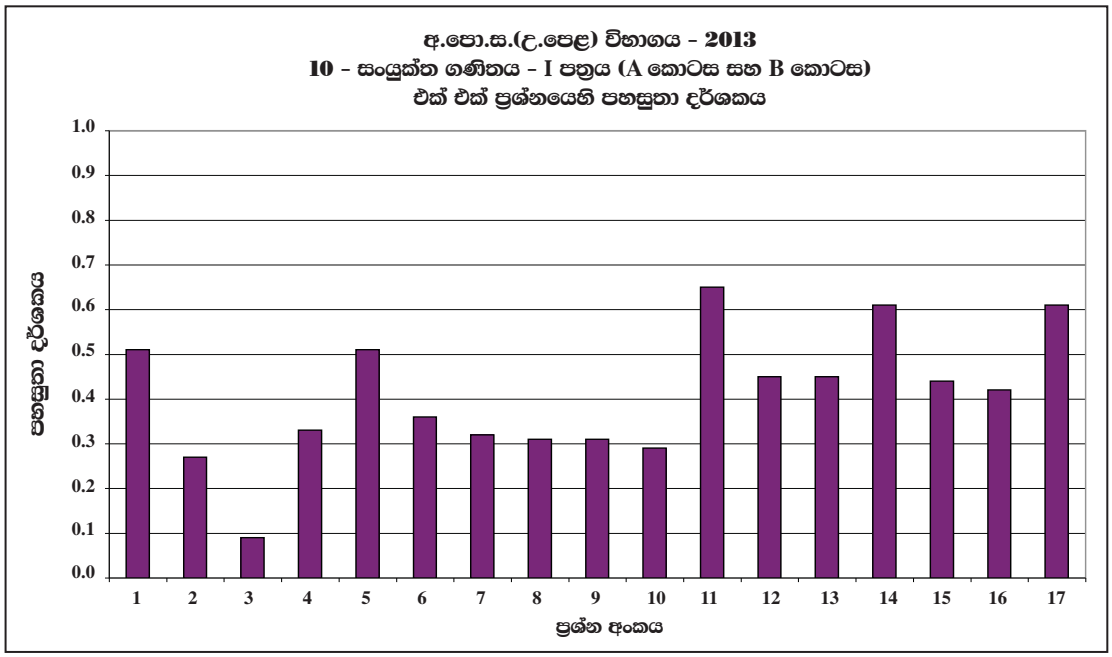


ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

I පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව පළමුවන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 95%කි. සෑම අයදුම්කරුවකුම පිළිතුරු සැපයීම සඳහා 11 වන ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇත. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 49%ක් පමණ වේ.

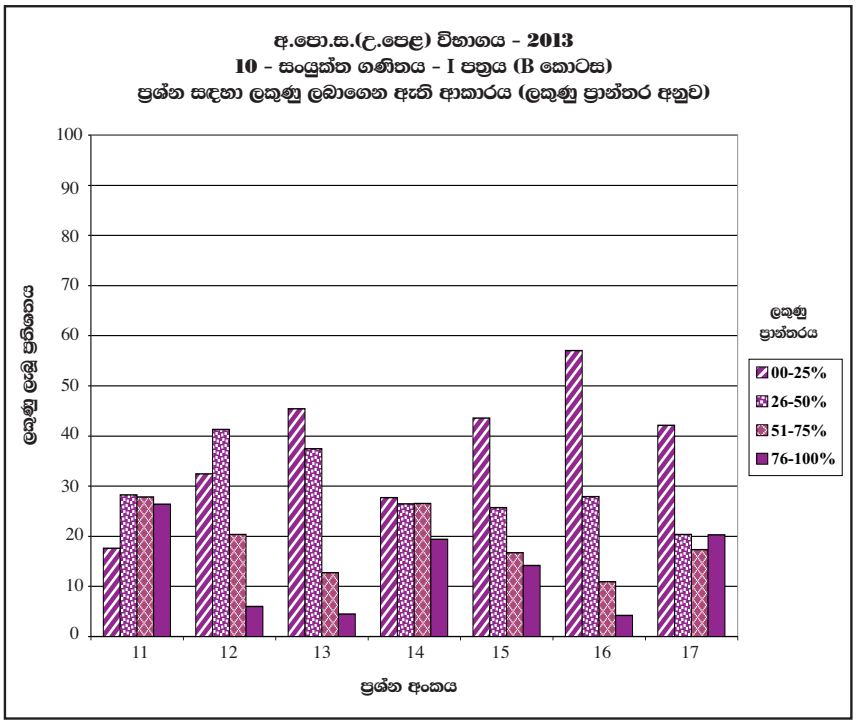
1.3.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 2 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 11 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 65%ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 3 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 09%ක් පමණ වේ.

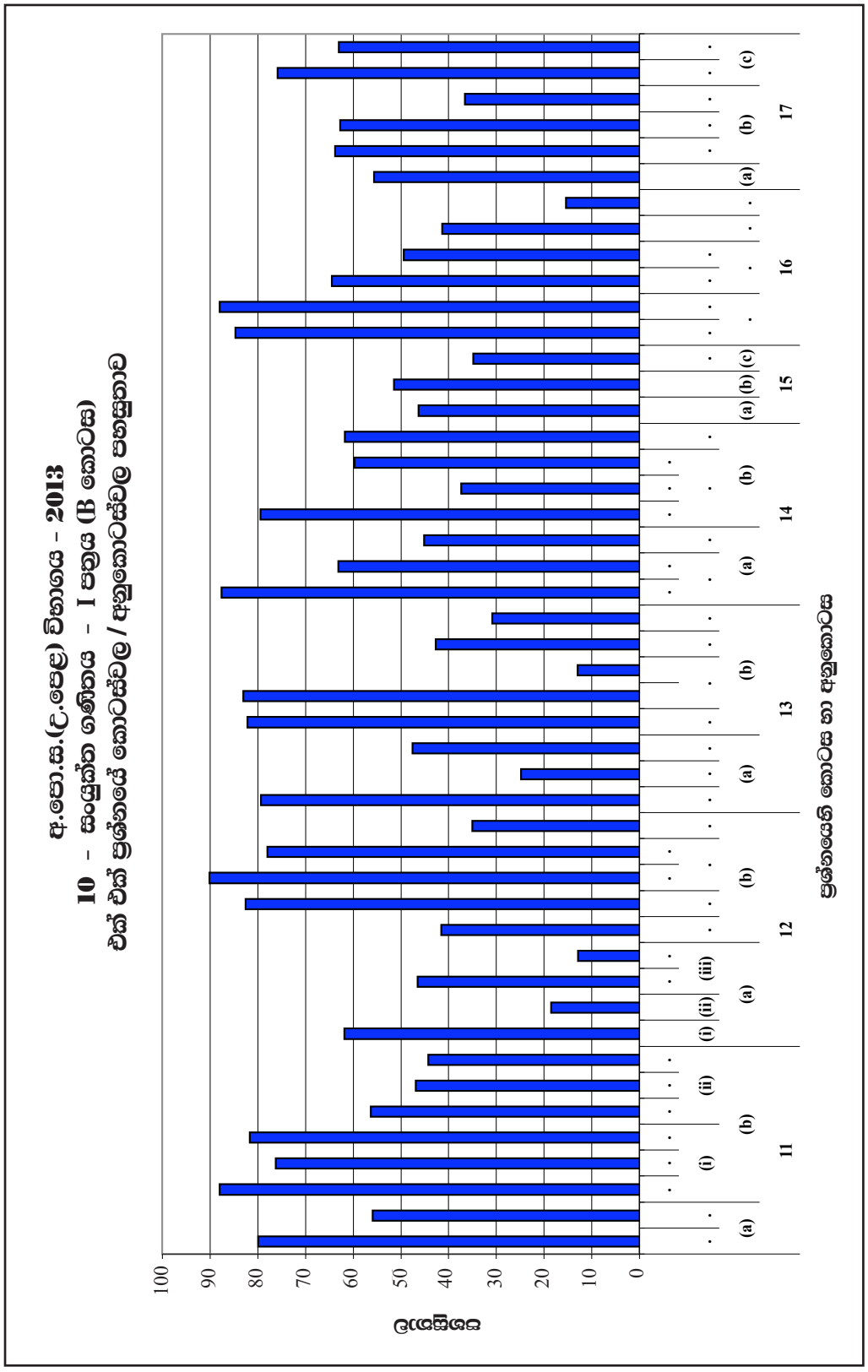
1.3.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු ප්‍රමාණය ලකුණු 150කි. ප්‍රස්තාරයට අනුව, එම ලකුණු වලින්, 76-100% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 115-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 26%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා හිමි ලකුණුවලින් 51-75% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 80-110 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස මෙන්ම ලකුණුවලින් 26-50% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 40-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 28% බැගින් ද ලකුණුවලින් 0-25% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 0-35 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 18%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 3 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

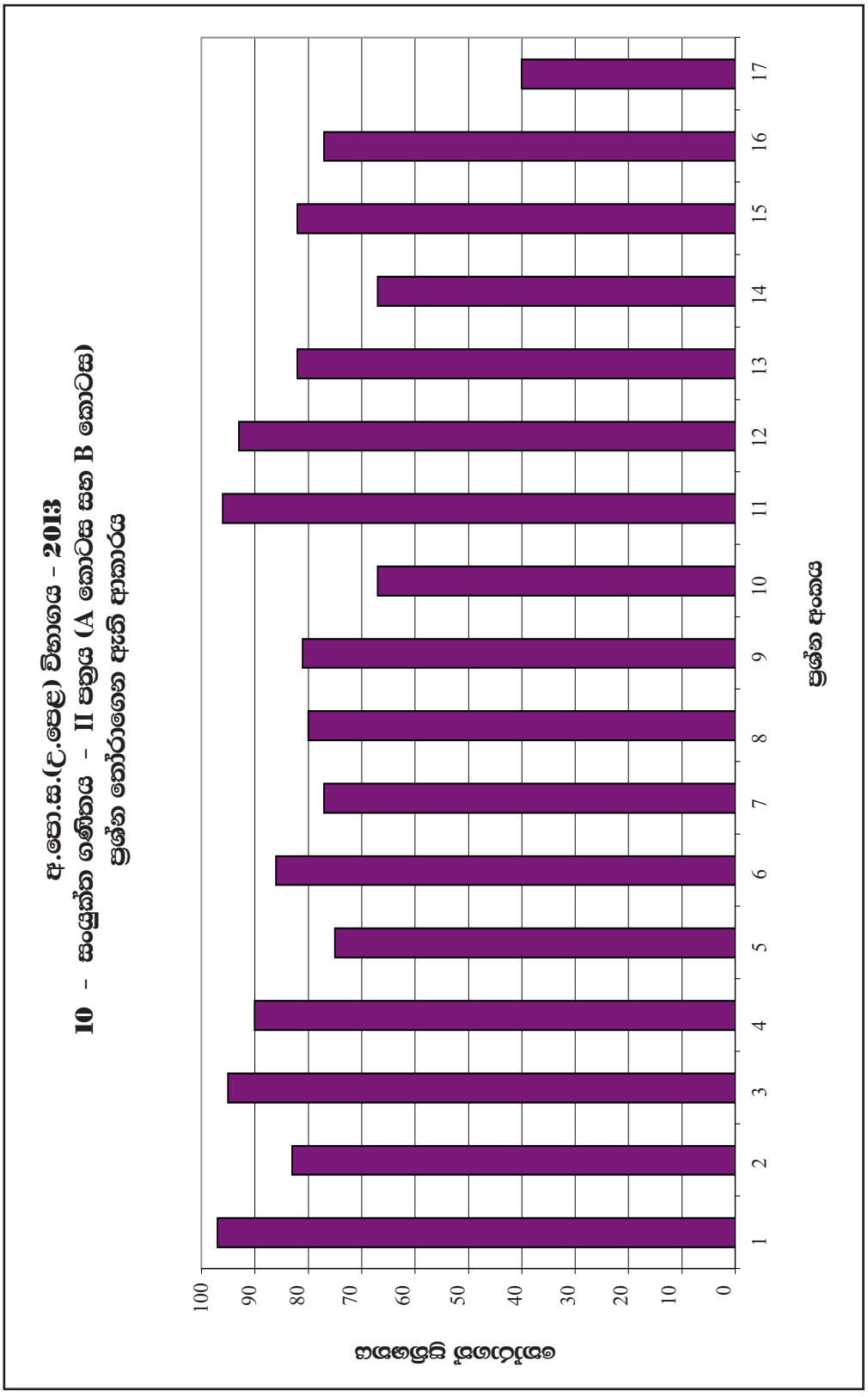
1.3.4 **I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය**



ප්‍රස්තාරය 4 (RD/16/04/AL පෙර්මයෙන් ලබාගත් කොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පෙනුමාව 80%ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පෙනුමාව 56%ක් පමණ වේ.

1.3.5 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

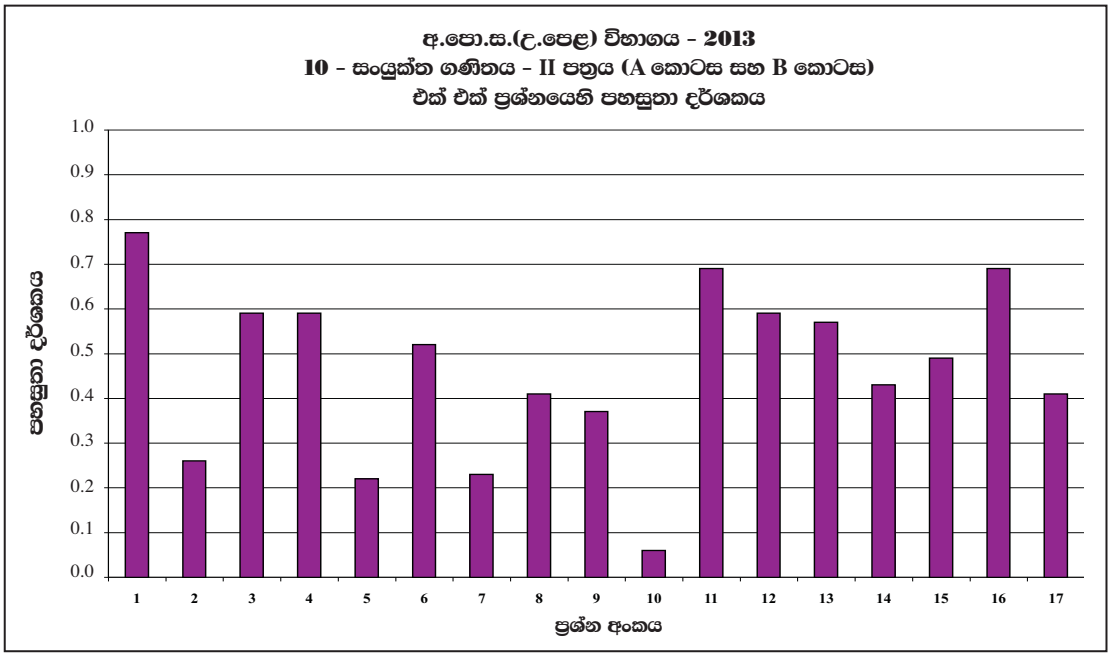


ප්‍රස්තාරය 5 (RD/16/02/AL පෝර්මයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

II පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අතිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව අයදුම්කරුවන් වැඩිම පිරිසක් පළමුවන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇත. එම අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 97%ක් පමණ වේ. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 40%ක් පමණ වේ.

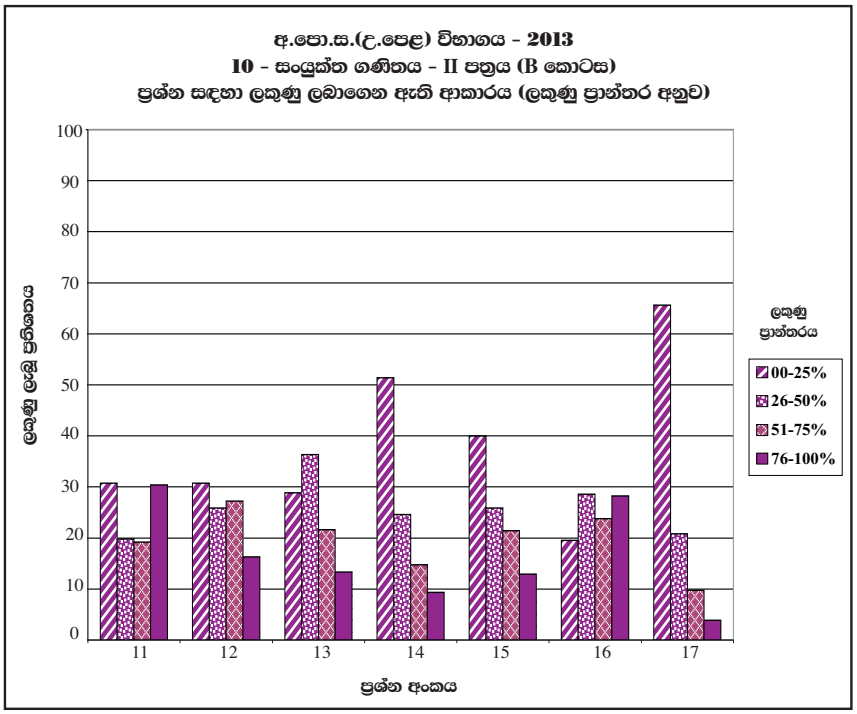
1.3.6 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 6 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළමුවන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 77%ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 10 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 6%ක් පමණ වේ.

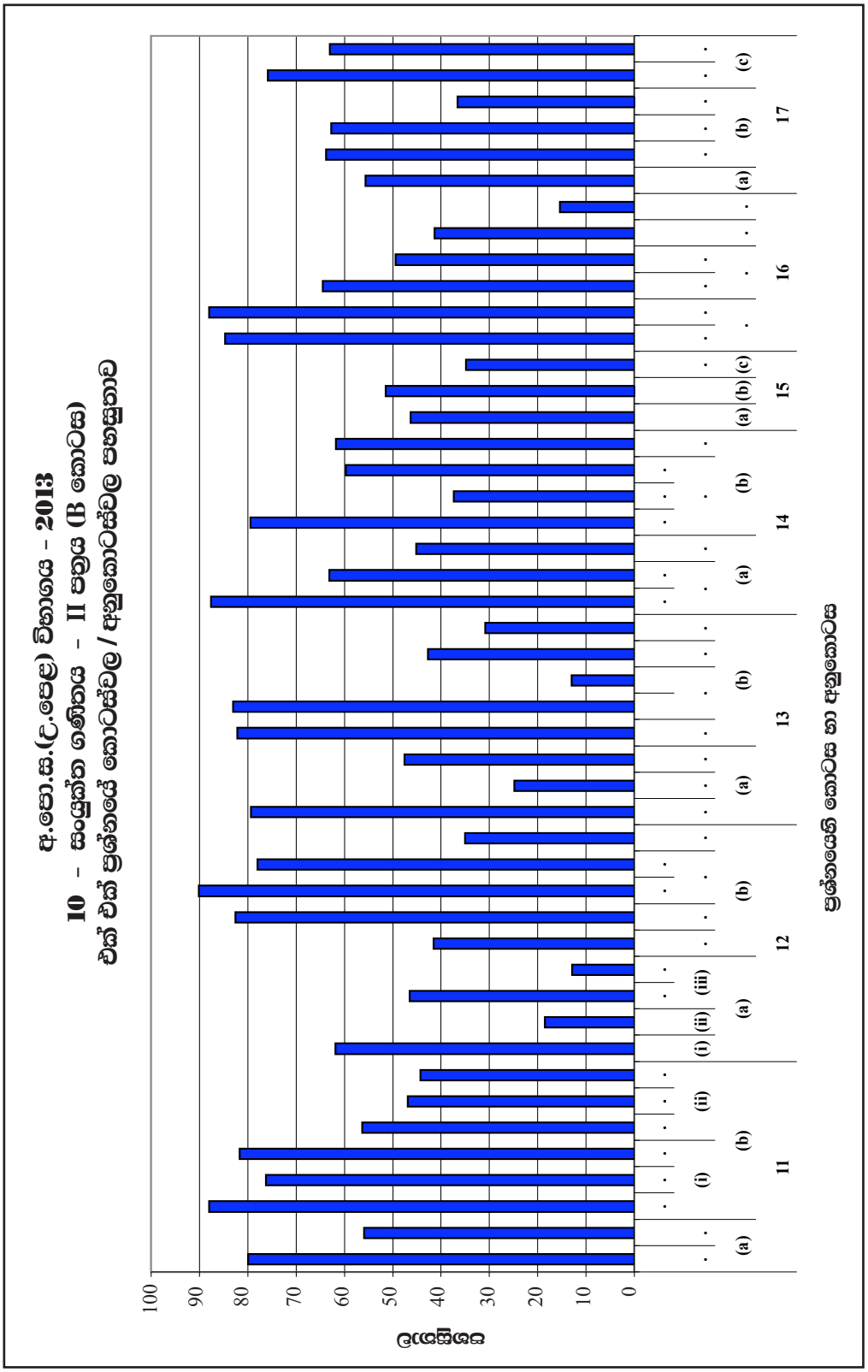
1.3.7 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු ප්‍රමාණය ලකුණු 150කි. ප්‍රස්තාරයට අනුව, එම ලකුණුවලින්, 76-100% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 115-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 30%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා හිමි ලකුණුවලින් 51-75% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 80-110 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 19%ක් පමණ ද ලකුණුවලින් 26-50% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 40-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 20%ක් පමණ ද ලකුණුවලින් 0-25% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 0-35 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 31%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 7 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

1.3.8 **II** ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට ඔළුතුරු සපයා ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 8 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් නොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)
ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසට අයත් මූල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 80%ක් වන අතර 12වන ප්‍රශ්නයේ (a)(iii) කොටසට අයත් දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 13%ක් පමණි.

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1. I ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය

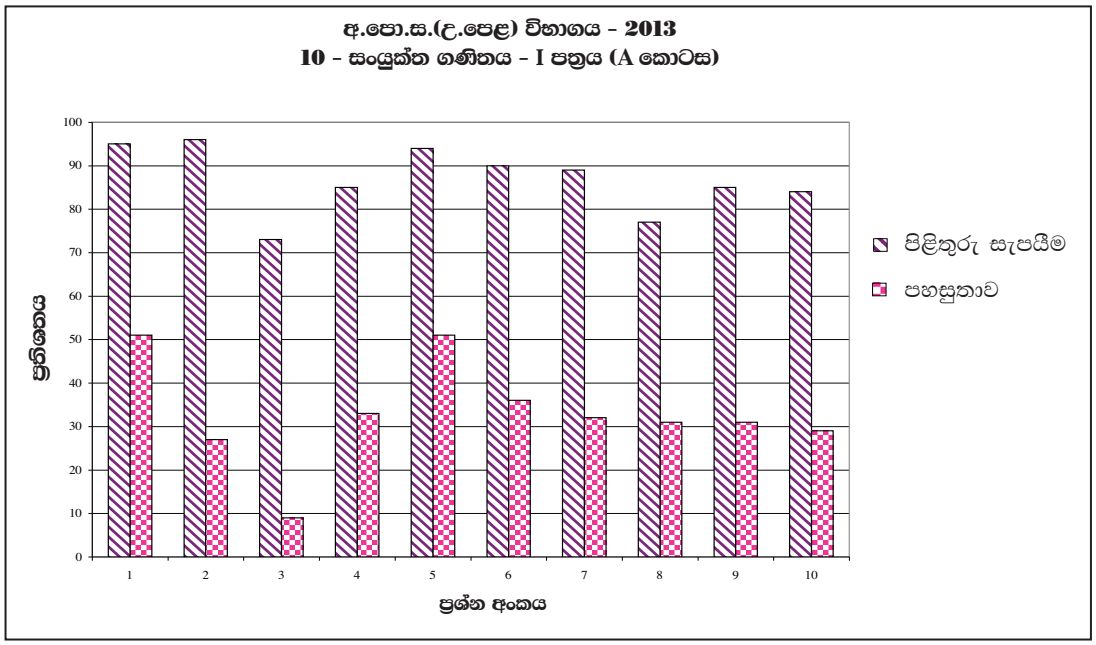
කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.
A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.
I පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.1.2 සංයුක්ත ගණිතය I ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයම සඳහා පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, ඒවාට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරයේ කැපී පෙනෙන විවිධත්වයක් දක්නට ලැබේ. මෙම ප්‍රශ්න දහයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත්, ඒ අනුව එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාවත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 9 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

ප්‍රශ්න පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90%ක් ඉක්මවා පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 1, 2 හා 5 ප්‍රශ්නවලට පමණි. අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 2 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 96% කි. ප්‍රශ්න දහයටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, අයදුම්කරුවන් සියලුම දෙනා විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර නොවීම විශේෂ අවධානයට යොමු විය යුතු නිරීක්ෂණයකි.

තව ද අංක 3 සහ 8 ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 80% කටත් වඩා අඩු ප්‍රතිශතයක් බව දක්නට ලැබේ. එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 20% කටත් වැඩි ප්‍රතිශතයක් එම ප්‍රශ්න දෙකට කවර මට්ටමකින්වත් පිළිතුරු සැපයීම නොසලකා හැර තිබේ. අංක 3 ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයීමට ප්‍රයත්න දරා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 73% ක ප්‍රතිශතයක් පමණි.

පහසුවෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීම මඟින් අයදුම්කරුවන් වඩාත් සතුටුදායක ලෙස ලකුණු ලබා ගනු ඇතැයි අපේක්ෂිත මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් පහසුතාව 50% යන්තමින් ඉක්මවා ඇත්තේ අංක 1 සහ 5 ප්‍රශ්නවල පමණි. ඒ ද, 51% බැගිනි. ඉතිරි ප්‍රශ්න අටෙහිම පහසුතාව 40% ටත් වඩා අඩු වන අතර, අඩුවෙන්ම පිළිතුරු සපයනු ලැබූ අංක 3 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 9% වැනි ඉතා අඩු අගයකට සීමා වී තිබේ. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 96% ක උපරිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයනු ලැබූ අංක 2 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 27% කට සීමා වී තිබීම ද කැපී පෙනෙන ලක්ෂණයක් වන අතර, පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්න අතුරෙන් අංක 2 ප්‍රශ්නය දෙවන ස්ථානය ගනියි. සමස්ත වශයෙන්, ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතාව 09 - 51 ප්‍රාන්තරයට සීමා වී ඇති බව ද අවධානයට ලක්විය යුතු වේ.

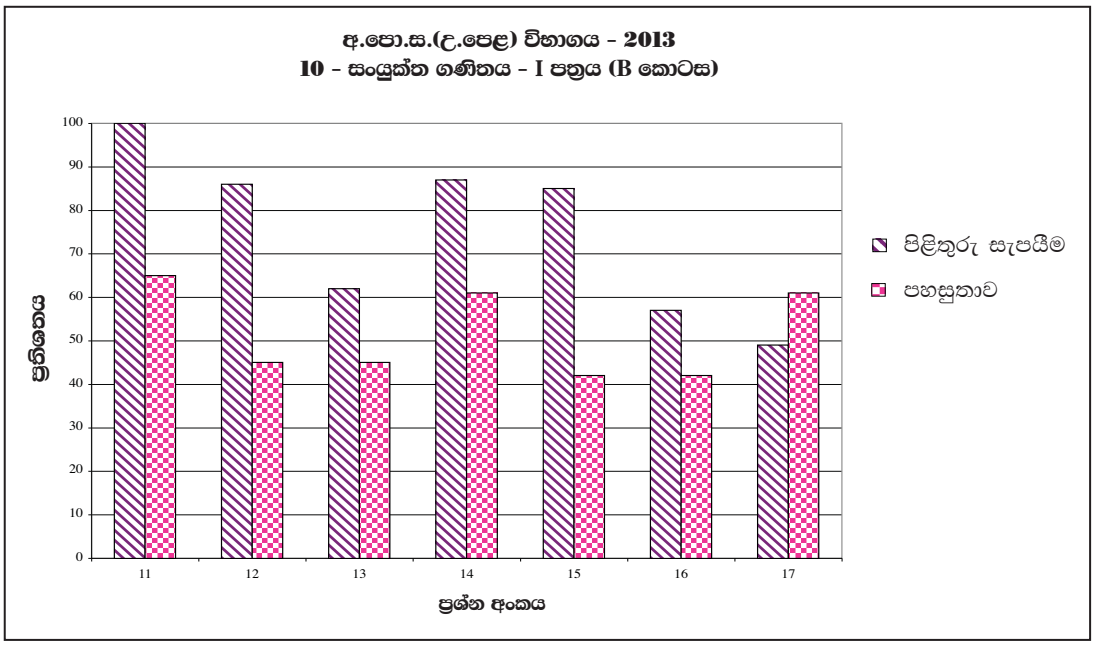
මෙම ප්‍රශ්න දහය කෙරෙහි අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකිවේ.

ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය	15	55	77	40	19	33	43	38	44	49
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	30	12	3	17	43	11	21	18	18	18
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		51	27	9	33	51	36	32	31	31	29

වගුව 5 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන් ලකුණු නොලැබූ හා ලකුණු 25 ම ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමි කරගත් අයදුම්කරුවන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 43% ක් ඇත්තේ අංක 5 ප්‍රශ්නයට බවත්, අනෙකුත් ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු 25 ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 30% ඉක්මවා නොමැති බවත් ඉහත තොරතුරුවලින් ප්‍රකාශ වේ. අංක 3 ප්‍රශ්නයට ලකුණු 25 ම ලබා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 3% ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 77% ක්ම ලකුණු නොලබා ඇති බව ද පෙනී යයි. ඊට අමතරව අංක 2, 4, 7, 9, 10 යන ප්‍රශ්න පහට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් ද 40% කට නොඅඩු ප්‍රතිශතයක් එක් ලකුණක්වත් නොලබා තිබීම ද කැපී පෙනෙන ලක්ෂණයක් වේ. සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I පත්‍රයට පාදක වන ශුද්ධ ගණිතය සංරචකයට අයත් මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සකස් කරනු ලැබීමට නියමිත මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා එම විෂයයට පෙනී සිටින අපේක්ෂකයින්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකි වේ යැයි අපේක්ෂා කෙරුණ ද, ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වනුයේ එසේ සිදු වී නොමැති බවයි.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, තම අභිමතය පරිදි තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, I පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයේ දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 10 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම්, 100% ලෙස උපරිම වශයෙන්ම තෝරා ගැනීමට ලක්ව ඇත්තේ අංක 11 ප්‍රශ්නයයි. මෙම ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව ද උපරිම වන අතර එය 65%ක් වෙයි. එයින් ගම්‍ය වන්නේ මෙම පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලටත් වඩා වැඩියෙන් 11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට සිසුන් පූර්ව සූදානමින් යුක්ත වන බවයි. මෙම ප්‍රශ්නයට පාදක වන්නේ "වීජ ගණිතය" තේමාව යටතේ එන වීජීය බහුපද, ශේෂ ප්‍රමේයය හා සාධක ප්‍රමේයය, වර්ගජ ශ්‍රිත හා වර්ගජ සමීකරණ යන විෂය කරුණු ය.

I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නයයි. ඒ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 49%ක් විසිනි. එහි පහසුතාව 61%ක් වන අතර එය පහසුතාව අතින් දෙවැනි වන්නේ 11 වන ප්‍රශ්නයට පමණි. දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අවම පහසුතාව ඇත්තේ අංක 15 සහ 16 ප්‍රශ්නවලට වන අතර ඒ 42% බැගිනි. I පත්‍රයේ A කොටසෙහි අංක 1 සහ 5 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්න අටෙහිම පහසුතා B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල අවම පහසුතාවට ද වඩා අඩුවෙයි. එයින් ගම්‍ය වන්නේ I පත්‍රයේ A කොටසට පිළිතුරු සැපයීමට වඩා B කොටසට පිළිතුරු සැපයීමෙන් අයදුම්කරුවන් ලකුණු උපයා ගැනීමට උත්සාහ කර ඇති බවයි. එම උත්සාහය සාර්ථක වී ඇති බව ද පෙනේ. තවද I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල මධ්‍යක පහසුතාව (Average facility) 33%ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල මධ්‍යක පහසුතාව 52%ක් වෙයි. එමගින් ඉහත අදහස තහවුරු වෙයි. ඒ අනුව I පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව (Overall facility) 47%ක් වෙයි.

I පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව 47%කට සීමා වීමෙන් ප්‍රකාශ වනුයේ සංයුක්ත ගණිතයෙහි වඩාත් සිද්ධාන්තමය කරුණු අඩංගු ශුද්ධ ගණිතය සංරචකය ඇසුරෙන් සකස් කෙරෙන ප්‍රශ්නවලට ඉහළ ලකුණු ලැබෙන පරිදි පිළිතුරු සැපයීමට අපේක්ෂකයින්ගේ ඇති නොහැකියාවයි. මෙම දුර්වලතාව මගහරවා ගැනීම සඳහා විශේෂයෙන්ම මෙම පත්‍රයේ A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්නවල ආකාරයේ සරල හා සෘජු ප්‍රශ්න නිතර පුනරීක්ෂණය කිරීම සඳහා සිසුන් පෙළඹවිය යුතු වෙයි. සවිරාමව හෝ විෂය ඒකක පදනමින් හෝ මෙවැනි කෙටි ප්‍රශ්න ඇතුළත් පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවා කෙටි කාලයක් තුළ එවැනි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමේ හැකියාව ඔවුන් තුළ වර්ධනය කළ යුතු වෙයි. එමගින් සිසුනට අත්පත් කර ගත හැකි හැකියාව, අනෙකුත් ප්‍රශ්නපත්‍රවල අඩංගු වන ප්‍රශ්නවලට ද සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීමට ඔවුනට මහෝපකාරී වෙයි. එමගින් වඩාත් සතුටුදායක ප්‍රතිඵල ලබා ගැනීම සඳහා සිසුන් යොමු කරනු ලැබිය හැකි වෙයි.

2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රය - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ විට, ව. පැ. $= \sum_{r=1}^{1}(2r+1) = 3$ හා

ද. පැ. $= 1(1+2) = 3$

$\therefore$ $n = 1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. **(5)**

ඕනෑම k ධන නිඛිලයක් ගෙන, $n = k$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $\sum_{r=1}^{k}(2r+1) = k(k+2)$ **(5)**

දැන් $\sum_{r=1}^{k+1}(2r+1) = \sum_{r=1}^{k}(2r+1) + [2(k+1)+1] = k(k+2) + 2k + 3$ **(5)**

$= k^2 + 4k + 3 = (k+1)(k+3)$ **(5)**

$\therefore$ දී ඇති ප්‍රතිඵලය $n = k$ ට සත්‍ය නම්, එය $n = k+1$ ට ද සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහාම ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. **(5)** **25**

---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 95%ක්ම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇතත් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 51%කට සීමා වී තිබේ. එනම් එම අපේක්ෂකයින්ට සාමූහිකව හිමි කර ගත හැකිව ඇත්තේ ලැබිය හැකිව තිබූ උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයෙන් අඩකට ආසන්න ප්‍රමාණයක් පමණි. සමහර අයදුම්කරුවන් සපයා තිබූ පිළිතුරුවල කැපී පෙනෙන දුර්වලතාවක් වූයේ $n = k$ (මෙහි k ධන නිඛිලයකි.) සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කිරීමේදී $\sum_{r=1}^{k}(2r+1) = k(k+2)$ වෙනුවට $\sum_{r=1}^{k}(2k+1) = k(k+2)$ ලෙස සඳොස්ව ලියා තිබීමයි. තවද සාධනය සම්පූර්ණ කිරීම සඳහා පිළිතුර අවසානයේදී "ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව දී ඇති ප්‍රකාශය සත්‍ය බව" ලිවිය යුතුව තිබුණ ද බොහෝ පිළිතුරුවල ඒ බව සඳහන් නොවීම නිසා මුළු ලකුණු අහිමි වී තිබෙනු දක්නට ලැබිණි. "ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය" යොදා ගනිමින් දී ඇති ප්‍රතිඵලයක් ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා සත්‍ය බව සාධනය කිරීමේ හැකියාව අයදුම්කරුවන් සතුව තිබුණ ද, එම ක්‍රියාවලියට අයත් පියවර සියල්ල නිවැරදිව, තර්කානුකූලව හා අනුපිළිවෙළින් ඉදිරිපත් කිරීමට සිසුන් හුරුවී නොතිබීම මෙම තත්ත්වයට හේතුවිය හැකිය. "ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය" යනු කුමක් දැයි සිසුනට නිවැරදිව අවබෝධ කරවීමේ වැදගත්කම විෂයය ඉගැන්වීමේදී අවධානයට යොමු විය යුතු වේ.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. $\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගය සොයන්න.

$\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{3x-1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-(3x-1)}{3x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{3x-1} \geq 0$ (5)

(5) (5) (5)

	$x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 2$	$2 < x$
$2-x$	(+)	(+)	(−)
$3x-1$	(−)	(+)	(+)
$\frac{2-x}{3x-1}$	(−)	(+)	(−)

විසඳුම් කුලකය = $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{3} < x \leq 2\}$ (5)

25

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 96%ක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇතත් මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 27%කට සීමා වී තිබේ. වීජීය අසමානතා විසඳීම පිළිබඳ මූලික මූලධර්ම ඇසුරෙන් මෙම ප්‍රශ්නයට ඉතා පහසුවෙන් හා ඉක්මනින් පිළිතුරු සපයා, ඊට හිමි ලකුණු 25ම ලබා ගත හැකිව තිබුණ ද, වීජීය අසමානතා විසඳීමේදී නිවැරදිව හා තාර්කිකව පියවරෙන් පියවර ඉදිරියට යාමේ අවශ්‍යතාව නොසැපිරීම, ලකුණු අඩුවීමට හේතු වී තිබූ බව දක්නට ලැබුණි. නිසැකයෙන්ම ධන ව නොපවතින රාශියකින් අසමානතාවක දෙපසම ගුණ කිරීම (හරස් ගුණ කිරීම) බොහෝ අයදුම්කරුවන් විසින් කරන ලද බරපතල වරදකි. දී ඇති අසමානතාව විසඳීමේදී $3x-1=0$ වන විට එහි වම් පස අර්ථ විරහිත වන නිසා $3x-1>0$ වන අවස්ථාවත් $3x-1<0$ වන අවස්ථාවත් (එනම් $x > \frac{1}{3}$ සහ $x < \frac{1}{3}$) වෙන වෙනම සැලකීම අත්‍යවශ්‍ය වෙයි. $x = \frac{1}{3}$ වන විට අසමානතාව නොපවතින බව සමහර අයදුම්කරුවන්ගේ අවධානයට යොමුව නැති නිසා විසඳුම් කුලකය ලිවීමේදී පවා $x = \frac{1}{3}$ ද විය හැකි ලෙස ගෙන තිබිණි. $x \neq \frac{1}{3}$ විය යුතු බව අවබෝධ කරගෙන නොතිබීම ඊට හේතුව වෙයි. ලකුණු දීමේ පටිපාටියේ දැක්වෙන ඉහත ක්‍රමයට අමතරව වෙනත් ක්‍රම භාවිත කිරීමෙන් වුව ද අසමානතාවෙහි විසඳුම් ලබා ගැනීමේ හැකියාව තිබිණි. ව්‍යුත්පන්න කර ගනු ලබන ප්‍රකාශයෙහි විචලනය පිරික්සීමෙන් අනතුරුව නිවැරදි විසඳුම් කුලකය පිළිතුරු ලෙස ඉදිරිපත් කිරීමට සිසුන් පුරුදු වීම ද අවශ්‍ය වේ.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියෙහි n වෙනි පදය සොයා, ශ්‍රේණිය, අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ශ්‍රේණියේ n වෙනි පදය a_n සහ $S_n = 6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $a_n = S_n - S_{n-1}$ (5)

$= \left\{6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}\right\} - \left\{6 - \frac{2^n}{3^{n-2}}\right\}$

$= \frac{2^n}{3^{n-2}} \left\{-\frac{2}{3} + 1\right\}$ (5)

$= \frac{2^n}{3^{n-2}} = 2 \times \left[\frac{2}{3}\right]^{n-1}$ (5)

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ යනු පළමුවන පදය 2 සහ පොදු අනුපාතය $\frac{2}{3}$ වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි. (5)

$\left|\frac{2}{3}\right| < 1$ බැවින් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (5) **25**

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයින්ගෙන් අවම ප්‍රතිශතයක් එනම් 73%ක් පමණක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව ද 9% තරම් අවම මට්ටමකට පත්ව තිබීම දැඩි අවධානයට යොමු වීම අත්‍යවශ්‍ය වේ. මෙම ප්‍රශ්නය තුළ අඩංගු ගැටලුව ලෙස සැලකිය හැක්කේ මුල් පද n හි ඓක්‍යය ඇසුරෙන් ප්‍රකාශිත ශ්‍රේණියක ලාක්ෂණික හඳුනාගැනීමයි. ශ්‍රේණියක මුල් පද n හි ඓක්‍යය දී ඇති විට n වන පදය සොයා ගැනීමේ සරල උපක්‍රමය, එනම්, $S_n - S_{n-1} = T_n$ යන්න භාවිත කළ හැකි බව දැන සිටීම ඒ සඳහා අවශ්‍ය වේ. අනතුරුව, ශ්‍රේණියේ n වන පදය T_n යන්න ar^{n-1} ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ විට අපරිමිත ශ්‍රේණිය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වන බව ද එහි පොදු අනුපාතය $r, |r| < 1$ අසමානතාව සපුරාලන විට ගුණෝත්තර ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව ද අපේක්ෂකයින් දැන සිටිය යුතු අතර එහි නොවක් භාවිතයක් ලෙස මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම සැලකිය හැකි වේ.

සමහර අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණියේ පදවල එකතුවට පිළිවෙළින් $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ ආදේශයෙන් S_1, S_2, S_3, S_4 සොයා එමගින් ශ්‍රේණියේ මුල් පද තුන ලබාගෙන, එම ශ්‍රේණිය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බවට කරුණු ඉදිරිපත් කර තිබූ නමුදු එය ප්‍රමාණවත් සාධනයක් ලෙස නොසැලකිය හැකි වේ. සමහර අපේක්ෂකයන් $n \xrightarrow{lim} \infty \; S_n = 6$ (පරිමිත) බව පෙන්වීම මගින් ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වීම පිළිගත හැකි වේ.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\left[x + \frac{a}{x^3}\right]^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ වේ. a හි අගය සොයන්න.

ද්විපද ප්‍රමේයයට අනුව,

$\left[x + \frac{a}{x^3}\right]^{20} = \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r x^{20-r} \left[\frac{a}{x^3}\right]^r$ මෙහි $r = 0,\ 1,\ 2, ...,\ 20$ සඳහා ${}^{20}C_r = \frac{20!}{r!\ (20-r)!}$ වේ. (5)

$= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r\, a^r x^{20-4r}$

x වලින් ස්වායත්ත පදය සඳහා $20 - 4r = 0$

$\therefore r = 5$ (5)

x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ නිසා, ${}^{20}C_5\, a^5 = \frac{969}{2}$ (5)

$\Leftrightarrow \frac{20!}{15!5!}\, a^5 = \frac{969}{2} \Leftrightarrow a^5 = \frac{1}{32} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

(5) (5)

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 85%ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ නමුදු එහි පහසුතාව 33%කට සීමා වී තිබිණි. බොහෝ අපේක්ෂකයන් ප්‍රසාරණයෙහි සාධාරණ පදය නිවැරදිව ලියා තිබූ නමුත් එහි සාධාරණ පදය ${}^{20}C_r\, a^r x^{20-4r}$ බව නිවැරදිව ලබා නොගැනීමත්, x වලින් ස්වායත්ත පදය සඳහා $r = 5$ බව නිවැරදිව ලබාගත් සමහර අපේක්ෂකයක් පවා ${}^{20}C_5$ යන්න නිවැරදිව සුළු නොකිරීමත් නිසා ලකුණු අහිමි කර ගෙන තිබිණි. ඉතා අඩු පියවර ගණනකින් නිවැරදි පිළිතුර කරා ඉක්මනින් ළඟා විය හැකි මෙවැනි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයක් උපයා ගැනීම කෙරෙහි අපේක්ෂකයන් යොමු විය යුතු වේ.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \times \left[\frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}} \right] \quad (5)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2 \sin^2 \left[\frac{x}{2} \right]}{2x^2} \left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2} \right) \quad (5)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 \left[\frac{x}{2} \right]}{4 \left[\frac{x}{2} \right]^2} \left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2} \right) \quad (5)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{4} \left[\frac{\sin \left[\frac{x}{2} \right]}{\left[\frac{x}{2} \right]} \right]^2 \left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times 1^2 \times (2) = \frac{1}{2}$$

(5) (5)

25

---

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂකයන්ගෙන් 94%ක්ම පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 51%ක් විය. මෙය පහසුතාව වැඩිතම ප්‍රශ්න දෙක අතුරෙන් එකකි. වීජීය හා ත්‍රිකෝණමිතික සංයුක්ත ශ්‍රිතයක සීමාව සෙවීම පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් පිළිතුරු සැපයිය යුතු මෙම ප්‍රශ්නයේදී සීමාව පිළිබඳ නීති නිවැරදිව භාවිත කර නොතිබීම සාර්ථක පිළිතුරු නොලැබීමට හේතුවක් විය. සීමාව පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේයවල භාවිත ඇතුළත් අභ්‍යාසවලදී එම එක් එක් ප්‍රමේයය යොදා ගැනෙන අවස්ථා පැහැදිලිව නිරූපණය වන සේ ශ්‍රිතය සකස් කර ගැනීමේ පියවර පටිපාටිය නිවැරදිව ලියා දැක්විය යුතු වුව ද බොහෝ සිසුන්ගේ පිළිතුරුවල ඒ බව දක්නට නොලැබීම අඩුපාඩුවක් මෙන්ම මුළු ලකුණු නොලැබීමට හේතුවක් ද විය. පිළිතුරෙහි අන්තර්ගත පියවර අනුක්‍රමය මගින්, නිගමනවලට එළඹීම සඳහා භාවිත ප්‍රමේය අනුපිළිවෙළින් නිරූපණය කෙරෙන මෙවැනි අභ්‍යාසවලදී විධිමත් ලෙස පිළිතුර ඉදිරිපත් කිරීමෙන් උපරිම ලකුණු ලබා ගැනීම කෙරෙහි අයදුම්කරුවන්ගේ අවධානය යොමු විය යුතු වේ.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. $\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right\} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx$ සොයන්න.

$$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right\} = \frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})}\left(1+\frac{1}{2}.\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\right) + \ln(x+\sqrt{x^2+1}) \quad (5)$$

$$= \frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})}.\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}} + \ln(x+\sqrt{x^2+1}) \quad (5)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

$\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+1} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ බැවින්,

$$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1}\right\} = \ln(x+\sqrt{x^2+1}) \quad (5)$$

$\therefore \int \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx = x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} + C$, මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

(5)

25

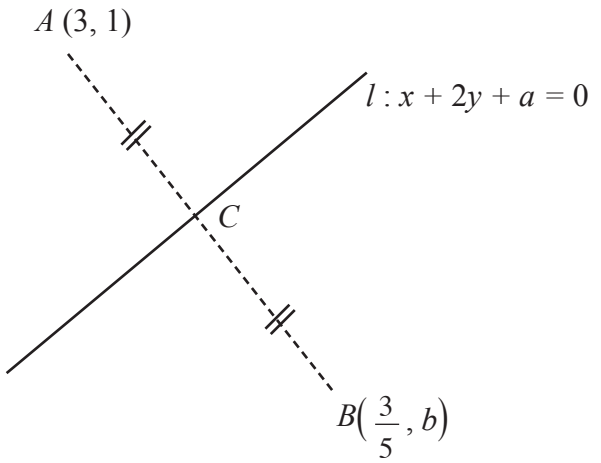
---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%ක් පිළිතුරු සපයා ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 36%කි. අවකලනයෙහි එන දාම නීතිය පිළිබඳව අවබෝධය ප්‍රමාණවත් නොමැතිවීම නිසා පූර්ණ වශයෙන් සාර්ථක පිළිතුරු ඉදිරිපත් කර තිබුණේ අල්ප වශයෙනි. අනුකලනයේ ඇති සම්මත ආකාර පිළිබඳ දැනුම අල්ප වීම ද ලකුණු අඩුවීමට බලපා ඇති තවත් කරුණකි. අනුකලනය කළ යුතු ප්‍රකාශනය සුදුසු පරිදි සකස් කර ගැනීමට නොහැකි වීම ද සාර්ථක පිළිතුරු නොලැබීමට හේතු වී තිබිණි. තවද අනිශ්චිත අනුකලනයකදී අභිමත නියතය සඳහන් කර නොතිබීම නිසා ද බොහෝ අපේක්ෂකයන්ට උපරිම ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි විය. අවකලනයක විලෝමය ලෙස ඉදිරිපත් කෙරෙන සරල අනුකල ආශ්‍රිත අභ්‍යාසවල නිරතවීමෙන් සිසුන් ලබන අත්දැකීම් මෙවැනි ප්‍රශ්නවලට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීම සඳහා ඉතා ප්‍රයෝජනවත් වේ.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. $(3, 1)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි $x + 2y + a = 0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍යය වේ. මෙහි a හා b නියත වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න.



AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C නම්,

$$C = \left[\frac{3 + \frac{3}{5}}{2}, \frac{1 + b}{2}\right] \quad (5)$$

C ලක්ෂ්‍යය l රේඛාව මත පිහිටන බැවින් $\frac{9}{5} + (1 + b) + a = 0$ (5)

$\therefore a + b = -\frac{14}{5}$ .....(1)

$AB \perp l$ බැවින්, $\left[\frac{b - 1}{\frac{3}{5} - 3}\right] \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ (5)

$\therefore b - 1 = -\frac{24}{5}$

$b = -\frac{19}{5}$ (5)

$(1) \Rightarrow a = 1$ (5)

25

---

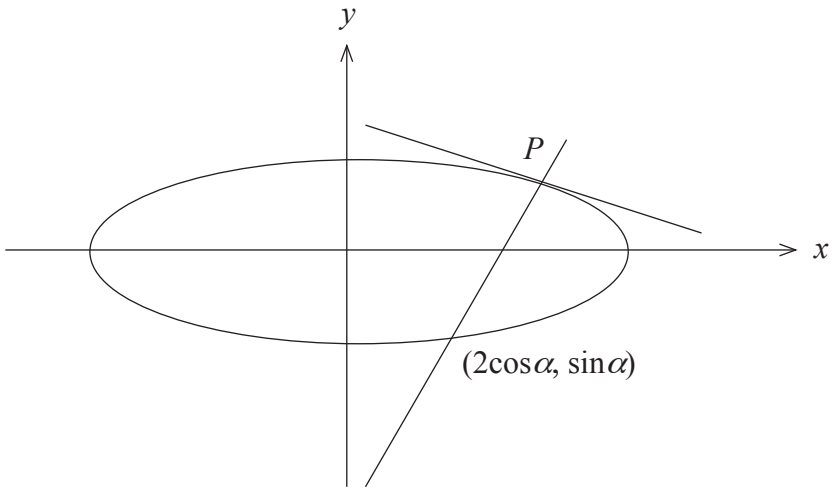
7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 89%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 32%කි. වීජීය ජ්‍යාමිතියෙහි එන සරල සිද්ධාන්ත ඇසුරෙන් පිළිතුරු සැපයිය හැකිව තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහිදී C හි ඛණ්ඩාංක b ඇසුරෙන් නිවැරදිව ලබාගෙන තිබුණ ද එම ඛණ්ඩාංක $x + 2y + a = 0$ හි ආදේශ කළ පසු a හා b අතර අනෙක් සම්බන්ධතාව ගොඩ නඟා ගැනීමට නොහැකිවීම හෝ නිවැරදිව සුළු කර නොතිබීම හෝ හේතුවෙන් a සහ b හි නිවැරදි අගය ලබා ගැනීමට බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට නොහැකි වී තිබිණි. සරල රේඛාවක පරාමිතික නිරූපණය භාවිතයෙන් ද මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු ලබා ගත හැකිවේ. සරල රේඛාව පිළිබඳ මූලික සිද්ධාන්ත හුරු කරවීම සඳහා සරල අභ්‍යාසවල නිරතකරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය. මෙයට පිළිතුරු සැපයීමේදී අයදුම්කරුවන් මතකයේ තිබූ ප්‍රතිබිම්බය පිළිබඳ සූත්‍රය යොදා ගෙන විසඳා තිබූ අතර එයට වඩා මෙම ප්‍රශ්නයෙහි දී ඇති කරුණු අනුව රේඛාවක දෙපස ලක්ෂ්‍ය දෙක පිහිටන විට සපුරාලන අවශ්‍යතාව යොදා කදිම විසඳුම් ඉදිරිපත් කිරීමට උත්සාහ කිරීම මැනවි.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. $x = 2\cos\theta,\ y = 2\sin\theta,$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

$x = 2\cos\theta,\ y = \sin\theta$



$\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය P නම්,

$P \equiv \left(\sqrt{2}\ ,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\frac{dx}{d\theta} = 2\sin\theta,\ \frac{dy}{d\theta} = \cos\theta \implies \frac{dy}{dx} = \frac{-\cos\theta}{2\sin\theta}$ (5) (5)

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $= -\frac{1}{2}\cot\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$ (5)

$\therefore$ P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය $= 2$

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය : $y - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(x - \sqrt{2})$ (5)

$(2\cos\alpha\ ,\ \sin\alpha)$ ලක්ෂ්‍යය මෙම රේඛාව මත පිහිටන බැවින්,

$\sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(2\cos\alpha - \sqrt{2})$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ (5)

25

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයින්ගෙන් 77%ක් පමණක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 31%කි. මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේදී, දෙනු ලබන වක්‍රයට එය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකදී ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය ලබා ගැනීමත්, දී ඇති වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක් හරහා එම අභිලම්බය ගමන් කිරීම හේතුවෙන් එම ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක මගින් අභිලම්බයේ සමීකරණය තෘප්ත කිරීමත් භාවිතයෙන් දී ඇති සම්බන්ධතාව ගොඩ නැගිය යුතුව තිබිණි. මෙය ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය තුළ නිතර හමුවන භාවිත අවස්ථාවක් වුව ද, පරාමිතික අවකලනය නිවැරදිව කර නොතිබීමත් පරාමිතියක් ඇසුරින් බණ්ඩාංක දෙනු ලැබූ ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන, දන්නා අනුක්‍රමණයක් සහිත සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගැනීමේ දැනුම අඩුවීමත් පිළිතුරු සඳහා වන ලකුණු අඩුවීමට හේතු වී තිබිණි.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. අරය ඒකක 1ක් වූ ද, කේන්ද්‍රය $x + y = 0$ සරල රේඛාව මත වූද, C වෘත්තයක්, $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

අවශ්‍ය කරන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $x + y = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බැවින් එය t පරාමිතියක් ඇසුරින් $(t, -t)$ ලෙස ලිවිය හැකිය. මෙහි $t \in \mathbb{R}$. (5)

කේන්ද්‍රය $(t, -t)$ සහ අරය ඒකක 1 වන වෘත්තයේ සමීකරණය,

$(x - t)^2 + (y + t)^2 = 1$ (5)

$x^2 + y^2 - 2tx + 2ty + 2t^2 - 1 = 0$ (5)

මෙය $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන බැවින්,

$2(t)(2) = (2t^2 - 1) + 3$ (5)

එනම්, $2t^2 - 4t + 2 = 0$; $(t - 1)^2 = 0$

$\therefore \quad t = 1$ බැවින්, කේන්ද්‍රය $= (1, -1)$ (5)

25

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයින්ගෙන් 85%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 31%ක් විය. ලකුණු දීමේ පටිපාටියේ අපේක්ෂිත ආකාරයට සපයන ලද පිළිතුරු ඉතාමත් දුර්ලභ විය. බොහෝ අපේක්ෂකයන් කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක සහ අරය ඇසුරින් වෘත්තයේ සමීකරණය ලබාගෙන තිබිණි. එහෙත් වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ වීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතාව නිවැරදිව භාවිත කර නොතිබීම සාර්ථක පිළිතුරු අඩුවීමට හේතු වී තිබිණි.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ හා $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta = -\frac{1}{3}$ සහ $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ යැයි ගනිමු.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ බැවින්, $\cos^2\theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ සහ $\cos\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (5)

$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta < 0$ බැවින්, $\cos\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (5)

දැන් $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta = 2\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ (5)

තවද, $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ (5)

$\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)\left(\frac{9}{7}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ (5)

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයින්ගෙන් 84%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 29%කට සීමා වී තිබිණි. අපේක්ෂකයන් බොහෝ දෙනෙකු θ කෝණය තුන්වන වෘත්ත පාදයේ කෝණයක් බව හඳුනා නොගෙන එය සුළු කෝණයක් ලෙස සලකා සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ඇඳීමෙන් θහි කෝසයින් අගය ලබා ගෙන තිබිණි. එක් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයක් දී ඇති විට තවත් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයක් සෙවීමේදී $\cos^2\theta + \sin^2\theta \equiv 1$ සර්වසාම්‍යය භාවිත කිරීමට මෙන්ම θ කෝණය කුමන ප්‍රාන්තරයක පවතීද යන්න සලකා බලා ඒ අනුව එක් එක් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයෙහි අගය ලබා ගැනීමේදී එම අගය ධන (+) ද (−) ද යන්න තීරණය කිරීමට ද සිසුන් හුරු කරවීමෙන් මෙම අඩුපාඩුව මඟ හරවා ගත හැකිය. වෘත්ත පාද නිවැරදිව හඳුනාගෙන නොතිබීම සාර්ථක පිළිතුරු නොලැබීමට හේතුවක් වී තිබිණි.

තවද බොහෝ අපේක්ෂකයන් ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය යෙදීම වෙනුවට සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක්, දෙන ලද කෝණයක් සඳහා නිර්මාණය කර එමගින් ඉතිරි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත සෙවීම සාමාන්‍ය පුරුද්දක් බවට පත්වී තිබේ. දෙන ලද කෝණය සුළුකෝණයක් වන විට සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇසුරෙන් අනෙක් අනුපාත ලබා ගැනීම සුදුසු වන අතර අනෙකුත් කෝණ සඳහා එය පවතින වෘත්ත පාදකය අනුව සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ සැලකිය හැකිය.

11 වන ප්‍රශ්නය

11.(*a*) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 6$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.
$(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය -6 නම්, a හා b වල අගයන් සොයන්න.
$f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකත් සොයන්න.

(*b*) α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද, γ හා δ යනු $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු. මෙහි $b, c, m, n \in \mathbb{R}$ වේ.

(i) b හා c ඇසුරෙන් $(\alpha - \beta)^2$ සොයා **ඒ නයින්**, m හා n ඇසුරෙන් $(\gamma - \delta)^2$ ලියා දක්වන්න.
$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ නම් $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm)$ බව පෙන්වන්න.
$x^2 + bx + c = 0$ හා $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත්තේ $(c - n)^2 = (m - b)(bn - cm)$ ම නම් පමණක් බව අපෝහනය කරන්න.
$x^2 + 10x + k = 0$ හා $x^2 + kx + 10 = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. k හි අගයන් සොයන්න.

(10)

(*a*) $x - 1$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බැවින්, $f(1) = a + b - 11 + 6 = 0, \ \therefore \ a + b = 5$ —— (1)

$f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -6 බැවින්, $f(4) = 64a + 16b - 44 + 6 = -6$ **(10)**

$\Longrightarrow 4a + b = 2$ —— (2)

(1) හා (2) න්, $a = -1, b = 6$ **(5)** **25**

---

(10)

දැන්, $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6 = (x-1)(-x^2 + 5x - 6) = -(x-1)(x^2 - 5x + 6)$
$= -(x-1)(x-2)(x-3)$ **(5)**

මේ අනුව අනෙක ඒකජ සාධක දෙක වන්නේ $(x-2)$ හා $(x-3)$ වේ. **(5)** **20**

***(b)*(i)** α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල බැවින් $\alpha + \beta = -b$ **(5)** හා $\alpha\beta = c$ **(5)** වේ.

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = b^2 - 4c$
(5) **(5)** **20**

සැසඳීමෙන්, $(\gamma - \delta)^2 = m^2 - 4n$ **(5)** **05**

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ බැවින්, $\alpha - \beta = -(\gamma - \delta) \Longrightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2 \Longrightarrow b^2 - 4c = m^2 - 4n$
(5) **(5)** **(5)** **15**

***(b)*(ii)** $(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)\,(\beta-\gamma)\,(\beta-\delta) = [\alpha^2 - \alpha(\gamma+\delta) + \gamma\delta][\beta^2 - \beta(\gamma+\delta) + \gamma\delta]$ (5)

$= [\alpha^2 + m\alpha + n][\beta^2 + m\beta + n]$ (5)

$= \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta(\alpha+\beta)m + n(\alpha^2+\beta^2) + \alpha\beta m^2 + mn(\alpha+\beta) + n^2$ (5)

$= c^2 - bcm + n(b^2 - 2c) + cm^2 - mnb + n^2$ (5)

$= (c^2 - 2cn + n^2) + (b^2n - bcm - mnb + cm^2)$

$= (c-n)^2 + (b-m)(bn-cm)$ (5) **25**

$x^2 + bx + c = 0$ හා $x^2 + mx + n = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ,

$(\alpha = \gamma$ හෝ $\delta)$ හෝ $(\beta = \gamma$ හෝ $\delta)$ ම නම් පමණි. (5)

$\Leftrightarrow \quad (\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \quad (c-n)^2 + (b-m)(bn-cm) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \quad (c-n)^2 = (m-b)(bn-cm)$ (5) **20**

$x^2 + 10x + k = 0$ හා $x^2 + kx + 10 = 0$ යන සමීකරණවලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ නම් ම පමණක් $(c-n)^2 = (m-b)(bn-cm)$ (5)

මෙහි $b = 10,\ c = k,\ m = k$ සහ $n = 10$ වේ. (5)

$(k-10)^2 = (k-10)(100-k^2)$

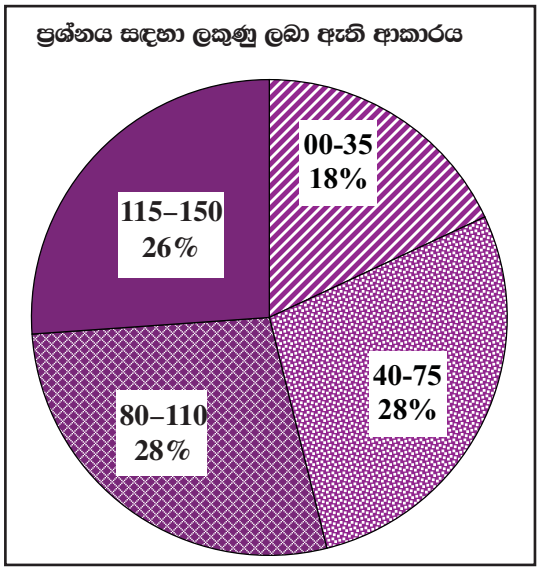
$\Leftrightarrow \quad (k-10)[k^2 + k - 110] = 0$

$\Leftrightarrow \quad (k-10)(k-10)(k+11) = 0$ (5)

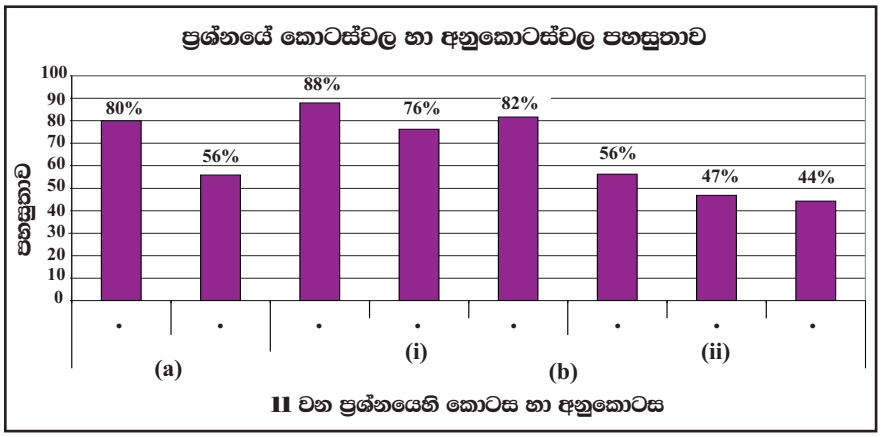
එමගින් $k = 10$ හෝ $k = -11$ (5) **20**

---

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



අනිවාර්ය ප්‍රශ්නයක් නොවුන ද විභාගයට පෙනී සිටි සියලුම අයදුම්කරුවන් විසින්ම පාහේ තෝරා ගනු ලැබ ඇති ප්‍රශ්නයකි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් අටක් ඇති අතර සියලුම අනුකොටස්වල පහසුතා 40% ඉක්මවා ඇත. ඒවා අතුරෙන් ද කොටස් හතරකම පහසුතා 75% ඉක්මවා ඇත. (b) (i) යටතේ ඇති මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එහි පහසුතාව 88%කි. (b) (ii) හි තුන්වන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එහි පහසුතාව 44%කි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 65%කි.

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳව සලකා බැලීමේ දී කැපී පෙනෙන සුවිශේෂ ලක්ෂණයක් වන්නේ මෙම 11 වන ප්‍රශ්නයට අයදුම්කරුවන් සියලු දෙනාම පාහේ පිළිතුරු සපයා තිබීමයි. එමෙන්ම I පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇති ප්‍රශ්නය ද මෙයයි. මෙම ප්‍රශ්නයට පාඨක වූ තේමා යටතේ ම පසුගිය වසරේදී (2011දී) විමසා තිබූ ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 40%කටත් වඩා අඩු වුව ද මෙවර ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 65% තෙක් වර්ධනය වී ඇත. වැඩි පූර්ව සූදානමකින් යුතුව අයදුම්කරුවන් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති බව නිගමනය කළ හැකියි.

(a) බොහෝ අයදුම්කරුවන් සාර්ථකව පිළිතුරු දී තිබිණි. දී ඇති වීජීය ප්‍රකාශනයෙහි ඉතිරි ඒකජ සාධක නිවැරදිව සොයා ගෙන තිබූ නමුත් ඒවා $f(x)$ හි ඉතිරි ඒකජ සාධක බව සඳහන් කර නොතිබීම නිසා එම කොටසට අදාළ සම්පූර්ණ ලකුණු හිමි නොවූ අවස්ථා දක්නට ලැබිණි.

(b) (i) අයදුම්කරුවන් බහුතරයක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. $(\gamma - \delta)^2$ හි අගය, ඊට පෙර ප්‍රතිඵලය ඇසුරෙන් ලබා ගත යුතු වුව ද මූලික තොරතුරු භාවිත කර දීර්ඝ ක්‍රමවලට ලබා ගැනීම නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට එම ලකුණු නොලැබිණි. සමහර අයදුම්කරුවන් $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ බව අපෝහනය කර නොතිබිණි.

(ii) බොහෝ අයදුම්කරුවන් $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta)$ ගුණිතය නිවැරදිව සුළු කර නොතිබීම නිසා අවශ්‍ය ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. අපෝහනයේදී මුල් ප්‍රතිඵලය භාවිත කළ යුතු නමුත් එය භාවිත කර නොතිබීම නිසා එම කොටසට අදාළ සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමේ අවස්ථාව බොහෝ අයදුම්කරුවන් අහිමි කර ගෙන තිබිණි. මෙම කොටසෙහි, **ම නම් පමණක්** යැයි දී ඇති නිසා පිළිතුරු සැපයීමේදී **ම නම් පමණක්** හෝ $\Leftrightarrow$ භාවිත නොකිරීම නිසාද ඊට අදාළ සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. ඉහත ප්‍රතිඵලය යොදා ගැනීමෙන් පිළිතුර සාධනය කිරීමේදී $k = 10$ විය හැකි බව නොසලකා $k - 10$ මගින් සමීකරණයෙහි දෙපැත්තම බෙදීමෙන් එක් පිළිතුරක් මඟ හැරී තිබිණි. මෙවැනි අඩුපාඩු මඟහරවා පිළිතුරු සැපයීම කෙරෙහි අවධානය යොමු කරනු ලැබුවේ නම්, වඩාත්ම ජනප්‍රිය වී තිබූ ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව තවදුරටත් ඉහළ යාමට ඉඩ තිබිණි.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) සිසුන් 15 ක ශිෂ්‍ය සභාවක් විද්‍යා සිසුන් 3 දෙනකුගෙන්, කලා සිසුන් 5 දෙනකුගෙන් හා වාණිජ සිසුන් 7 දෙනකුගෙන් සමන්විත ය. ව්‍යාපෘතියක වැඩ කිරීම සඳහා මෙම ශිෂ්‍ය සභාවෙන් සිසුන් 6 දෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

(i) සිසුන් 15 දෙනාම තෝරා ගැනීම සඳහා සුදුසු නම්,

(ii) කිසියම් සිසුන් දෙදෙනකුට එකට වැඩ කිරීම සඳහා අවසර නොමැති නම්,

(iii) එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තේරීමට අවශ්‍ය නම්,

මෙය සිදු කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

ඉහත (iii) යටතේ තෝරා ගත් කණ්ඩායමක්, එම කණ්ඩායමෙහි විද්‍යා විෂය ධාරාවෙන් වූ සිසුන් දෙදෙනාට එක ළඟ වාඩිවීමට අවසර නොමැති නම්, වෘත්තාකාර මේසයක් වටේට වාඩි කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{A}{(3r-1)^2} + \dfrac{B}{(3r+2)^2}$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$\left| S_n - \dfrac{1}{4} \right| < 10^{-6}$ වන පරිදි වූ $n \in \mathbb{Z}^+$ හි කුඩාතම අගය සොයන්න.

(*a*) S A C

3 5 7

(i) ${}^{15}C_6 = \dfrac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 91 \times 55 = 5005$

(5) (5) (5)

15

(ii) විශේෂ සිසුන් දෙදෙනාම අන්තර්ගත වන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= {}^{13}C_4 = 715$ (5)

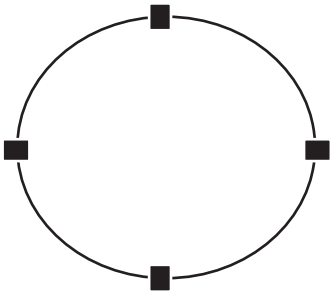
(10)

(iii) විශේෂිත සිසුන් දෙදෙනාම එකවර අන්තර්ගත නොවන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= {}^{15}C_6 - {}^{13}C_4 = 5005 - 715 = 4290$

(5) (5) **25**

(iiii) එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= {}^{3}C_2 \times {}^{5}C_2 \times {}^{7}C_2 = 3 \times 10 \times 21 = 630$

(10) (5) **15**



කලා සිසුන් දෙදෙනකු හා වාණිජ සිසුන් දෙදෙනකු (එනම් විද්‍යා නොවන සිසුන් හතර දෙනා) වෘත්තාකාර මේසයක් වටා වාඩි කරවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= 3!$ (5)

ඉහත සිසුන් හතර දෙනා අතර විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි ස්ථාන හතරක් ඇත. එම සිසුන් දෙදෙනාට වාඩි විය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන } $= {}^{4}C_2 \times 2$ (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 3! \times {}^{4}C_2 \times 2 = 72$ (5)

(5)

20

වෙනත් ක්‍රමයක්

සිසුන් 6 දෙනාටම වෘත්තාකාර මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= 5!$ (5)

විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනා එකළඟ සිටින පරිදි සිසුන් 6 දෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන } $= 4! \times 2$ (5)

(5)

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 5! - 4! \times 2 = 120 - 48 = 72$ (5) **20**

(b) $\dfrac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2} = \dfrac{A}{(3r-1)^2} + \dfrac{B}{(3r+2)^2}$; $r \in \mathbb{Z}^+$

$\Longleftrightarrow$ $3(6r+1) = (A+B)\,9r^2 + (12A-6B)r + (4A+B)$; $r \in \mathbb{Z}^+$ **5**

r^2 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $A + B = 0$

r සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $12A - 6B = 18$ **10**

r^0 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $4A + B = 3$

$\therefore$ $A = 1$ **5** හා $B = -1$ **5** **25**

$f(r) = \dfrac{1}{(3r-1)^2}$ යැයි ගනිමු. එවිට $f(r+1) = \dfrac{1}{(3r+2)^2}$

$\therefore$ $U_r = f(r) - f(r+1)$

$r = 1$ විට $U_1 = f(1) - f(2)$

$r = 2$ විට $U_2 = f(2) - f(3)$ **5**

$r = n-1$ විට $U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$

$r = n$ විට $U_n = f(n) - f(n+1)$ **5**

$\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) - f(n+1)$ **5**

$S_n = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{(3n+2)^2}$ **5** **20**

ඔව් ! **5** **05**

$\lim_{n\to\infty} S_n = \dfrac{1}{4}$ **5** මක් නිසාද $\lim_{n\to\infty} \dfrac{1}{(3n+2)^2} = 0$ **5**

$\therefore$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. **10**

$$\left|S_n - \frac{1}{4}\right| = \frac{1}{(3n+2)^2} < 10^{-6} \quad (5)$$

$\Leftrightarrow \quad (3n+2)^2 > 10^6$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n+2 > 10^3$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n > 998$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$

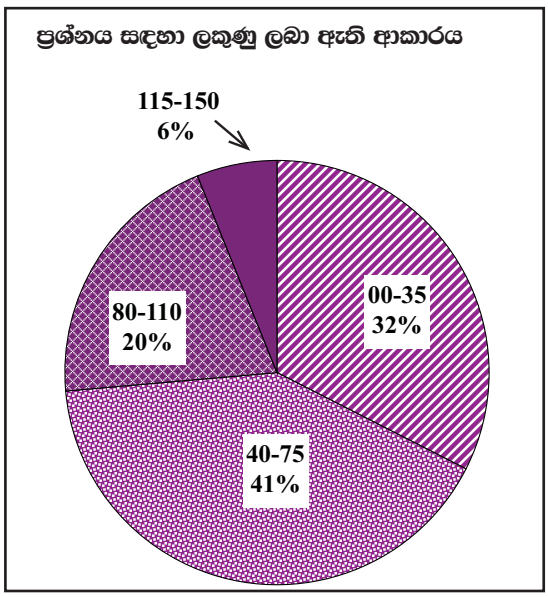
$\Leftrightarrow \quad n > 332\frac{2}{3}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ (5)

$\therefore$ n හි කුඩාම නිඛිලමය අගය = 333 (5)

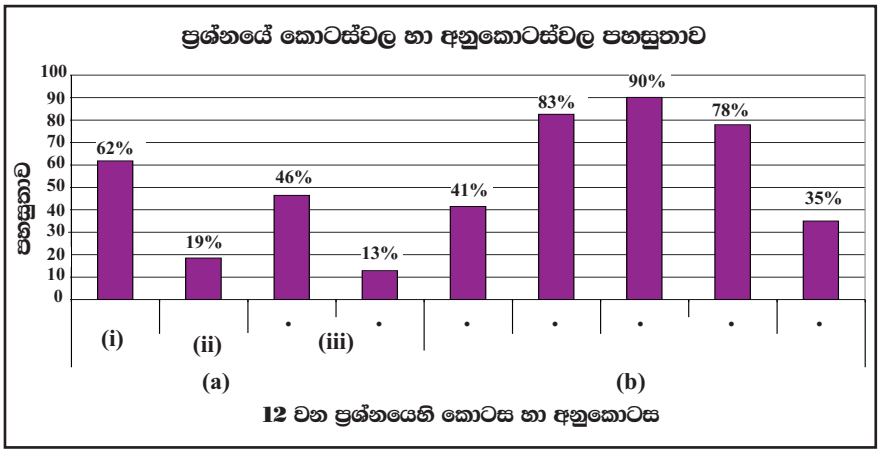
15

---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 86% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 32%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 41%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් නවයක් ඇති අතර, ඒවා අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) කොටස යටතේ ඇති තුන්වන අනුකොටසට වේ. එහි පහසුතාව 90%කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) (iii) කොටස යටතේ ඇති දෙවන අනුකොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 13%කට සීමා වී තිබේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 45%කි.

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 86%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අතර, ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 45%කට සීමා වී ඇත. මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් වියුක්ත (a) සහ (b) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර ඒවාට පිළිවෙළින් සංකරණ හා සංයෝජන ඒකකයත් අනුක්‍රම හා ශ්‍රේණි ඒකකයත් පදනම් වෙයි. (b) කොටසට පිළිතුරු සැපයීම (a) කොටසට පිළිතුරු සැපයීමට වඩා පහසු වී ඇති බව ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් ගම්‍ය වේ. වැඩි අවබෝධයකින් යුතුව පිළිතුරු සැපයිය යුතු (a) කොටසට වඩා යාන්ත්‍රිකව පිළිතුරු සැපයිය හැකි (b) කොටසින් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් උපයා ගැනීමට අයදුම්කරුවන් නැඹුරු වී ඇති බව ද මෙම තොරතුරුවලින් ගම්‍ය වේ.

(a) (i) සපයා තිබූ පිළිතුරු සෑහෙන තරම් සතුටුදායක වුව ද සුළු කිරීමෙන් අවසාන පිළිතුර ලබා ගැනීම බොහෝ දෙනකු විසින් මඟහැර තිබීම නිසා සම්පූර්ණ ලකුණු ලැබූ පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අඩු බව දක්නට ලැබුණි.

(ii) ප්‍රශ්නයෙහි දී ඇති තොරතුරු නිවැරදිව අවබෝධ කර නොගැනීම නිසා අයදුම්කරුවන් බොහෝ දෙනකුට සාර්ථකව පිළිතුරු දීමට නොහැකි වී තිබිණි.

(iii) බොහෝ දෙනකු මෙහි මුල් අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු දී තිබිණි. නමුත් දෙවන අනුකොටසෙහිදී වෘත්තාකාර පිළයෙල කිරීම් පිළිබඳ දැනුම අඩු නිසාත් ප්‍රශ්නය නිවැරදිව අවබෝධ කර ගැනීමට නොහැකි වීම නිසාත් බොහෝ දෙනෙකුට සාර්ථකව පිළිතුරු දීමට නොහැකි වී තිබිණි. මෙය පහසුතාව ඉතාමත්ම අඩු අනුකොටස වේ. එනම් එහි පහසුතාව 13%කි.

(b) සමස්තයක් ලෙස මෙම (b) කොටසෙහි පහසුතාව ඉහළ අගයක් ගන්නා නමුදු මෙම ප්‍රශ්නය හොඳින් කියවා නොතිබීම නිසා එනම්, $r \in \mathbb{Z}^+$ බව හඳුනා නොගැනීම හේතුවෙන් A හා B නියතවල නිවැරදි අගය ලබා ගැනීමේදී r සඳහා $\frac{1}{3}$ හා $-\frac{2}{3}$ ආදේශ කිරීම නිසා, බොහෝ දෙනකුට ලකුණු අහිමි විය. සෙවිය යුතු වන්නේ A හා B පමණක් වුවත් සංගුණක සමාන කිරීමේ ක්‍රමයේදී A හා B ඇතුළත් සමීකරණ 3ක් ලබා ගෙන ඒවායේ සංගතතාව සලකා A හා B නොසෙවීම නිසා ද අයදුම්කරුවන්ට ලකුණු 5ක් බැගින් අහිමි විය. ඊට පසු කොටස්වලට සාර්ථකව පිළිතුරු ලබාගෙන තිබුණු නමුදු අවසාන කොටසට පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ පැහැදිලි අවබෝධයක් නොතිබීම හේතුවෙන් සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. ඒ හේතුවෙන් අවසාන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 35% තරම් අඩු අගයක පැවතිණි.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. (*a*) $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} = \lambda\mathbf{I}$ වන පරිදි වූ $\lambda \in \mathbb{R}$ හි අගය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}$ යනු $\mathbf{Q}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම වන අතර $\mathbf{I}$ යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

$\mathbf{A}$ යනු $\mathbf{AP} = \mathbf{PD}$ වන පරිදි වූ 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු. මෙහි $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ වේ. $\mathbf{A}$ සොයන්න.

(*b*) $z = x + iy$ යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි මාපාංකය $|z|$ හා z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$|z|^2 = z\bar{z}$ හා $z - \bar{z} = 2i\,\mathrm{Im}z$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, $|z - 3i|^2 = |z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 9$ හා $|1 + 3iz|^2 = 9|z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 1$ බව පෙන්වන්න.
$|z - 3i| > |1 + 3iz|$ වන්නේ $|z| < 1$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$|z - 3i| > |1 + 3iz|$ හා $\mathrm{Arg}\,z = \frac{\pi}{4}$ අවශ්‍යතා සපුරාලන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ඩ් සටහනක අඳින්න.

(*a*) $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (5)

මෙවිට $\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2\mathbf{I}$

$\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} = \lambda\mathbf{I}$, මෙහි $\lambda = 2$ වේ. (5) **10**

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2\mathbf{I} \Rightarrow$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \mathbf{I}$ (10)

$\therefore \mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (5) **15**

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. (5)

$$\mathbf{AP} = \mathbf{PD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \quad (5)$$

(5)
$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{aligned} \frac{a+b}{\sqrt{2}} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{-a+b}{\sqrt{2}} &= \frac{-8}{\sqrt{2}} \\ \frac{c+d}{\sqrt{2}} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{-c+d}{\sqrt{2}} &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}} \Leftrightarrow \boxed{\begin{aligned} a+b &= 2 \\ -a+b &= -8 \\ c+d &= 2 \\ -c+d &= 8 \end{aligned}} \Leftrightarrow \begin{aligned} a &= 5 \\ b &= -3 \\ c &= -3 \\ d &= 5 \end{aligned} \quad (10)$$

$\therefore \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ (5) **30**

වෙනත් ක්‍රමයක්

$\mathbf{AP} = \mathbf{PD} \Rightarrow \mathbf{A} = \mathbf{PDP}^{-1}$ (10)

$$\therefore \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$= \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ (10) **30**

(b) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (5) හා $\bar{z} = x - iy$ (5) **10**

$|z|^2 = x^2 + y^2 = (x + iy)(x - iy) = z\,\bar{z}$ (5)

(5)

$z - \bar{z} = (x + iy) - (x - iy) = 2iy = 2i\mathrm{Im}z$ (5)

(5) **20**

$|z-3i|^2 = (z-3i)(\overline{z-3i})$ **5**

$= (z-3i)(\overline{z}+3i)$ **5**

$= z\,\bar{z} + 3i\,(z-\bar{z}) + 9$ **5**

$= |z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 9$ **5**

$|1+3iz|^2 = (1+3iz)\,(\overline{1+3iz})$

$= (1+3iz)\,(1-3i\bar{z})$

$= 1 + 3i\,(z-\bar{z}) + 9z\bar{z}$

$= 9|z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 1$ **10** **30**

$|z-3i| > |1+3iz|$

$\Leftrightarrow \quad |z-3i|^2 > |1+3iz|^2$ **5**

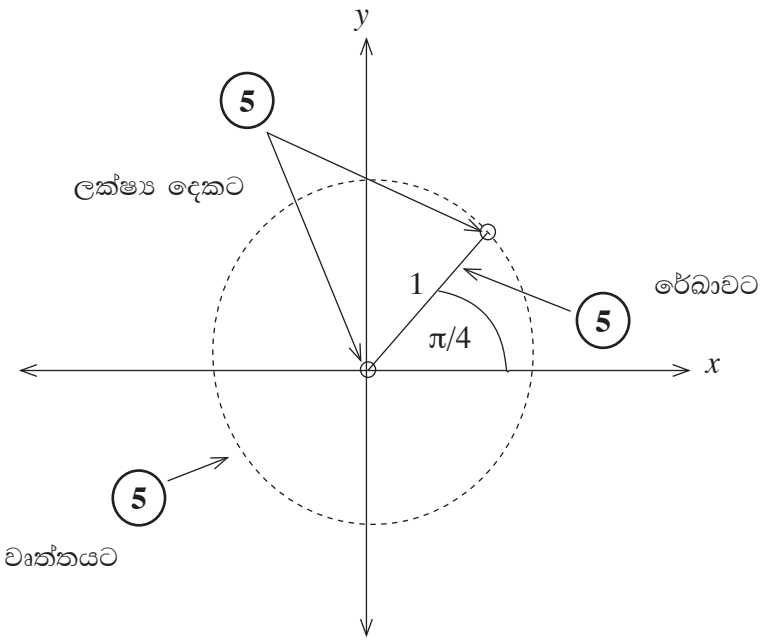
$\Leftrightarrow \quad |z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 9 > 9|z|^2 - 6\mathrm{Im}z + 1$ **5**

$\Leftrightarrow \quad 8\,(|z|^2 - 1) < 0$

$\Leftrightarrow \quad |z|^2 < 1$ **5**

$\Leftrightarrow \quad |z| < 1$ **5** **20**

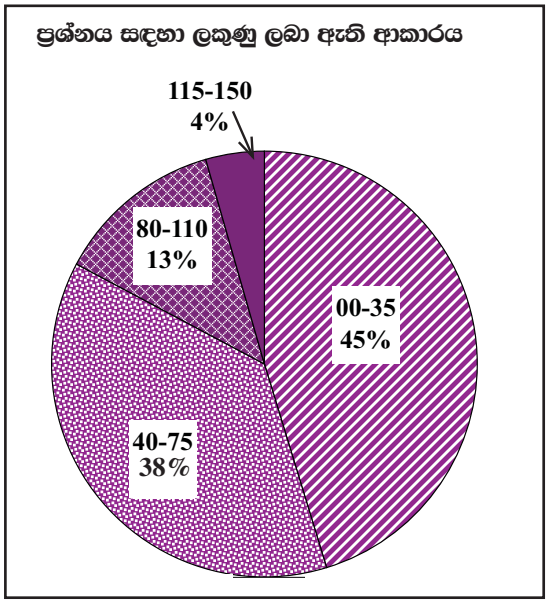
$|z-3i| > |1+3iz| \Leftrightarrow |z| < 1$



15

---

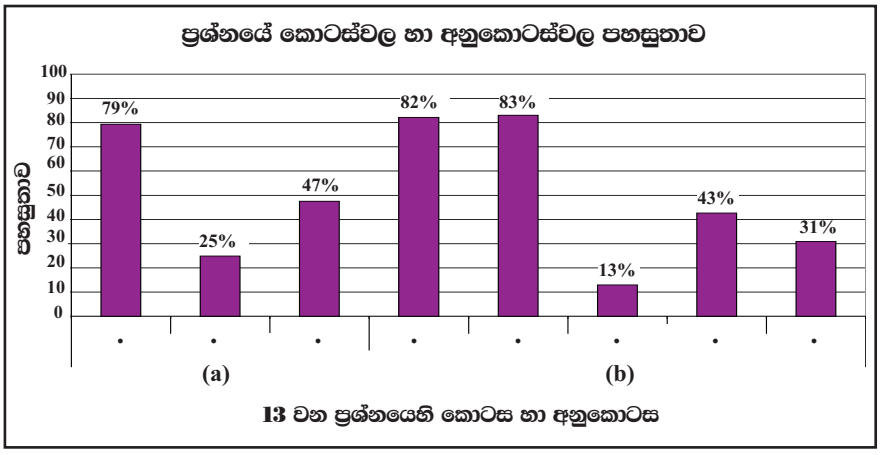
13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 62% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 45%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 38%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් අටක් ඇත. ඒවා අතුරෙන් (b) කොටස යටතේ ඇති දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එහි පහසුතාව 83% කි. (b) කොටසෙහි තුන්වන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එහි පහසුතාව 13%කි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි ද සමස්ත පහසුතාව 45%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය ද එකිනෙකට වියුක්ත විෂය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටසට න්‍යාස ද (b) කොටසට සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ද පාදක වී ඇත.

(a) මෙහි පළමුවන අනුකොටස සඳහා සපයා ඇති පිළිතුරු ඉතා සාර්ථක ය. එහෙත් පළමුවන අනුකොටස භාවිත කර **P** හි ප්‍රතිලෝමය සෙවීමේදී නිවැරදි පිළිතුර ලබා ගැනීම බොහෝ දෙනකුට අපහසු වී තිබිණි. මෙම කොටසෙහි පහසුතාව 25%ක් තරම් වේ. **A** න්‍යාසය සෙවීමට දන්නා නමුත්, සුළුකිරීමේ දුර්වලතා නිසා බොහෝ දෙනකු තුන්වන අනුකොටසට ද සාර්ථක පිළිතුරු දී නොතිබිණි. මෙහි පහසුතාව 47%කි. වෙනත් ක්‍රම භාවිතයේදී ද සුළුකිරීමේ දුර්වලතා නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන් විසින් සාර්ථක පිළිතුරු දී නොතිබිණි.

(b) මෙහි මුල් අනුකොටස් දෙකටම ඉතා සාර්ථක පිළිතුරු ලබා ගෙන තිබිණි. තුන්වන අනුකොටසෙහි දී වීජීය ක්‍රම මගින් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සුළු කිරීම පිළිබඳ දැනුම අල්ප වීම හේතුවෙන් සාර්ථක පිළිතුරු ලබා ගෙන තිබුණේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් ඉතා අඩු ප්‍රතිශතයකි. මෙම අනුකොටසෙහි පහසුතාව 13% තරම් අඩු අගයක පවතී. ඊළඟ කොටසට තරමක් සතුටුදායක පිළිතුරු ලැබී තිබිණි. අවසාන කොටස සඳහා බොහෝ අයදුම්කරුවන් සාර්ථක පිළිතුරු ලබා දී නොතිබිණි. $|z|<1$ යන්න නිරූපණය සඳහා ඇති වෘත්තය කඩ ඉරිවලින් දැක්වීම කළ යුතු නමුත් එය එසේ කර නොතිබිණි. රේඛාවේ අන්ත ලක්ෂ්‍ය දෙක පිළිතුරට අයත් නොවන නිසා ඒවා නිවැරදිව නිරූපණය කර නොතිබීම ද ලකුණු අඩු වීමට හේතුවක් විය. සමහර පිළිතුරුවල වෘත්තයේ අරය 1 බව ද සඳහන් කර නොතිබිණි. එනම් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආශ්‍රිත පථ පිළිබඳ නිවැරදි අවබෝධයක් ලැබෙන අභ්‍යාසවල නිරත වීමෙන් ලැබෙන පරිචය බොහෝ අයදුම්කරුවන් තුළ නොවූ බව පෙනේ. මෙම අවසාන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 31% තරම් අඩු අගයක් ගනී.

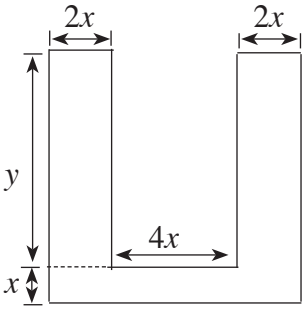
14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 1}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = -\dfrac{x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$ බව පෙන්වා, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට $(0, 0)$ හා $\left(-2^{1/3}, -\dfrac{4^{1/3}}{3}\right)$ හිදී හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පවතින බව **අපෝහනය** කරන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) මායිම සෘජුකෝණික ලෙස හමුවන සරල රේඛා බණ්ඩ අටකින් සමන්විත ගෙවත්තක් රූපසටහනෙහි දැක්වේ. ගෙවත්තේ මාන මීටරවලින් එහි දක්වා ඇත. ගෙවත්තේ වර්ගඵලය $800\ \text{m}^2$ බව දී ඇත. x ඇසුරෙන් y ප්‍රකාශ කර, මීටරවලින් මනින ලද ගෙවත්තේ පරිමිතිය P යන්න $P = \dfrac{800}{x} + 10x$ මගින් දෙන ලබන බව ද, පරිමිතිය සඳහා වන මෙම සූත්‍රය වලංගු වන්නේ $0 < x < 10$ සඳහා පමණක් බව ද පෙන්වන්න.



ඒ නයින්, ගෙවත්තේ පරිමිතියෙහි අවම අගය සොයන්න.

(*a*) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 1}$; $x \neq 1$

$f'(x) = \dfrac{(x^3 - 1)\,2x - x^2 . 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$ **(10)**

$= \dfrac{-x^4 - 2x}{(x^3 - 1)^2} = \dfrac{-x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$ **(5)** **15**

---

(5)

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x^3 = -2$

$\Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ **(5)**

x	$x < -2^{\frac{1}{3}}$	$-2^{\frac{1}{3}} < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(−)	(+)	(−)	(−)
	$f(x)$ අඩුවේ.	$f(x)$ වැඩිවේ.	$f(x)$ අඩුවේ.	$f(x)$ අඩුවේ.

(15)

$x = 0$ දී $f(0) = 0$

$x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ දී $f(-2^{\frac{1}{3}}) = \dfrac{\left(-2^{\frac{1}{3}}\right)^2}{-2 - 1} = \dfrac{-4^{\frac{1}{3}}}{3}$

$\therefore$ හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $= (0, 0)$ හා $\left(-2 , -\frac{4}{3}^{\frac{1}{3}}\right)$ වේ.

(5) (5) **35**

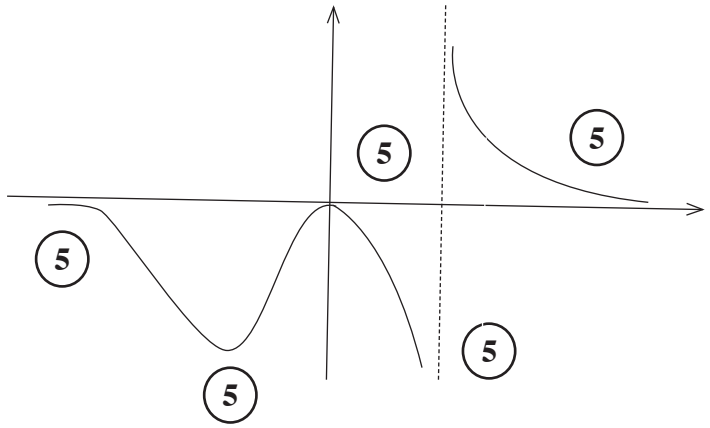
$x \longrightarrow +\infty$ විට $f(x) \longrightarrow 0$

$x \longrightarrow -\infty$ විට $f(x) \longrightarrow 0$

$x = 1$ දී $f(x)$ අර්ථ නොදැක්වේ.

$x \longrightarrow 1^-$ විට $f(x) \longrightarrow -\infty$

$x \longrightarrow 1^+$ විට $f(x) \longrightarrow +\infty$



25

(b) රූපයේ අයුරු ගෙවත්තේ පරිමිතිය ; $P = 18x + 4y \longrightarrow (1)$ (5)

ගෙවත්තේ වර්ගඵලය ; $800 = 4xy + 8x^2 \longrightarrow (2)$ (5)

(2) න්, $y = \frac{200}{x} - 2x$ (5)

$\therefore P = 18x + 4\left(\frac{200}{x} - 2x\right)$

$= 10x + \frac{800}{x}$ (5) **20**

$y = \frac{2(100 - x^2)}{x}$ (5)

(5) (5)

$y > 0$ සහ $x > 0$ බැවින්, $100 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 100 \Rightarrow x < 10$; ($x > 0$ නිසා)

$\therefore 0 < x < 10$ **15**

$\frac{dP}{dx} = 10 - \frac{800}{x^2}$ **(10)**

(5) $\frac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow 10 - \frac{800}{x^2} = 0$ **(5)**

$\Leftrightarrow x^2 = 80$

$\Leftrightarrow x = 4\sqrt{5}$ **(5)** ; $0 < x < 10$ **25**

---

x	$0 < x < 4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} < x < 10$
$\frac{dP}{dx} = 10 - \frac{800}{x^2}$ හි ලකුණ	(–)	(+)
	P අඩු වේ.	P වැඩි වේ.

(10)

$\therefore$ $x = 4\sqrt{5}$ විට අවම අගයක් ගනී.

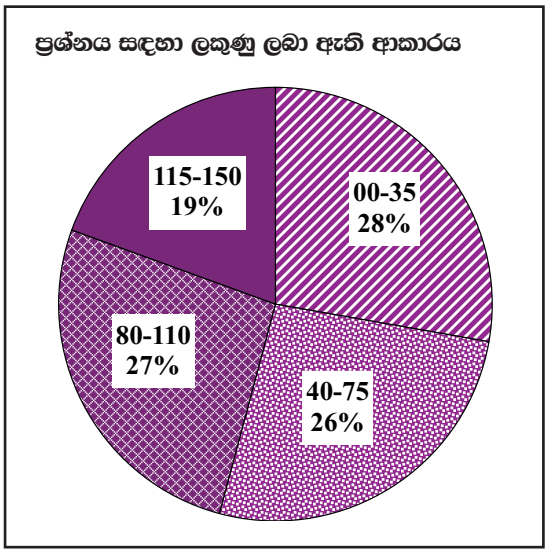
$\therefore$ අවම පරිමිතිය $= 10 \times 4\sqrt{5} + \frac{800}{4\sqrt{5}}$

$= 40\sqrt{5} + 40\sqrt{5}$

$= 80\sqrt{5}$ m **(5)** **15**

---

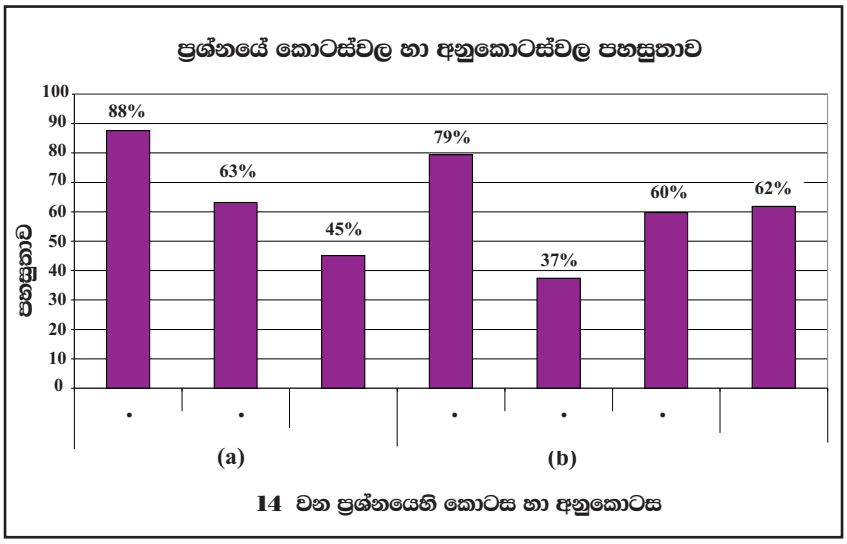
14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 87%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 19%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් හතක් ඇත. ඒවා අතුරෙන් (a) කොටසෙහි පළමුවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එහි පහසුතාව 88%කි. (b) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එහි පහසුතාව 37%කි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 61%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය සමස්ත වශයෙන් අවකලනය සහ අවකලන සංගුණකයෙහි භාවිත මත පදනම් වුව ද එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 61%ක් බැවින් මෙම ප්‍රශ්නය පහසුතාව අතින් දෙවැනි වන්නේ 11 වන ප්‍රශ්නයට පමණි.

(a) මෙහි පළමුවන අනුකොටස සඳහා සාර්ථක පිළිතුරු ලබා දී තිබිණි. එහි පහසුතාව 88% තරම් වේ. දෙවන අනුකොටසේදී $x = 1$ ස්පර්ශෝන්මුඛය දෙපස වක්‍රයේ හැසිරීම සාකච්ඡා කර නොතිබීම නිසා අයදුම්කරුවන්ට සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. ස්පර්ශෝන්මුඛ පිළිබඳ නිසි අවබෝධයක් නොමැති වීම හේතුවෙන් නිවැරදි වක්‍රය ඇඳීමට නොහැකි වීමෙන් තෙවන අනුකොටස සඳහා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට සාර්ථක පිළිතුරු ලබාගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි.

(b) මෙහි පළමුවන අනුකොටසේදී ගෙවත්තේ පරිමිතිය P, x ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කිරීම නිවැරදිව ගොඩ නඟා තිබුණු නමුත් $0 < x < 10$ බව පෙන්වා නොමැති නිසා දෙවන අනුකොටසට අදාළ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. ඉතිරි අනුකොටස්වලට සතුටුදායක ලෙස පිළිතුරු සපයා තිබිණි. මෙවැනි ගණනය කිරීම්වලදී ස්වායත්ත විචල්‍යය විචලනය වන්නේ කවර ප්‍රාන්තර තුළ දැයි සැලකිලිමත් වීම, නිවැරදි ප්‍රතිඵල ලබා ගැනීම සඳහා අත්‍යවශ්‍ය බව සැලකීමට සිසුන් හුරු පුරුදු විය යුතුය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. **(*a*)** කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$ සොයන්න.

(*b*) භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{x^2 + 3x + 4}{(x^2 - 1)(x + 1)^2} \, dx$ සොයන්න.

(*c*) $a^2 + b^2 > 1$ වන පරිදි $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද,

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{a + \cos x}{a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x} \, dx$ හා $J = \int_0^{\pi/2} \frac{b + \sin x}{a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x} \, dx$

යැයි ද ගනිමු.

$aI + bJ = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$bI - aJ$ සැලකීමෙන් I හා J හි අගයන් සොයන්න.

(*a*) $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx = \int \sin^{-1} x \, d\left(\frac{x^3}{3}\right) dx$ **(5)**

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x - \frac{1}{3}\int x^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ **(5)** **(10)**

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\int x^2 \, d(\sqrt{1-x^2})$ **(10)**

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\left[x^2\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2}\ 2x \, dx\right]$ **(5)** **(5)**

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\ x^2\sqrt{1-x^2} + \frac{2}{9}(1-x^2)^{3/2} + C$ **(5)** **(5)**

C යනු අභිමත නියතයකි. **50**

(*b*) $\frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3}$ **(5)**

$\frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)^3}$ **(10)**

$x^2 + 3x + 4 = A(x+1)^3 + B(x+1)^2(x-1) + C(x-1)(x+1) + D(x-1)$

$x = 1; \quad 1 + 3 + 4 = 8A \quad \Rightarrow \quad A = 1$

$x = -1; \quad 1 - 3 + 4 = -2D \quad \Rightarrow \quad D = -1$

x^3 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $0 = A + B \Rightarrow B = -A = -1$

x^2 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $1 = 3A - B + 2B + C \Rightarrow C = -1$ **(10)**

$$\therefore \quad \frac{x^2 + 3x + 4}{(x^2 - 1)(x+1)^2} = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$\int \frac{x^2 + 3x + 4}{(x^2 - 1)(x+1)^2}\, dx = \int \frac{1}{(x-1)}\, dx - \int \frac{1}{(x+1)}\, dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}\, dx - \int \frac{1}{(x+1)^3}\, dx \quad \textbf{(5)}$$

$$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{2(x+1)^2} + C \quad \textbf{(20)}$$

C යනු අභිමත නියතයකි.

50

(c) $aI + bJ = \int_0^{\pi/2} \frac{a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x}{a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x}\, dx = \int_0^{\pi/2} dx = x\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow (1)$

(5) **(5)** **(5)**

$$bI - aJ = \int_0^{\pi/2} \frac{ba + b\cos x - ab - a\sin x}{a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x}\, dx \longrightarrow (2) \quad \textbf{(5)}$$

$$= \ln(a^2 + b^2 + a\cos x + b\sin x)\Big|_0^{\pi/2}, \quad \textbf{(10)} \quad a^2 + b^2 > 1 \text{ නිසා,}$$

$$= \ln(a^2 + b^2 + b) - \ln(a^2 + b^2 + a) \quad \textbf{(10)}$$

$$= \ln\left(\frac{a^2 + b^2 + b}{a^2 + b^2 + a}\right)$$

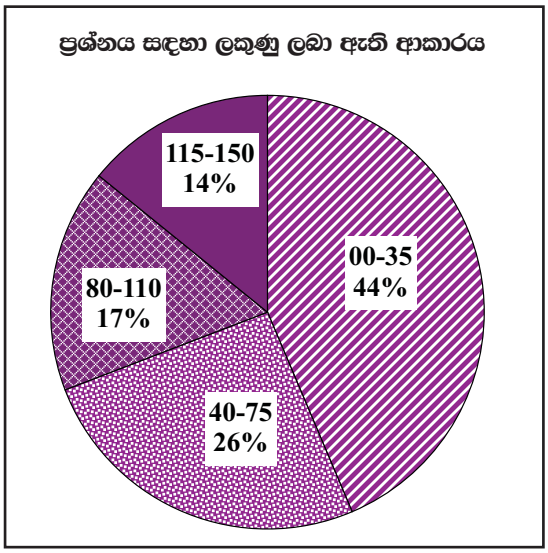
$$(1) \times a + (2) \times b \Rightarrow I = \frac{1}{a^2 + b^2}\left\{a\frac{\pi}{2} + b\ln\left(\frac{a^2 + b^2 + b}{a^2 + b^2 + a}\right)\right\} \quad \textbf{(5)}$$

$$(1) \times b + (2) \times a \Rightarrow J = \frac{1}{a^2 + b^2}\left\{b\frac{\pi}{2} - a\ln\left(\frac{a^2 + b^2 + b}{a^2 + b^2 + a}\right)\right\} \quad \textbf{(5)}$$

50

---

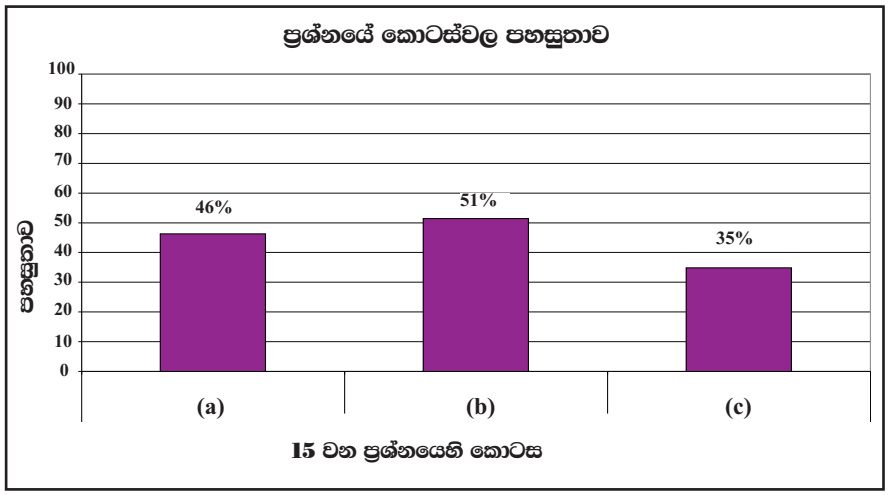
15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 85% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 44%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 14%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) කොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 51% කි. (c) කොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එහි පහසුතාව 35%කි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 44%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් තුනකින් සමන්විත වන අතර එම කොටස් තුනම අනුකලනය මත පදනම් වී ඇත. ලකුණු ප්‍රදානයේදී කොටස් තුනටම සමානව බර තබා ඇත. ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 44%ක් පමණි. B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අවම පහසුතාව ඇති එක් ප්‍රශ්නයක් මෙය වේ.

(a) බොහෝ අයදුම්කරුවන් කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කිරීමේ සිද්ධාන්තය මූලිකව නිවැරදිව යොදා ගෙන තිබිණි. නමුත් දෙවන පියවරෙහි අනුකලනයේදී එය නිවැරදිව කර නොතිබිණි. ආදේශයක් භාවිතයෙන් මෙම කොටසට පිළිතුරු සැපයීම ඉතා පහසුවෙන් කළ හැකිව තිබූ නමුත් එසේ කර නොතිබීම නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන් සාර්ථක පිළිතුරු ලබා ගෙන නොතිබිණි. තව ද සමහර අයදුම්කරුවන් අභිමත නියතය ලියා නොතිබීම හේතුවෙන් ද ලකුණු අඩු වී තිබිණි.

(b) සමහර අයදුම්කරුවන් භින්න භාග නිවැරදිව වෙන් කර නොතිබිණි. භින්න භාග නිවැරදිව වෙන් කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් සමහරු A, B, C, D නියත නිවැරදිව සොයා නොගැනීම නිසා ද නිවැරදිව අනුකලනය නොකිරීම නිසා ද අභිමත නියතය සඳහන් කර නොතිබීම නිසා ද සම්පූර්ණයෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු තිබුනේ අඩු වශයෙනි. එබැවින් පහසුතාව 51%කට සීමා වී තිබිණි.

(c) පිළිතුරු වැඩි ගණනක $aI + bJ = \frac{\pi}{2}$ බව සාධනය කර තිබුණත් $bI - aJ$ අනුකලයෙහි අගය ලබාගෙන නොතිබිණි. මේ හේතුවෙන් සාර්ථක පිළිතුරු තිබුණේ අල්ප වශයෙනි. තව ද, සුළු කිරීමේ දෝෂ නිසා ද I සහ J සඳහා නිවැරදි පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි අවස්ථා සුලභව තිබිණි. මෙහි පහසුතාව 35% තරම් අගයක පැවතිණි.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. ***(a)*** $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක හා අරය සොයා, xy තලය මත S වෘත්තයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

P යනු S වෘත්තය මත O මූලයෙහි සිට ඈතින් ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ලියා දක්වා S වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වූ ස්පර්ශක රේඛාව වන l හි සමීකරණය $x + y = 2 + \sqrt{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

l රේඛාව ස්පර්ශ කරන S' වෘත්තයක්, S වෘත්තය P ගෙන් ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යයකදී බාහිර ව ස්පර්ශ කරයි. (h, k) යනු S' වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක යැයි ගනිමු. l රේඛාව අනුබද්ධයෙන් O හි හා S' හි කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සලකා බැලීමෙන්, $h + k < 2 + \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

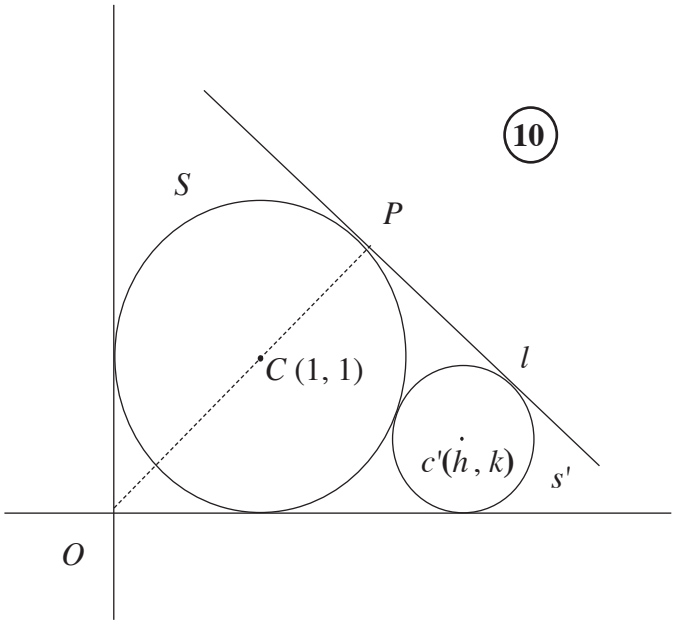
S' හි කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක $h^2 - 2hk + k^2 + 4\sqrt{2}(h + k) = 8(\sqrt{2} + 1)$ සමීකරණය සපුරාලන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(5)

$S \equiv x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ලෙස ලිවිය හැකිය.

$\therefore$ කේන්ද්‍රය $= (1, 1)$ (5) අරය $= 1$ (5)

15



(10)

10

---

(5) (5) (5)

$OP = OC + CP = \sqrt{2} + 1$ සහ $P \equiv (OP\cos\frac{\pi}{4}, OP\sin\frac{\pi}{4})$ වන නිසා

$P = (1 + \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}})$ වේ. (5)

20

CP රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= 1$, (5) $OP \perp l$ නිසා l රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= -1$ (5)

$\therefore$ l රේඛාවේ සමීකරණය $\left[y-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]=-1\left[x-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$ (10)

$\Rightarrow x+y=2+\sqrt{2}$ (5) **25**

$(0, 0)$ හා (h, k) ලක්ෂ්‍ය දෙක $l : x + y -(2 + \sqrt{2}) = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ පිහිටයි. (5)

$\therefore$ $-(2+\sqrt{2})\left[h+k-(2+\sqrt{2})\right]>0$ (5)

$\Rightarrow h + k < 2 + \sqrt{2}$ (5) **15**

$C' \equiv (h, k)$ සිට l රේඛාවට ලම්බ දුර d නම්,

$d=\frac{\left|h+k-(2+\sqrt{2})\right|}{\sqrt{2}}$ (10)

$d=\frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}$ (5) ($h + k < 2 + \sqrt{2}$ නිසා)

S' වෘත්තය l රේඛාව ස්පර්ශ කරන බැවින් ඉහත ලම්බ දුර S' හි අරයට සමාන විය යුතුය. (10)

S හා S' වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ වන බැවින්

$CC' = 1 + d$ (10)

$\Rightarrow CC'^2 = (1 + d)^2$

$\Rightarrow (h-1)^2 + (k-1)^2 = \left[1+\frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}\right]^2$ (10)

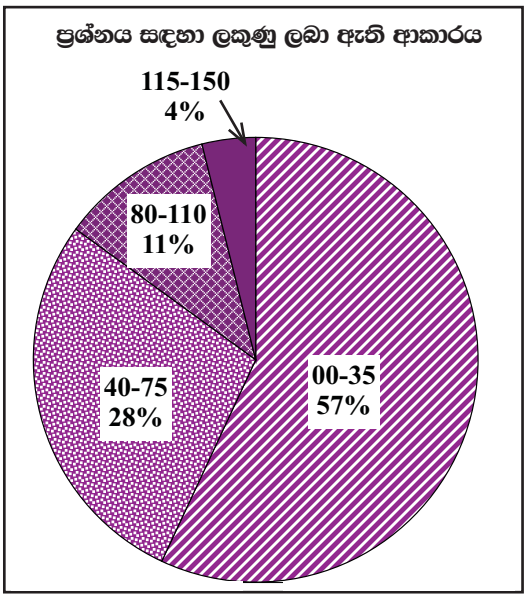
$\Rightarrow 2h^2+2k^2-4h-4k+4=\left[2+2\sqrt{2}-h-k\right]^2$

(5) $= (2+2\sqrt{2})^2-2(2+2\sqrt{2})h-2(2+2\sqrt{2})k+2hk+h^2+k^2$ (10)

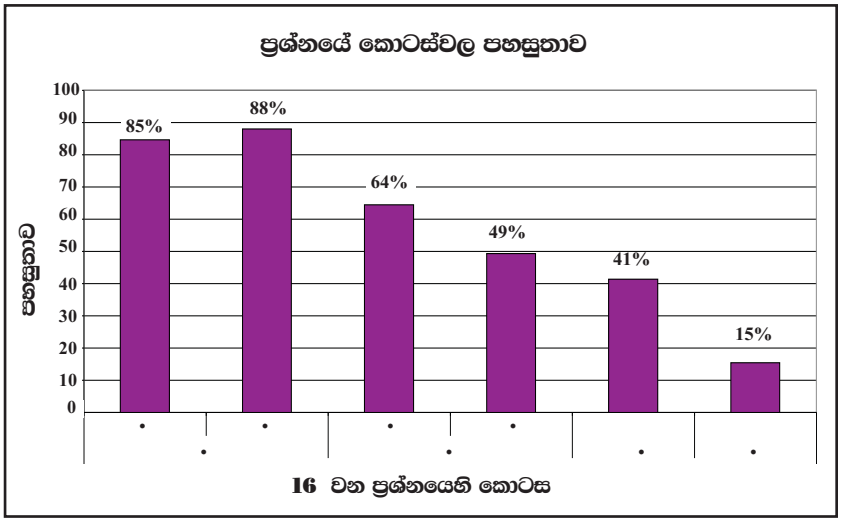
$\Rightarrow h^2-2hk+k^2+4\sqrt{2}(h+k)=8(\sqrt{2}+1)$ (5) **65**

---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 57% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 57%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 11%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් හයකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ දෙවන කොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 88% කි. අවම පහසුතාව ඇත්තේ අවසාන කොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 15%කි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 42%කි.

මෙය වීජීය ජ්‍යාමිතියෙහි වෘත්තය ඒකකය මත පදනම් වූ ව්‍යූහගත ප්‍රශ්නයකි. ප්‍රශ්නයෙහි දුෂ්කරතාව ක්‍රමයෙන් වැඩි වී ඇති බව තීර ප්‍රස්තාරයෙන් ප්‍රකාශ වේ. ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 42% ක් පමණි. B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය ලෙස මෙය සැලකිය හැකිය. බොහෝ අයදුම්කරුවන් මුල් කොටස් දෙක සඳහා ඉතා සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. ඒවායේ පහසුතා 85% සහ 88% තරම් විය. තුන්වන කොටස සඳහා ද තරමක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. l රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගැනීම ද, සතුටුදායක මට්ටමක පැවතිණි. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සරල රේඛාවක එකම පැත්තේ හෝ දෙපැත්තේ හෝ පිහිටීම, මේ සඳහා යෙදිය යුතු බව අවබෝධ කර නොගෙන ඇති බැවින් අවශ්‍ය අසමානතාව ලබාගැනීම අපහසු වී තිබිණි. එබැවින් එම කොටසෙහි පහසුතාව 41% තරම් අඩුවී තිබිණි. ඉහත අසමානතාව භාවිතයෙන් අවසාන පිළිතුර ලබා ගැනීම සාර්ථක මට්ටමක නොතිබිණි. එබැවින් අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව 15% ක තරම් පහළ මට්ටමක විය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. **(*a*)** $\cos\alpha+\cos\beta-\cos\gamma-\cos(\alpha+\beta+\gamma)\equiv 4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\gamma+\alpha)$ සර්ව සාම්‍යය සාධනය කරන්න.

(*b*) $f(x)=2\sin^2\frac{x}{2}+2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+4\cos^2\frac{x}{2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $a\sin(x+\theta)+b$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $a\,(>0)$, b හා $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.
$1\le f(x)\le 5$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{11\pi}{6}$ සඳහා $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*c*) $p>2q>0$ යැයි ගනිමු.
ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA හා AB පාදවල දිග පිළිවෙළින් $p+q$, p හා $p-q$ වේ.
$\sin A-2\sin B+\sin C=0$ බව පෙන්වා $\cos\frac{A-C}{2}=2\cos\frac{A+C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*a*) $\cos\alpha+\cos\beta-\cos\gamma-\cos(\alpha+\beta+\gamma)$

$=\cos\alpha+\cos\beta-(\cos\gamma+\cos(\alpha+\beta+\gamma))$ **5**

$=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)-2\cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ **5** + **5**

$=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)-\cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\right]$ **5**

$=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)2\sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$ **5**

$=4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)$ **25**

(*b*) $f(x)=2\sin^2\frac{x}{2}+2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+4\cos^2\frac{x}{2}$

$=(1-\cos x)+\sqrt{3}\sin x+2(1+\cos x)$ **10**

$=\sqrt{3}\sin x+\cos x+3$

$=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right]+3$ **5**

$=2\left[\cos\frac{\pi}{6}\sin x+\sin\frac{\pi}{6}\cos x\right]+3$ **5**

$=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+3$ **5**

$a=2,\ b=3,\ \theta=\frac{\pi}{6}$ **10**

35

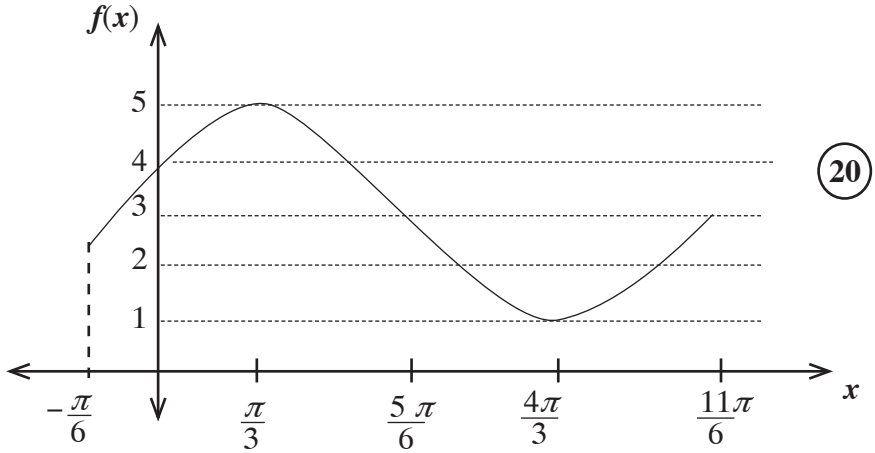
$-1 \le \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1$ (5)

$-2 \le 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \le 2$ (5)

$-2 + 3 \le 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \le 2 + 3$

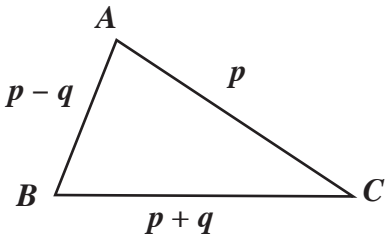
$1 \le f(x) \le 5$ (5)

15



(20)

20



සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$\frac{\sin A}{p+q} = \frac{\sin B}{p} = \frac{\sin C}{p-q} = k$ යැයි සිතමු. (5)

(5) (5)

$\Rightarrow \sin A - 2\sin B + \sin C = k(p+q) - 2kp + k(p-q) = 0$ (10)

25

$\sin A + \sin C = 2\sin B$

(5)

$2\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = 2\sin(\pi - \overline{A+C})$ (10)

$\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = \sin(A+C)$ (5)

$\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)$ (5)

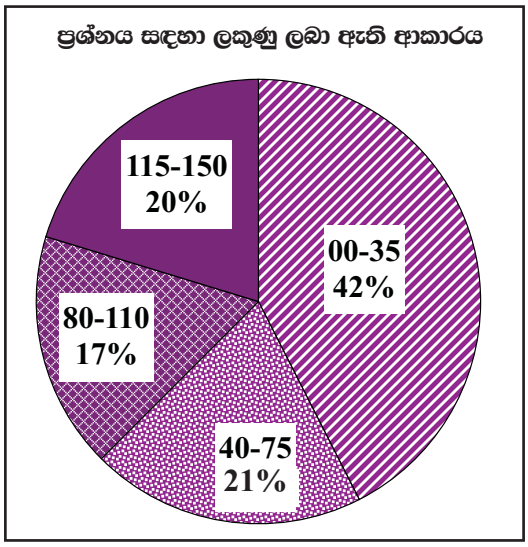
$\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)$ (5)

$\left(0 < \frac{A+C}{2} < \frac{\pi}{2} \quad \therefore \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) > 0\right)$

30

---

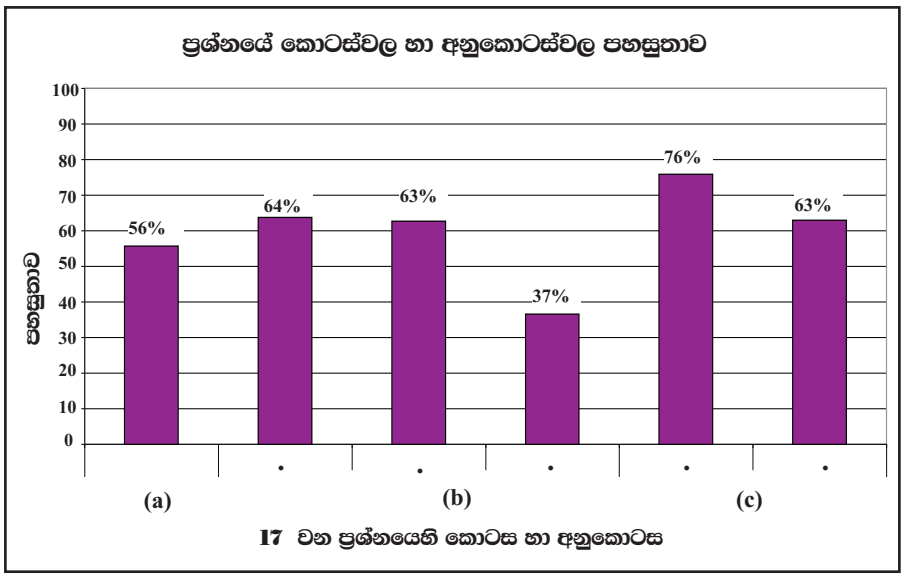
17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 49% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 42%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40- 75 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



17 වන ප්‍රශ්නයෙහි කොටස හා අනුකොටස

මෙම ප්‍රශ්නයෙහි කොටස් හා අනුකොටස් හයක් ඇත. ඒවා අතරින් (c) කොටසෙහි පළමුවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එහි පහසුතාව 76% කි. (b) කොටසෙහි තෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එහි පහසුතාව 37%කි. පහසුතාව 50% ට වඩා අඩු වන්නේ මෙම අනුකොටසෙහි පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 61%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය ත්‍රිකෝණමිතිය පදනම් කරගෙන, එහෙත් එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් තුනකින් යුතුව සකස් කරන ලද්දකි. ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 61%ක් බැවින් මෙහි පහසුතාව දෙවැනි වන්නේ 11 වන ප්‍රශ්නයේ පහසුතාවට පමණි.

(a) අයදුම්කරුවන් වැඩි දෙනකු සතුටුදායක ලෙස පිළිතුරු සපයා තිබිණි. පහසුතාව 56%ක් තරම් විය. එහෙත් අනෙකුත් අවස්ථාවල ද යොදා ගැනීමට සිදුවන බැවින් ත්‍රිකෝණමිතික සූත්‍රවල භාවිත හැකියාව ප්‍රමාණවත් නොවන බව ද තවදුරටත් වර්ධනය කර ගැනීම අවශ්‍ය බව ද සඳහන් කළ යුතුය.

(b) මෙහි මුල් අනුකොටසට බොහෝ දෙනකු සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. බොහෝ අයදුම්කරුවන් a, b සහ θ සඳහා ද නිවැරදි අගය ලබාගෙන තිබිණි. එබැවින් දෙවන අනුකොටස යටතේ අවශ්‍ය අසමානතාව ද ලබා ගැනීමට හැකි වී තිබිණි. එහෙත් ප්‍රස්තාරය ඇඳීම එතරම් සතුටුදායක මට්ටමක නොමැත. එම අනුකොටසෙහි පහසුතාව 37% තරම් විය. ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රස්තාර ඇඳීම ප්‍රගුණ කිරීම මගින් අයදුම්කරුවන් ඒ පිළිබඳ අවබෝධය වර්ධනය කර ගත යුතුය. දී ඇති ප්‍රාන්තරය ඉක්මවා ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට ප්‍රයත්න දැරීම නිසා ද සමහර අයදුම්කරුවන්ට ලකුණු අහිමි වී තිබිණි.

(c) මෙහි මුල් අනුකොටසට බොහෝ දෙනකු සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර එහි පහසුතාව 76% ක් පමණ විය. දෙවන කොටස සඳහා සපයන ලද පිළිතුරු ද තරමක් සතුටුදායක වූ අතර, පහසුතාව 63% ක් පමණ විය.

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය

කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට ම** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.

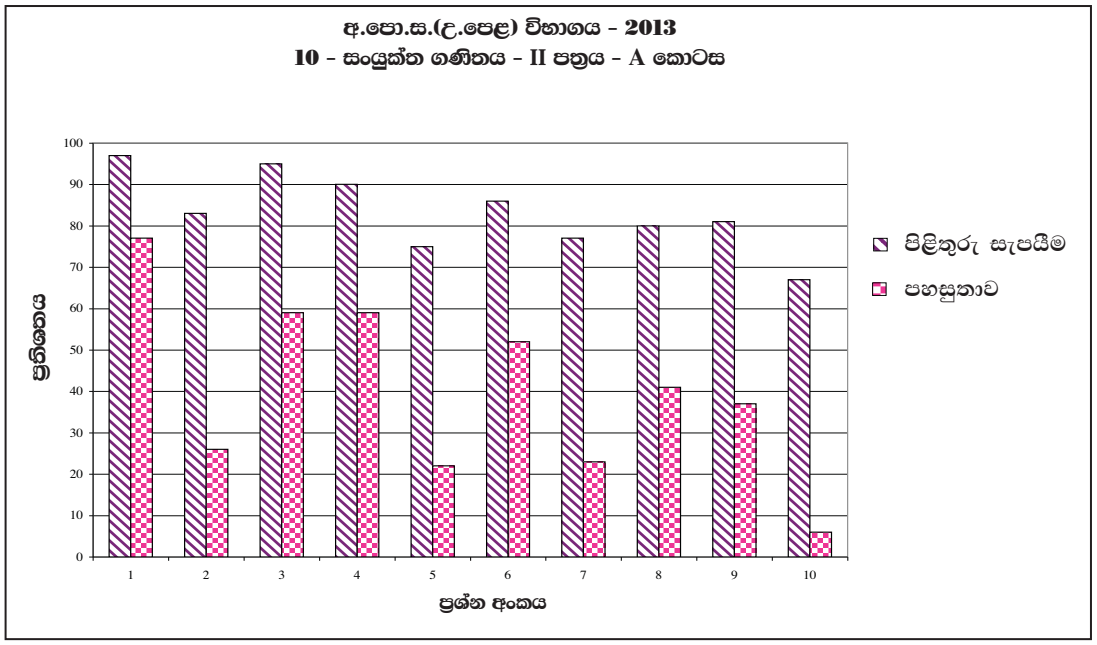
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.

II පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට, ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.2.2. සංයුක්ත ගණිතය II ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයට ම පිළිතුරු සැපයීම ද අනිවාර්ය වේ. මෙම කොටසේ එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත් එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 11 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් ප්‍රශ්න පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90% කට නොඅඩු ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 1, 3 හා 4 ප්‍රශ්නවලට පමණි. අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 01 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 97% කි. අංක 5, 7 සහ 10 ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 80%කට අඩු ප්‍රතිශතයක් වන අතර, ඔවුන්ගෙන් අඩුම ප්‍රතිශතයක් එනම් 67%ක් පමණක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 10 ප්‍රශ්නයට වේ. අයදුම්කරුවන් සියලුම දෙනා විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර ද නොමැත.

මෙම ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතා සලකා බැලීමේ දී පෙනී යනුයේ පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත්තේ අංක 1, 3, 4 හා 6 යන ප්‍රශ්න හතර පමණක් බවයි. අංක 2, 5, 7 සහ 10 යන ප්‍රශ්නවල පහසුතා 30% ට ද වඩා අඩුවෙයි.

පහසුතාව වැඩි ම ප්‍රශ්නය, වැඩියෙන්ම පිළිතුරු සැපයීමට ලක්ව ඇති අංක 01 ප්‍රශ්නය වන අතර, එහි පහසුතාව 77%ක් වෙයි. එලෙසම අඩුවෙන්ම පිළිතුරු සැපයීමට ලක්ව ඇති අංක 10 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව අවම වන අතර, එහි පහසුතාව 6%ක් තරම් ඉතා අඩු අගයකට සීමා වෙයි.

මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකි වේ.

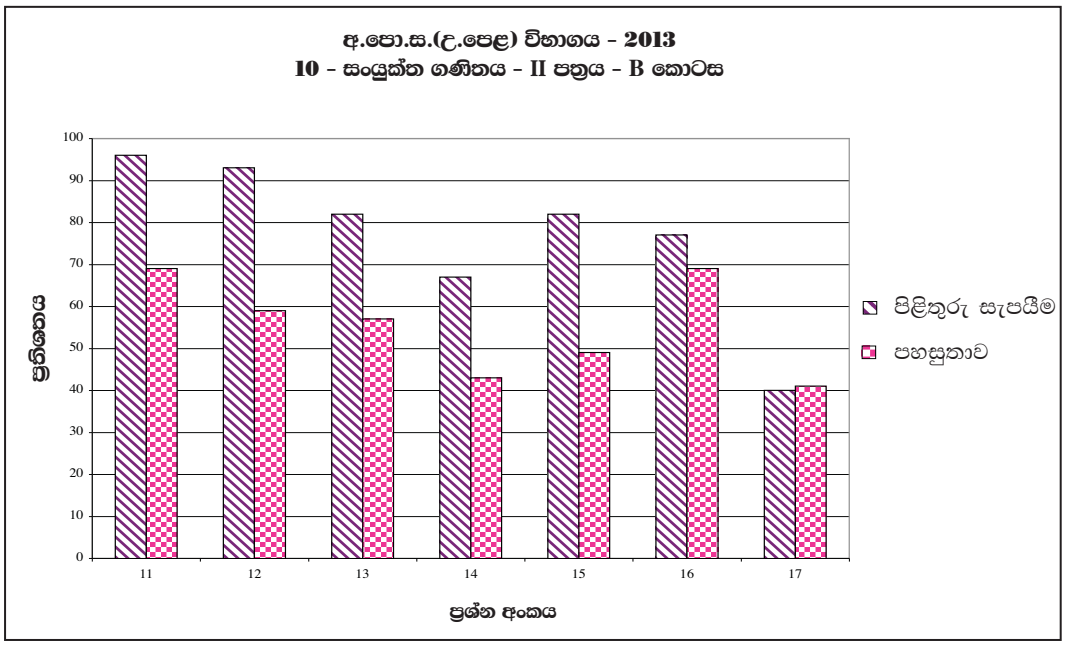
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය	15	41	30	20	53	25	44	28	24	86
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	75	15	51	44	15	44	15	37	15	5
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		77	26	59	59	22	52	23	41	37	6

වගුව 6 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන් ලකුණු නොලැබූ හා ලකුණු 25ම ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණය හිමිකර ගත් අයදුම්කරුවන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් එනම් 75%ක් ඇත්තේ අංක 01 ප්‍රශ්නයට වන අතර, අංක 03 ප්‍රශ්නය සඳහා එම ප්‍රතිශතය 51%ක් වෙයි. අනෙක් ප්‍රශ්න අට සඳහාම එම ප්‍රතිශතය 50% ට වඩා අඩුවෙයි. ඒවා අතුරෙන් අංක 02, 05, 07, 09 හා 10 යන ප්‍රශ්න පහ සඳහාම එම එක් එක් ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම ලබා ගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 15% නොඉක්මවයි. එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 85%ක් හෝ ඊට වඩා වැඩි ප්‍රතිශතයකට ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු 25 ම ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබේ. මෙම ප්‍රශ්න පහ අතුරෙන් අංක 09 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 37% ක් වන අතර, අනෙක් ප්‍රශ්න හතරෙහි පහසුතා 26% හෝ ඊට අඩුවෙයි. අංක 10 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 86%ක්ම ලබා ඇත්තේ ලකුණු 0 බැගිනි. ලකුණු 25ම ලබා ඇත්තේ 5% ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයට සෑහීමකට පත්විය හැකි පරිදි පිළිතුරු සැපයීමට අයදුම්කරුවන් වැඩි දෙනකුටම නොහැකි වී ඇති අතර, එහෙයින්ම එම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 6%කට සීමා වී තිබේ.

අයදුම්කරුවන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවෙතැයි අපේක්ෂාවෙන් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන්, එම අපේක්ෂාව යන්තම්වත් සපුරා ඇත්තේ අංක 01, 03, 04 හා 06 ප්‍රශ්න හතර පමණක් බව ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වෙයි.

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසේ ද දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් තම අභිමතය පරිදි තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 12 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 96%ක් තෝරා ගෙන ඇත්තේ අංක 11 ප්‍රශ්නයයි. එම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව ද උපරිම වේ. එහි පහසුතාව 69%කි. එහෙත් තෝරා ගනු ලැබීම 77%කට සීමා වී ඇති 16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ට අනෙක් ප්‍රශ්නවලට සාපේක්ෂව 16 වන ප්‍රශ්නයෙන් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් හිමි කර ගැනීමට හැකි වී තිබේ. අඩුවෙන්ම තෝරා ගැනීමට ලක්ව ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එහි පහසුතාව ද අවම වේ.

II පත්‍රයේ අඩංගු ප්‍රශ්න 17, ඒවායේ පහසුතාවල අවරෝහණ පටිපාටියට ස්ථානගත කළ විට ලැබෙන අනුක්‍රමය අංක 1, 11, 16, 3, 4, 12, 13, 6, 15, 14, 8, 17, 9, 2, 7, 5, 10 වෙයි. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසෙහි අංක 1, 3, 4 හා 6 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්නවල පහසුතා B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල පහසුතාවලට වඩා අඩුවීමෙන් ගම්‍ය වනුයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න වැඩි ගණනකට අපේක්ෂිත අයුරින් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට අයදුම්කරුවන්ට නොහැකි වී ඇති බවයි. II පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න 10 හි මධ්‍යක පහසුතාව 40%ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7 හි මධ්‍යක පහසුතාව 55%ක් වෙයි. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව 51%ක් වෙයි.

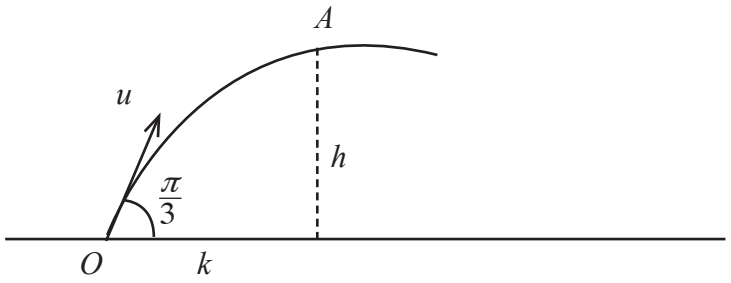
2.2.3. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් ආනතව u වේගයකින් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව k දුරක් තිරස්ව ගමන් කළ විට O හි මට්ටමට ඉහළින් එහි සිරස් දුර h යැයි ගනිමු.

$\sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2}$ බව පෙන්වන්න.



O සිට A දක්වා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$\rightarrow \quad k = \frac{u}{2}T$ ..... (1) (5)

$\uparrow \quad h = \frac{\sqrt{3}u}{2}T - \frac{1}{2}gT^2$ ..... (2) (10)

(1) න් හා (2) න්, $h = \sqrt{3}k - \frac{1}{2}g\left(\frac{2k}{u}\right)^2$ (5)

$\Rightarrow \sqrt{3}k = h + \frac{1}{2}g\,\frac{4k^2}{u^2}$

$\Rightarrow \sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2}$ (5)

25

---

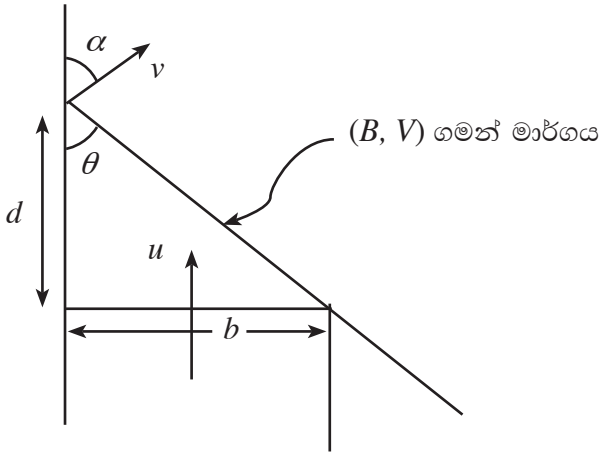
1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

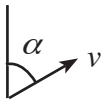
අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම්, 97%ක් පිළිතුරු සපයා ඇති ප්‍රශ්නයයි. එමෙන්ම A කොටසේ ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන්, පහසුතාව වැඩිම ප්‍රශ්නය ද මෙය ම වේ. මෙහි පහසුතාව 77%කි. තිරසට හා සිරසට චලිත සමීකරණවල සෘජු යෙදීම් ඇසුරෙන් පිළිතුර කරා එළඹීමට හැකිවීම නිසා බොහෝ අපේක්ෂකයන් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 75% ක්ම ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු 25 ම ලබා තිබිණි.

2 වන ප්‍රශ්නය

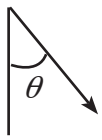
2. පළල b වූ වැන් රථයක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවට සමාන්තරව එහි ගැවී නොගැවී ගමන් කරයි. පිරිමි ළමයෙක් වැන් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ සිට පාරට බැස, වැන් රථයේ චලිත දිශාව සමග α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට v ($< u \sec \alpha$) ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. ළමයා, වැන් රථයෙහි නොහැපී, යන්තමින් බේරෙයි නම්, $bu = (b \cos \alpha + d \sin \alpha) v$ බව පෙන්වන්න.

B - පිරිමි ළමයා
V - වැන් රථය



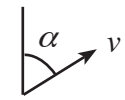
$Vel\,(B, E)$ = 

$Vel\,(V, E)$ =

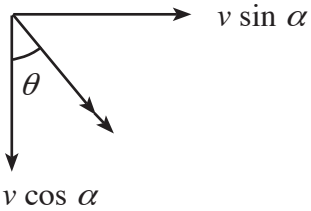
$Vel\,(B, V)$ = 

5

$Vel\,(B, V) = Vel\,(B, E) + Vel\,(E, V)$ **5**

= 

+

= 

5

$$\tan\theta = \frac{v \sin\alpha}{u - v\cos\alpha}$$ **5**

$$\Rightarrow \quad \frac{b}{d} = \frac{v \sin\alpha}{u - v\cos\alpha}$$ **5**

$$\Rightarrow \quad bu = (b\cos\alpha + d\sin\alpha)\, v$$

25

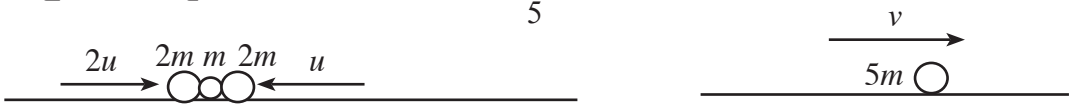
---

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 83%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබුණ ද ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 26% තරම් පහළ මට්ටමක පැවතිණි. පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 41%ක්ම එම පිළිතුරු සඳහා ලකුණු කිසිවක් ලබා නොතිබීම ඊට බලපෑ ප්‍රධාන හේතුවකි. මුළු ලකුණ 25ම ලබාගත හැකිව තිබුණේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 15%කට පමණි. බොහෝ අයදුම්කරුවන් දී ඇති ප්‍රශ්නය කියවා එයට අදාළ රූප සටහන ඇඳ ප්‍රවේගවල දිශා නිවැරදිව දැක්වීමට අපොහොසත් වී තිබිණි. සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය නිවැරදිව යෙදූ අයදුම්කරුවන් වුව ද පිළිතුර ලෙස ව්‍යුත්පන්න කරගත යුතුව තිබූ ප්‍රකාශය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබිණි. "ළමයා රථයේ නොහැපී යාන්තමින් බේරෙන අවස්ථාව" ට අනුරූප සම්බන්ධතා ගොඩනැඟීමේ හැකියාව අයදුම්කරුවන් තුළ අඩුවීම ද මීට හේතුව ලෙස සැලකිය හැකිය.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසල ව ඇත. එක එකක ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා $2u$ වේගවලින්, නිසල ව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමග එකවිට ගැටී හා වේ. ගැටුම්වලට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා, ගැටුම් නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{23}{5}mu^2$ බව පෙන්වන්න.



පද්ධතියට $\mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$ යෙදීමෙන්,

$\longrightarrow \quad 0 = 5mv - (2m \times 2u - 2mu)$ **(10)**

$\therefore \quad v = \frac{2u}{5}$ **(5)**

$\Delta T = \frac{1}{2}(5m)v^2 - \frac{1}{2}(2m)(2u)^2 - \frac{1}{2}(2m)u^2$ **(5)**

$= \frac{1}{2}(5m)\left(\frac{2u}{5}\right)^2 - 4mu^2 - mu^2$

$= \frac{2mu^2}{5} - 5mu^2 = -\frac{23}{5}mu^2$ **(5)**

$\therefore$ චාලක ශක්ති හානිය $= \frac{23}{5}mu^2$ **25**

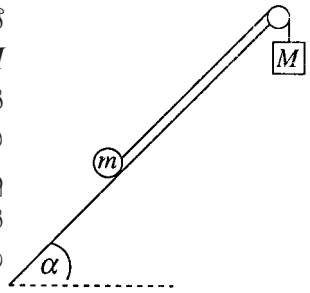
---

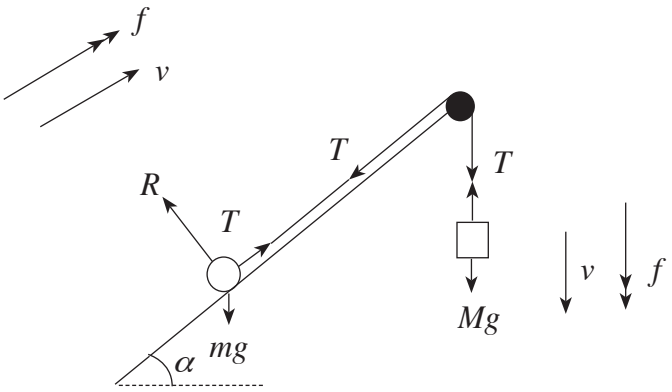
3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 95%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 59%ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය තෝරා ගනු ලැබීම අතින් මෙන්ම පහසුතාව අතින් ද දෙවෙනි වන්නේ පළමුවන ප්‍රශ්නයට පමණි. බොහෝ අපේක්ෂකයන් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. ගැටුමට සම්බන්ධ වන්නේ අංශු 3ක් නමුත් වැරදී සහගත ලෙස අංශු 2ක් බැගින් වෙන වෙනම සැලකීම නිසා සමහර අපේක්ෂකයන්ට නිවැරදි පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. මෙයට හේතු වී ඇත්තේ ප්‍රශ්නය අවධානයෙන් යුතුව කියවා එහි දී ඇති තොරතුරු නිවැරදිව අවබෝධ කර ගෙන නොසිටීම ය. නිවැරදි පිළිතුර ලබා ගැනීම සඳහා මුළු පද්ධතියම එකවර සලකා ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය යෙදීම වෙනුවට, ක්ෂණික සිදුවීමක් නිසා, $\mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$, එනම් "ආවේගය, ගම්‍යතා පරිවර්තනයට සමාන වේ" යන්න සලකා සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා අනතුරුව චාලක ශක්ති හානිය ගණනය කළ යුතු වේ.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත නිසලව ඇති අතර එය, තලයේ ඉහළ ම කෙළවරෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින්, නිදහසේ එල්ලෙන M ($M > m \sin \alpha$) ස්කන්ධයකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි, M ස්කන්ධය කප්පිය ආසන්නයේ තබා ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ තන්තුව තදව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුව තලය දිගේ ඉහළට d දුරක් චලනය වූ විට එහි වේගය v යන්න $(M + m)\, v^2 = 2\, gd\, (M - m \sin\alpha)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.





5

$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්,

(m) ↗ $T - mg \sin \alpha = mf$ **5**

(M) ↓ $Mg - T = Mf$ **5**

$\therefore f = \dfrac{(M - m\sin\alpha)g}{(M + m)}$ **5**

(m) ↗ $v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්, $v^2 = 2(f)(d) = 2\, \dfrac{(M - m\sin\alpha)}{(M + m)}\, gd$

$\Rightarrow (M + m)v^2 = 2gd\,(M - m\sin\alpha)$ **5** **25**

විකල්ප විසඳුම

ඉහත රූප සටහනට **5**

ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්, $\dfrac{1}{2}Mv^2 + \dfrac{1}{2}mv^2 = Mgd - mgd\sin\alpha$ **15**

$= (M - m\sin\alpha)gd$

$\Rightarrow (M + m)v^2 = 2gd\,(M - m\sin\alpha)$ **5** **25**

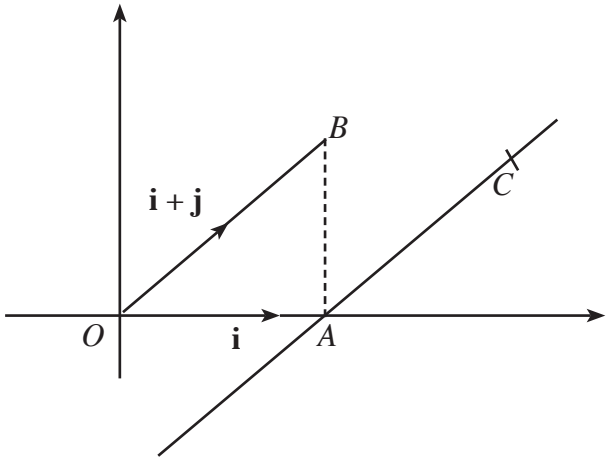
---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි ද පහසුතාව 59%කි. ඔවුන් අතුරෙන් ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය 20%ක් පමණ වුවත් උපරිම ලකුණු 25 බැගින් ලැබූ ප්‍රතිශතය ද 44%ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයට අදාළ රූපසටහනේ බල සියල්ල ලකුණු කර නොතිබීම හේතුවෙන් රූපසටහනට අදාළ ලකුණු ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබීම ද ඊට හේතුවකි. සමහර අයදුම්කරුවන් m සහ M ස්කන්ධ සඳහා එකිනෙකට වෙනස් විශාලත්ව සහිත ත්වරණ දෙකක් සැලකීම නිසා ද නිවැරදි පිළිතුරු ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබිණි. මෙවැනි අඩුපාඩු වළක්වා ගනු ලැබිණි නම් වඩා පහසුවෙන් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ඉක්මනින් ලබා ගත හැකිව තිබූ ප්‍රශ්නයකි.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{i}+\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු A හරහා OB ට සමාන්තර සරල රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = (1+\lambda)\,\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වේ. OB ට BC ලම්බ වන පරිදි වූ λ හි අගය සොයන්න.



$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{AC} = \lambda(\mathbf{i}+\mathbf{j})$, මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ (5)

$\therefore \overrightarrow{OC} = \mathbf{i} + \lambda(\mathbf{i}+\mathbf{j})$

$= (1+\lambda)\,\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j}$ (5)

$BC \perp OB \Rightarrow \overrightarrow{BC} \,.\, \overrightarrow{OB} = 0$ ..... (1) (5)

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$

$= -\mathbf{i} - \mathbf{j} + (1+\lambda)\,\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j}$

$= \lambda\mathbf{i} + (\lambda - 1)\mathbf{j}$ (5)

(1) න්

$[\lambda\mathbf{i} + (\lambda-1)\mathbf{j}] \,.\, (\mathbf{i}+\mathbf{j}) = 0$

$\Rightarrow \lambda + (\lambda - 1) = 0$

$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}$ (5)

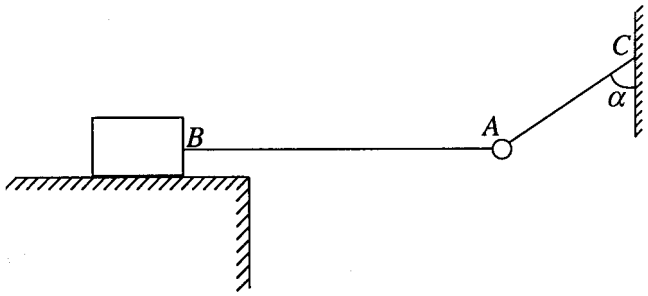
25

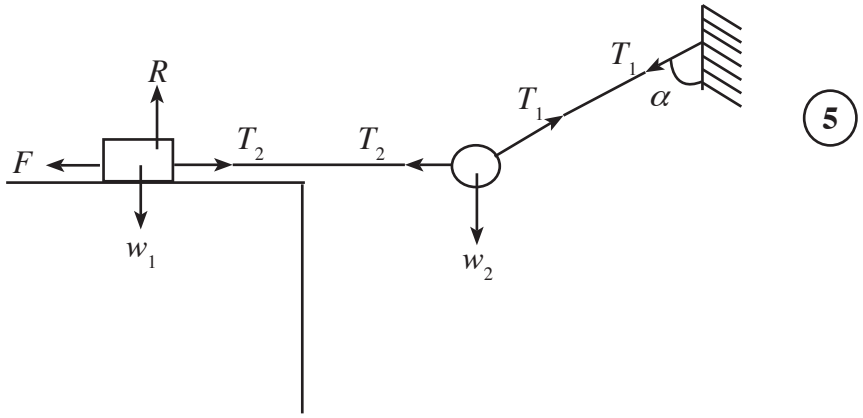
5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 75%ක් පමණක් පිළිතුරු සපයන ලද ප්‍රශ්නයකි. පහසුතාවද 22% තරම් අඩු අගයකි. දුෂ්කරතාව අතින් දෙවෙනි වන්නේ 10වෙනි ප්‍රශ්නයට පමණි. පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් ද 53%ක්ම කිසිදු ලකුණක් ලබා නොමැත. ලකුණු 25ම ලබා ඇත්තේ 15%ක තරම් අඩු පිරිසකි. සංකේතාත්මකව දෛශික නිරූපණය කිරීම නිවැරදි නොවීම ද දෛශික දෙකක් සමාන්තර වීම සඳහා අවශ්‍යතාව වීජීය ලෙස දැක්වීමට නොහැකිවීම ද නිසා පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. **BC** දෛශිකය **i** සහ **j** ඇසුරින් නිවැරදිව ලියා ගැනීමට අපොහොසත් වීමත් දෛශික දෙකක් එකිනෙකට ලම්බවීම සඳහා එම දෛශික දෙකෙහි අදිශ ගුණිතය ශූන්‍ය විය යුතු බව භාවිත නොකිරීමත් නිසා ප්‍රශ්නයෙහි පසු කොටසෙහි ලකුණු වැඩි ප්‍රමාණයක් බොහෝ අයදුම්කරුවන් අහිමි කරගෙන තිබීම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව අඩුවීමට හේතු විය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. රළු තිරස් මේසයක් මත නිසල ව ඇති බර w_1 වූ ලී කුට්ටියක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය BC තන්තුවකින් සිරස් බිත්තියක් මත පිහිටි කුඩා අචල ඇණයකට රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ A ලක්ෂ්‍යයකදී බර w_2 වූ අංශුවක් ගැටගසා ඇත්තේ CA යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන පරිදි ය. AB කොටස තිරස් නම් සහ කුට්ටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම්, $\mu w_1 = w_2 \tan\alpha$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු කුට්ටිය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.





5

w_1 ↑ $R = w_1$ — 5

$F = \mu R = \mu w_1$ — 5

පද්ධතියට → $T_1 \sin\alpha = F$

w_2 ↑ $T_1 \cos\alpha = w_2$ — 5

$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{F}{w_2}$

$\Rightarrow w_2 \tan\alpha = \mu w_1$ — 5

25

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 86%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 52%කි. බල තුනක් යටතේ ඇති අංශුවක සමතුලිතතාවත්, ඝර්ෂණය යටතේ වස්තුවක සීමාකාරී සමතුලිතතාවත් සලකා පිළිතුරු සැපයිය යුතු සරල ප්‍රශ්නයකි. කෙටි පියවර කිහිපයකින් අවසාන පිළිතුර කරා පහසුවෙන් ළඟා විය හැකි වේ. එහෙත් රූපසටහනේ නිවැරදිව බල ලකුණු නොකිරීම නිසා එයට හිමි ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. තන්තු දෙකෙහිම ආතති සමාන ලෙස ගැනීම නිසා ද දී ඇති පිළිතුර ගොඩනඟා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. සමතුලිතතාව යටතේ එන මූලික සිද්ධාන්ත ඇසුරෙන් පිළිතුරු සැපයිය හැකිව තිබූ සරල ප්‍රශ්නයකි.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයක අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(B \cup C) = \frac{1}{2}$ හා $P(C \cup A) = \frac{2}{3}$ යන සම්භාවිතා එකවිට තිබිය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

නොහැකි ය. (5)

A හා B අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිසා,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{1}{2}$ ..... (1)

එලෙසම, $P(B) + P(C) = \frac{1}{2}$ ..... (2)

හා $P(C) + P(A) = \frac{2}{3}$ ..... (3) (5)

$(1) + (2) + (3) \Rightarrow$

$2[P(A) + P(B) + P(C)] = \frac{5}{3}$

$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = \frac{5}{6}$ ..... (4) (5)

A, B හා C නිරවශේෂ සිද්ධි බැවින්,

$A \cup B \cup C = \Omega$

$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = P(\Omega) = 1$ ..... (5) (5)

(4) හා (5) සමාන නොවන බැවින් ඉහත සම්භාවිතා සපුරාලන පරිදි

A, B හා C සිද්ධි පැවතිය නොහැකිය. (5)

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 77%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ නමුත් පහසුතාව 23% තරම් අඩු අගයක් සහිත ප්‍රශ්නයකි. ප්‍රශ්නයට පාදක වූ "අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි" සහ "නිරවශේෂ සිද්ධි" යන සංකල්ප පිළිබඳව නිවැරදි අවබෝධයක් අයදුම්කරුවන් තුළ නොතිබීම මීට හේතුවයි. එම සංකල්ප නිවැරදිව වටහා ගැනීමත් ඒ ඇසුරෙන් ගණිතමය ප්‍රකාශන / සම්බන්ධතා ගොඩනගා ගැනීමත් පිළිබඳ තරමක් ඉහළ ගණයේ හැකියා මැනෙන බැවින් මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට දුෂ්කර වී තිබේ.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A\backslash B) = P(A\backslash B')$ නම් A හා B ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න; මෙහි B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

$P(A\backslash B) = P(A\backslash B')$ නම්,

$$\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A\cap B')}{P(B')} \qquad [P(B) \neq 0,\ P(B') \neq 0] \qquad (5)$$

$$= \frac{P(A) - P(A\cap B)}{1 - P(B)} \qquad [P(B) \neq 0, 1 \text{ එනම් } 0 < P(B) < 1] \qquad (5)$$

$$\Rightarrow P(A\cap B) - P(B)\,P(A\cap B) = P(A)\,P(B) - P(B)\,P(A\cap B) \qquad (5)$$

$$\Rightarrow P(A\cap B) = P(A)\,P(B) \qquad (5)$$

$\therefore A$ හා B ස්වායත්ත වේ. (5)

25

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 80%ක් පමණ පිළිතුරු සපයන ලද මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 41%කි. සිද්ධි දෙකක අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව හා ස්වායත්තතාව පිළිබඳ නිවැරදි අවබෝධයක් නොතිබීම නිසා මෙන්ම දී ඇති සිද්ධියක අනුපූරක සිද්ධියෙහි සම්භාවිතාව පිළිබඳ නිවැරදි අදහසක් නොවීම නිසා ද බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ අටෙහි මධ්‍යන්‍යය හා මාතය පිළිවෙළින් 4 හා 6 වේ.

$$2,\ 3,\ 6,\ 2,\ 1,\ x,\ y,\ z$$

මෙහි x, y හා z තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. x, y හා z හි අගයන් සොයා, නිරීක්ෂණ අටෙහි සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

මධ්‍යන්‍යය 4 බැවින්,

$2 + 3 + 6 + 2 + 1 + x + y + z = 4 \times 8$

$\therefore\ x + y + z = 32 - 14 = 18$ ..... (1) (5)

මාතය 6 බැවින් අඥාත 3න් 2ක් වත් 6 විය යුතුය. (5)

(1) ට අනුව අනෙක් අඥාතය ද 6 විය යුතුය. (5)

$\therefore\ x = y = z = 6$

සම්මත අපගමනය $= \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{4 + 1 + 4 + 4 + 9 + 3\times 4}{8}}$ (5)

$= \sqrt{\dfrac{34}{8}} = \dfrac{\sqrt{17}}{2}$ (5) **25**

---

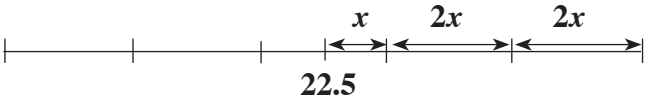
9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 81%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ නමුත් පහසුතාව 37%කට සීමා වී ඇති ප්‍රශ්නයකි. දෙන ලද සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ප්‍රධාන වශයෙන් පදනම් කර ගත්, එම සංකල්පවලට අදාළ මූලික සූත්‍ර දන්නේ නම් පහසුවෙන් පිළිතුරු සැපයිය හැකිව තිබූ ප්‍රශ්නයකි. පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් බහුතරයක් x, y හා z හි අගය නිවැරදිව සොයා තිබුණු නමුත් සම්මත අපගමනය ගණනය කිරීමට අපොහොසත්ව තිබිණි. මේ නිසා ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව පහළ අගයකට සීමා වී තිබේ.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. සංඛ්‍යාත වගුවකට පළලින් සමාන පන්ති ප්‍රාන්තර පහක් ඇත. තෙවන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය 22.5 වේ. පස්වන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ උඩත් පන්ති මායිම 40 වේ. පළමුවන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිට අනුපිළිවෙළින් පන්ති ප්‍රාන්තරවල සංඛ්‍යාත 7, 19, 27, 15 හා 2 වේ. ව්‍යාප්තියේ මාතය ගණනය කරන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම (පළල) $= 2x$ යයි ගනිමු.



$\therefore\ 5x = 40 - 22.5$ (5)

$x = 3.5$ (5)

මාතය ඇතුළත් වන්නේ 3 වන පන්ති ප්‍රාන්තරය වන 19 - 26 ට ය. (5)

$\therefore$ මාතය $= 19 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) C$, මෙහි $\Delta_1 = 27 - 19 = 8, \Delta_2 = 27 - 15 = 12, C = 7$ (5)

$= 19 + \frac{8}{20} \times 7$

$= 21.8$ (5)

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙය අයදුම්කරුවන්ගෙන් අඩුම ප්‍රතිශතයක් එනම් 67%ක් පමණක් තෝරා ගනු ලැබ ඇති ප්‍රශ්නයයි. එලෙසම පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය ද මෙයයි. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 6%කට සීමා වී තිබේ. ප්‍රශ්නයෙහි අරමුණ වී ඇත්තේ දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය හඳුනා ගෙන එම ව්‍යාප්තියෙහි මාතය ගණනය කිරීමයි. එම ව්‍යාප්තියේ මාතය ගණනය කිරීමට යොදා ගත යුතු සූත්‍රය දැන සිටි අයදුම්කරුවන් විසින් කළ යුතුව තිබුණේ එම සූත්‍රයෙහි අඩංගු එක් එක් රාශිය දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් අනාවරණය කර ගැනීමයි. ඒ අනුව එම සූත්‍රයෙහි C මගින් අංකනය කර ඇති රාශිය, එනම් ප්‍රාන්තරයක පළල, මුලින් සොයා ගත යුතුව තිබිණි. අවසන් පිළිතුර නිවැරදිව ලබාගත හැකි වන්නේ එම පූර්ව අවශ්‍යතා සපුරාගත් අයදුම්කරුවන්ට පමණි. මෙහිදී පිළිතුර කරා ළඟා විය හැකි මාර්ගය නිවැරදිව අවබෝධ කරගෙන නොතිබීම සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා නොගැනීමට හේතුවක් වී තිබිණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11.(*a*) අංශුවක්, අචල දෘඪ තිරස් ගෙබිමක වූ ලක්ෂ්‍යයකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්වය යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ වේ.

(i) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1 + e + e^2)$ බව පෙන්වන්න.

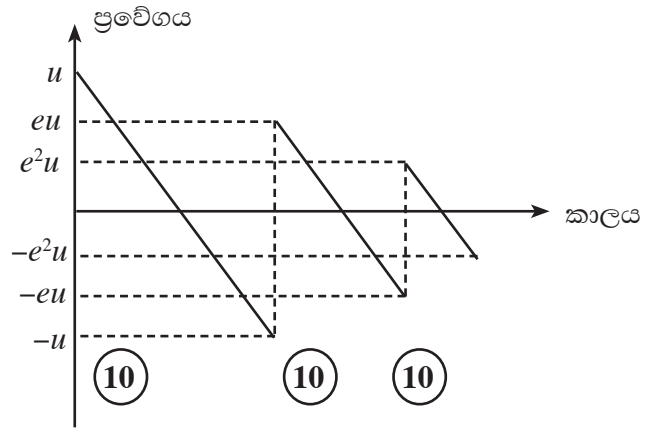
(iii) නිශ්චලතාවට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1-e)}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(*b*) මුළු ස්කන්ධය මෙට්රික් ටොන් 300ක් වූ දුම්රියක්, එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර, තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ ආනතියක් ඇති සෘජු දුම්රිය මාර්ගයක් දිගේ පහළට නියත වේගයෙන් චලනය වේ. දුම්රියේ ඉහළට චලිතය කෙරෙහි ඝර්ෂණ ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය, පහළට චලිතයේදී වූ නියත අගයේම පවතියි නම්, දුම්රිය නියත $54\ \text{km h}^{-1}$ වේගයකින් එම දුම්රිය මාර්ගයේ ම ඉහළට ඇදගෙන යාම සඳහා අවශ්‍ය ජවය $900\ \text{kW}$ බව පෙන්වන්න.

දුම්රිය සෘජු තිරස් මාර්ගයක, කලින් තිබුණු විශාලත්වයම ඇති ප්‍රතිරෝධයක් සහිතව $18\ \text{km h}^{-1}$ ක වේගයකින් ගමන් කරන විට එන්ජිම මෙම ජවය සහිත ව ක්‍රියා කරන බව උපකල්පනය කරමින් දුම්රියෙහි ත්වරණය සොයන්න.

[ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.]

(*a*) (i)



(ii) පළමුවන ගැටුම සඳහා ගතවන කාලය T_1 යැයි ගනිමු.

$T_1/2 = u/g \Rightarrow T_1 = 2u/g$ **(5)**

පළමුවන ගැටුමේ සිට දෙවන ගැටුම දක්වා කාලය

$T_2 = 2eu/g$ **(5)**

දෙවන ගැටුමේ සිට තුන්වන ගැටුම දක්වා කාලය

$T_3 = 2e^2u/g$ (5)

තුන්වන ගැටුම දක්වා ගතවන මුළු කාලය $= T_1 + T_2 + T_3 = \frac{2u}{g}(1 + e + e^2)$ (5)

(iii) අංශුවට නිශ්චලතාවට පත්වීම සඳහා ගතවන කාලය

$= T_1 + T_2 + T_3 + \ldots$ (5)

$= \frac{2u}{g}(1 + e + e^2 + e^3 + \ldots)$ (5)

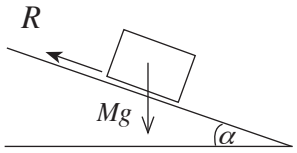
$= \frac{2u}{g}\sum_{r=0}^{\infty} e^r$ (5)

$= \frac{2u}{g}\frac{1}{(1-e)}$ (5)

$= \frac{2u}{g(1-e)}$

70

(*b*) දුම්රියේ ස්කන්ධය $M = 300\,000$ kg



$\sin\alpha = \frac{1}{98}$ (5)

දුම්රිය ආනත තලය ඔස්සේ නියත ප්‍රවේගයෙන් පහළට චලනය වේ.

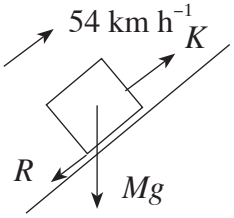
↘ $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්,

$Mg\sin\alpha - R = 0$ (10)

$300\,000 \times 9.8 \times \frac{1}{98} - R = 0$

$R = 30\,000$ N (5)

උඩු අත් චලිතය සඳහා



$V = 54$ km h^{-1} $= \frac{54 \times 1000}{60 \times 60}$

$V = 15$ ms^{-1} (5)

ප්‍රකර්ෂණ බලය K යැයි ගනිමු. ↗ $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$K - R - Mg\sin\alpha = 0$ (10)

$P = FV$ යෙදීමෙන්

ජවය, $P = (R + Mg \sin \alpha)\ V$

$= (30\ 000 + 30\ 000) \times 15 = 900\ 000$

$= 900$ kW (5)

40

ප්‍රවේගය $V = 18\ \text{km h}^{-1} = \frac{18\ 000}{60 \times 60}\ \text{m s}^{-1}$ (5)

$= 5\ \text{m s}^{-1}$

ප්‍රකර්ෂණ බලය $= \frac{P}{V}$

$= \frac{900\ 000}{5}$ N (10)

$= 180\ 000$ N (5)

⟶ $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$180\ 000 - 30\ 000 = 300\ 000 \times a$; මෙහි a යනු ත්වරණය වේ. (10)

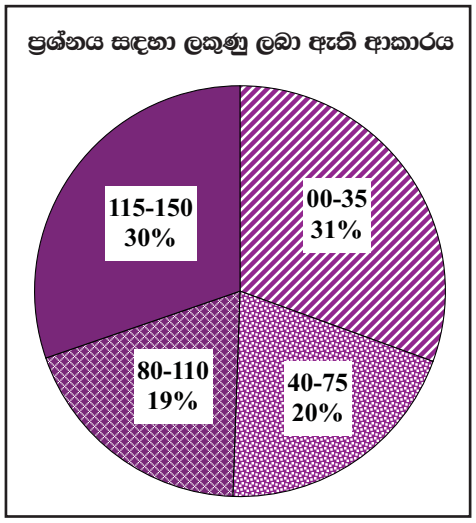
ත්වරණය $= \frac{150\ 000}{300\ 000}$ (5)

$a = \frac{1}{2}\ \text{m s}^{-2}$ (5)

40

---

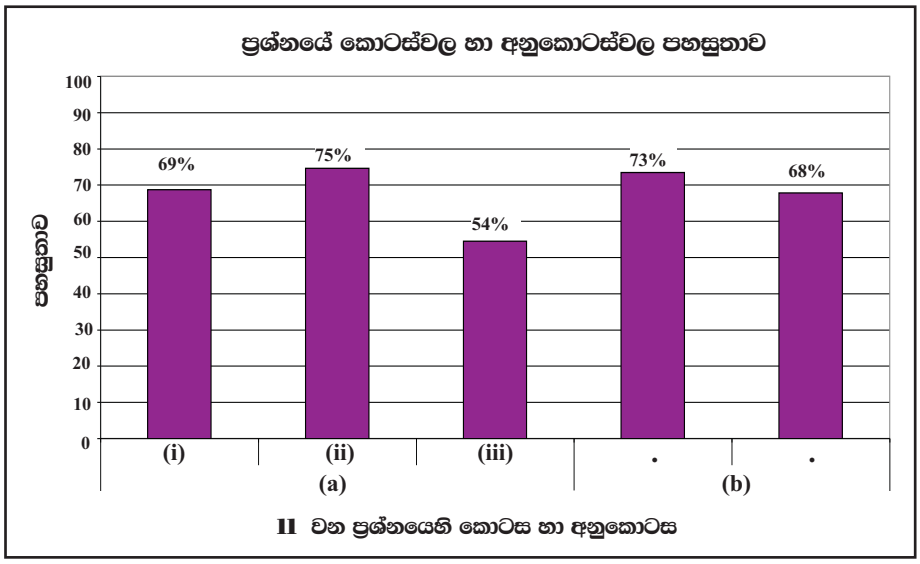
11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 96%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 31%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 19%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 30%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



II වන ප්‍රශ්නයෙහි කොටස හා අනුකොටස

මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් හා අනුකොටස් පහකින් යුක්ත වේ. ඒවා අතුරෙන් (a) (ii) අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර (a) (iii) අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වේ. එම අනුකොටස්වල පහසුතා පිළිවෙළින් 75%ක් හා 54% වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 69%කි.

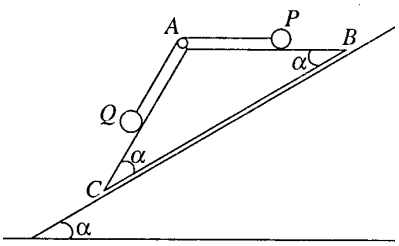
මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටස, ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය හා සරල ගැටුම් ඇසුරෙන් ද (b) කොටස කාර්යය හා ජවය ඇසුරෙන් ද සකස් කර තිබිණි. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 66%ක් වන අතර (b) කොටසෙහි පහසුතාව 71%ක් වේ.

(a) (i) අනුකොටස සඳහා සමහර අයදුම්කරුවන් ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය නිවැරදිව ඇඳ තිබුණ ද එක් එක් චලිත කොටසෙහි ආරම්භක හා අවසාන ප්‍රවේග ප්‍රස්තාරයේ ලකුණු කර නොතිබිණි. බෙහෝ අයදුම්කරුවන් තුන්වන ගැටුම තෙක් අංශුව ගන්නා කාලය නිවැරදිව ලබාගෙන තිබීම නිසා එම කොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වී තිබිණි. (iii) වන කොටස සඳහා පිළිතුර ලබා ගැනීමේදී එය පොදු අනුපාතය e වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේඩියක් බව හඳුනා ගෙන නොතිබීම පිළිතුරු පහසුවෙන් හා නිවැරදිව නොලැබීමට හේතුවක් වී තිබිණි.

(b) මුල් අනුකොටසේදී ප්‍රවේගයෙහි ඒකක පරිවර්තනය නොසලකා හැර තිබීම, ප්‍රශ්නයට අදාළ සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා නොගැනීමට හේතුවක් වී තිබිණි. ගුරුත්වජ ත්වරණය සඳහා ප්‍රශ්නය යටතේ දී ඇති $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ වෙනුවට $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ යොදා ගැනීම ද නිවැරදි පිළිතුර නොලැබීමට හේතු වී තිබිණි. දෙවන අනුකොටසේදී ද ප්‍රවේගයෙහි ඒකක පරිවර්තනය නොසලකා හරිනු ලැබීම නිවැරදි පිළිතුර කරා එළඹීමට බාධා වී තිබිණි.

12 වන ප්‍රශ්නය

12.(*a*) ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ සිරස්කඩකි. AC හා BC රේඛා අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා වන අතර BA හා AC රේඛා BC සමඟ සමාන $\alpha\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{4}\right)$ කෝණ සාදයි. තිරසට α කෝණයක ආනතියකින් යුතු අචල සුමට තලයක් මත BC අන්තර්ගත මුහුණත ඇතිව ද, AB තිරස්ව ද කුඤ්ඤය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m_1 හා m_2 වන P හා Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙළින් AB හා AC මත තබා, A ශීර්ෂයෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙහි සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



එක් එක් අංශුවේ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව ත්වරණයත්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් නිර්ණය කිරීම සඳහා P අංශුවට BA දිගේ ද, Q අංශුවට AC දිගේ ද, මුළු පද්ධතියට BC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

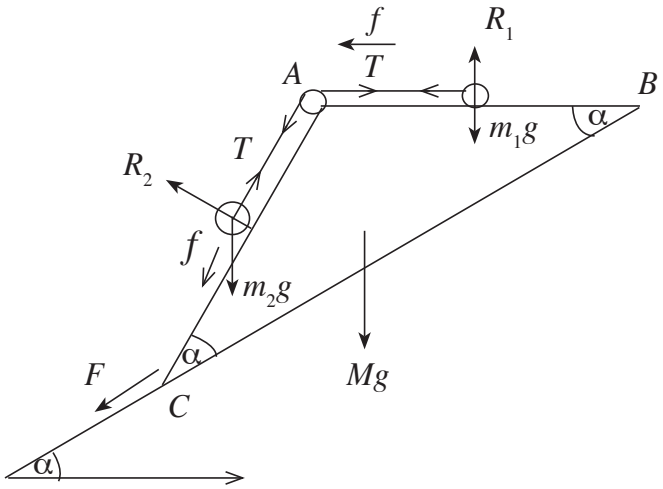
$m_1 = m_2$ නම්, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය ශූන්‍ය වන බව ද, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $g\sin\alpha$ බව ද පෙන්වන්න.

(*b*) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අචල ගෝලයක සුමට බාහිර පෘෂ්ඨයේ ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ඇත. ස්කන්ධය $2m$ වූ වෙනත් Q අංශුවක් තිරස්ව u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් P සමඟ සරල ලෙස ගැටෙයි. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

OP අරය θ කෝණයකින් හැරී ඇති විට තවමත් P අංශුව ගෝලය සමඟ ස්පර්ශව ඇතැයි උපකල්පනය කරමින්, P අංශුව මත ගෝලය මගින් ඇති කෙරෙන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{m}{a}\left[\, ga(3\cos\theta - 2) - u^2 \,\right]$ බව පෙන්වන්න.

$u = \sqrt{ga}$ නම්, Q සමඟ ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුව ගෝලීය පෘෂ්ඨය හැර යන බව ද පෙන්වන්න.

(*a*)



බල සඳහා **10**

acc (*W*, *E*) = $\overset{\alpha}{\searrow}$ *F*

acc (*P*, *W*) = *f* ←

acc (*Q*, *W*) = $\overset{2\alpha}{\searrow}$ *f*

10

acc (*P*, *E*) = *f* ← $\overset{\alpha}{\searrow}$ *F*

acc (*Q*, *E*) = $\overset{\alpha}{\searrow}$ *F* $\overset{\alpha}{\searrow}$ *f*

F = *m***a** යෙදීමෙන්,

P සඳහා ← $T = m_1(f + F\cos\alpha)$ ..... (1) **10**

Q සඳහා $\overset{2\alpha}{\searrow}$ $m_2 g \sin 2\alpha - T = m_2(f + F\cos\alpha)$ ..... (2) **10**

පද්ධතිය සඳහා $\overset{\alpha}{\searrow}$

$(M + m_1 + m_2)\, g \sin\alpha = MF + m_1 (f\cos\alpha + F) + m_2 (f\cos\alpha + F)$..... (3) **10** **50**

$m_1 = m_2$

(1) + (2) ⟶ $m_1 g \sin 2\alpha = m_1 2(f + F\cos\alpha)$

$f + F\cos\alpha = g \sin\alpha \cos\alpha$ ..... (4) **5**

(3) ⇒ $(M + 2m_1)\, g \sin\alpha = MF + 2m_1 (F + f\cos\alpha)$

$= (M + 2m_1) F + 2m_1 f\cos\alpha$ **5**

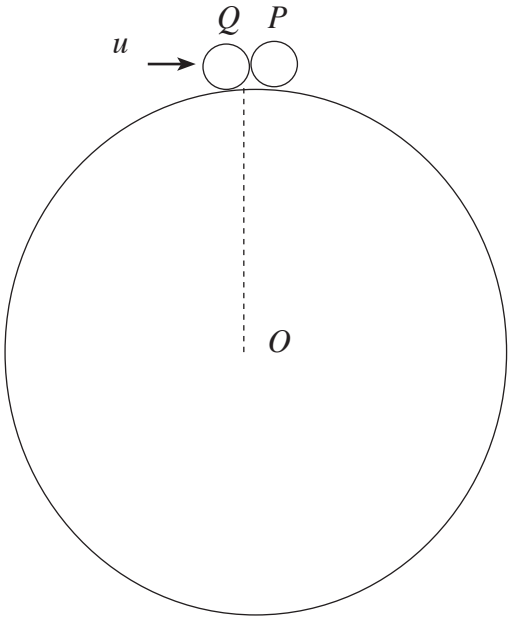
$g \sin\alpha = F + \dfrac{2m_1}{M + 2m_1} f\cos\alpha$ ..... (5) **5**

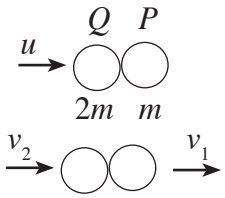
(4) + (5) $\cos\alpha \Rightarrow f = \dfrac{2m_1}{M + 2m_1} f\cos^2\alpha$ **5**

$Mf + 2m_1 \sin^2\alpha f = 0 \Rightarrow f = 0$ **5**

දැන් (5), ⇒ $F = g \sin\alpha$ **25**

(*b*)





$\mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$ ⟶ අංශු සඳහා

$$0 = 2mv_2 + mv_1 - 2mu \qquad \textbf{(10)}$$

$$2v_2 + v_1 = 2u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

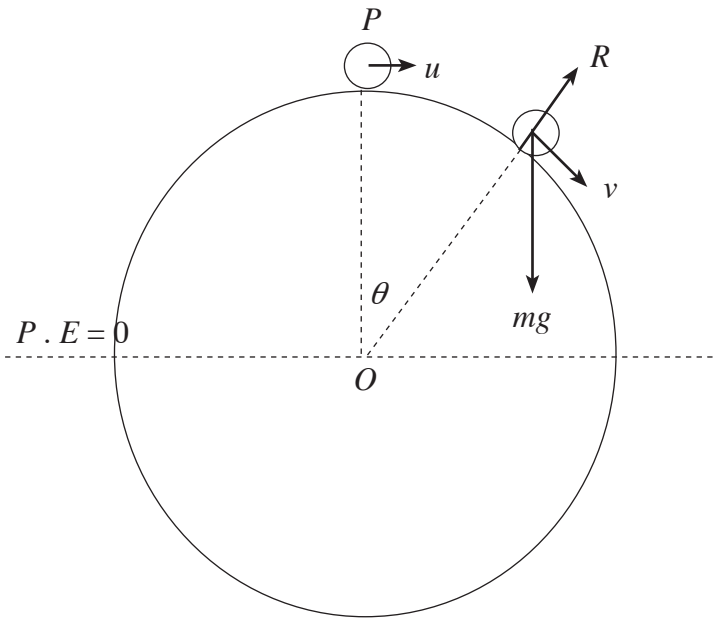
නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$$v_1 - v_2 = \frac{1}{2}u \qquad \textbf{(10)}$$

$$2v_1 - 2v_2 = u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow v_1 = u \qquad \textbf{(5)}$$

25



(5)

ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්

$\frac{1}{2}mv^2 + mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 + mga$ **(15)**

$V^2 = u^2 + 2ga(1 - \cos\theta)$

F = *m***a** යෙදීමෙන්,

$$R - mg\cos\theta = -\frac{mv^2}{a} \quad \textbf{(10)}$$

$$R = mg\cos\theta - \frac{m}{a}\left[u^2 + 2ga(1-\cos\theta)\right] \quad \textbf{(5)}$$

$$= \frac{m}{a}\left[ga\cos\theta - u^2 - 2ga(1-\cos\theta)\right]$$

$$= \frac{m}{a}\left[3ga\cos\theta - 2ga - u^2\right] \quad \textbf{(5)}$$

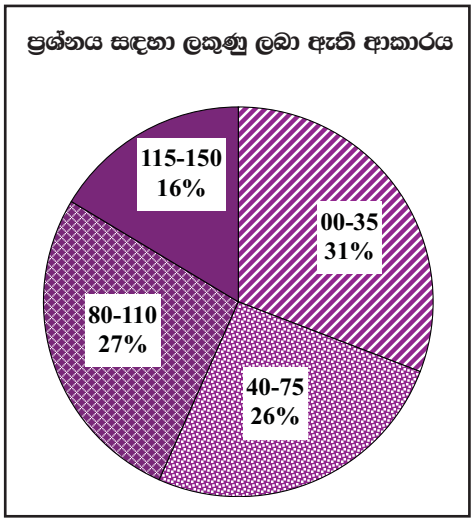
$$= \frac{m}{a}\left[ga\left(3\cos\theta - 2\right) - u^2\right]$$

$u = \sqrt{ga}$ සහ $\theta = 0 \Rightarrow R = 0$ **(5)**

$\therefore$ ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුව පෘෂ්ඨය හැර යයි. **(5)** **50**

---

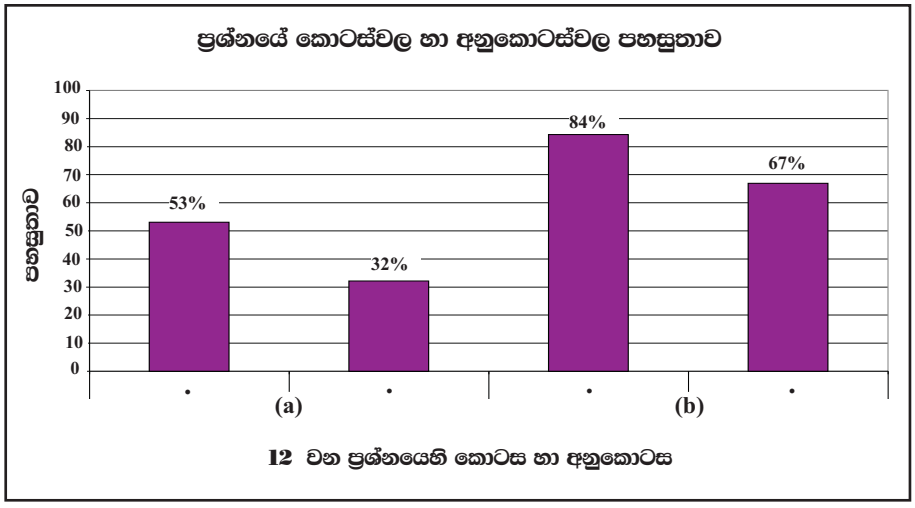
12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 93%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 31%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80- 110 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



12 වන ප්‍රශ්නයෙහි කොටස හා අනුකොටස

(a) හා (b) කොටස් දෙක යටතේ අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත මෙම ප්‍රශ්නයෙහි වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසට වන අතර අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසට වේ. එම කොටස්වල පහසුතා පිළිවෙළින් 84% හා 32% වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 59% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත (a) හා (b) නම් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) කොටස යටතේ ඇති අනුකොටස් දෙකෙහිම පහසුතා (b) කොටස යටතේ ඇති අනුකොටස් දෙකෙහිම පහසුතාවලට වඩා අඩුවේ. (a) හා (b) කොටස් දෙකෙහි බර තැබීම සමාන වන සේ කොටස් දෙකටම ලකුණු 75 බැගින් දී ඇත. එහෙත් (a) කොටසෙහි පහසුතාව 46%ක් වන විට (b) කොටසෙහි පහසුතාව 73%කි.

(a) කොටසෙහි දී ඇති රූප සටහනේ බල ලකුණු කිරීමේදී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා ලකුණු නොකිරීම නිසා රූපසටහනට හිමි ලකුණු 10 ලැබී නොතිබුණි. ප්‍රශ්නයෙහි දී ඇති දිශාවලට චලිත සමීකරණ නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් නිවැරදි පිළිතුර කරා ළඟාවීමට බොහෝ දෙනකුට නොහැකි වී තිබිණි. ප්‍රශ්නයෙහි දෙවන කොටසට පිළිතුර ලබා ගැනීම සඳහා $m_1 = m_2$ බව, (1), (2), (3) සමීකරණවල පළමුව ආදේශ කර නොගැනීම හේතුවෙන් ද නිවැරදි පිළිතුරට ළඟාවීමට නොහැකි වී තිබිණ.

(b) කොටසෙහි ප්‍රශ්නයෙහි මුල් කොටසට බොහෝ අයදුම්කරුවන් සාර්ථකව පිළිතුරු දී තිබුණි. ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සෙවීමෙන් පසු $u = \sqrt{ga}$ නම්, Q සමඟ ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුව ගෝලීය පෘෂ්ඨය හැර යන බව පෙන්විය යුතුව තිබුණ ද බොහෝ අයදුම්කරුවන් P අංශුව ගෝලීය පෘෂ්ඨය හැර යන මොහොතේදී $u = \sqrt{ga}$ බව පෙන්වා තිබීම හේතුවෙන් ලකුණු ලබා ගෙන නොතිබිණි. අසනු ලබන ප්‍රශ්නයේ අවශ්‍යතාවලට අනුව පිළිතුරු සැපයීමට අයදුම්කරුවන් යොමු විය යුතුවේ.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ඇඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලෙන විට තන්තුවේ විතතිය $\frac{1}{3}$ වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, O ට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. O සිට l දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යය වෙත අංශුව ප්‍රථම වතාවට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

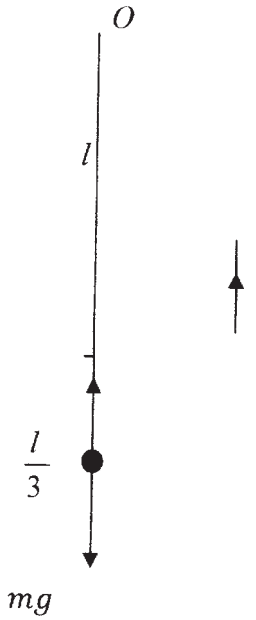
B යනු අංශුව ළඟා වන පහළ ම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා තන්තුවේ විතතිය x යන්න $\ddot{x} + \frac{3g}{l}\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = \frac{l}{3} + \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින්, α, β, ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, අංශුව A සිට B දක්වා යෙදෙන සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න.

මුදා හළ මොහොතේ සිට $\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right\}$ කාලයකට පසුව අංශුව B වෙත ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව B හි ඇතිවිට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.



ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ යැයි ගනිමු.

$$T_0 = \frac{\lambda\left(\frac{l}{3}\right)}{l} \qquad (5)$$

$$T_0 = mg$$

$$\frac{\lambda l}{3l} = mg$$

$$\lambda = 3mg \qquad (5)$$

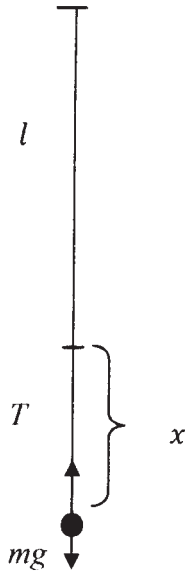
10

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 2g\left(\frac{l}{2}\right)$$

$$v = \sqrt{gl} \qquad (5)$$

05



$$T = \frac{\lambda x}{l} = \frac{3mgx}{l} \quad (5)$$

$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \downarrow$ $\quad mg - T = m\ddot{x}$ $\quad (10)$

$$mg - \frac{3mgx}{l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{3g\left(x - \frac{l}{3}\right)}{l} = 0 \; ; \quad x \geq 0 \quad (5)$$

20

$$x = \frac{l}{3} + \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$$

$t = 0$ වන විට $x = 0$ වේ. (5)

$0 = \frac{l}{3} + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{-l}{3}$ (5)

$\dot{x} = -\alpha\omega\sin\omega t + \beta\omega\cos\omega t$ (5)

$t = 0$ වන විට $\dot{x} = \sqrt{gl}$ වේ.

$\sqrt{gl} = \beta\omega$ (5)

$\ddot{x} = -\alpha\omega^2\cos\omega t - \beta\omega^2\sin\omega t$ (5)

$\frac{-3g\left(x - \frac{l}{3}\right)}{l} = -\alpha\omega^2\cos\omega t - \beta\omega^2\sin\omega t$ (5)

$\frac{-3g}{l}(\alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t) = -\omega^2(\alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t)$ (5)

$\therefore \omega^2 = \frac{3g}{l}$

එබැවින්, $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ (5) සහ $\beta = \sqrt{gl}\sqrt{\frac{l}{3g}} = \frac{l}{\sqrt{3}}$ (5)

45

දැන් $x = \frac{l}{3} + \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ නිසා

$x - \frac{l}{3} = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ (5)

සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය $x - \frac{l}{3} = 0$ මගින් දෙනු ලබයි. (5)

$\therefore\ x = \frac{l}{3}$

එබැවින් කේන්ද්‍රය C යන්න A සිට $\frac{l}{3}$ දුරක් පහළින් පිහිටයි.

10

විස්තාරය $= BC$

$t = t_1$ විට $\dot{x} = 0$ බැවින්, $-\alpha\omega\sin\omega t_1 + \beta\omega\cos\omega t_1 = 0$ (5)

(5)

$\Rightarrow \frac{l}{3}\sin\omega t_1 = -\frac{l}{\sqrt{3}}\cos\omega t_1$

$\tan\omega t_1 = -\sqrt{3}$

$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3}$ (5)

$t = t_1$ විට x සෙවීම :

$x = \frac{l}{3} - \frac{l}{3}\cos\omega t_1 + \frac{l}{\sqrt{3}}\sin\omega t_1$ (5)

$= \frac{l}{3} - \frac{l}{3}\cos\frac{2\pi}{3} + \frac{l}{\sqrt{3}}\sin\frac{2\pi}{3}$

$= \frac{l}{3} + \frac{l}{6} + \frac{l}{2}$

$= l$ (5)

$\therefore\ BC = l - \frac{l}{3} = \frac{2l}{3}$ (5)

30

ප්‍රථම වරට A වෙත ළඟාවීමට ගත් කාලය t_o යැයි ගනිමු.

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ↓ යෙදීමෙන්,

$u = 0,\ a = g,\ s = \frac{l}{2},\ t = t_o$

$\frac{l}{2} = \frac{1}{2}gt_o^2$ (5)

$t_o = \sqrt{\frac{l}{g}}$ (5)

B වෙත ළඟාවීමට ගුළු කාලය $= \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2\pi}{3\omega}$ (5)

$= \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{l}{3g}}$

$= \sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right)$ (5)

20

අංශුව B හි ඇති විට ආතතිය $= \frac{3mg}{l}(AB)$ (5)

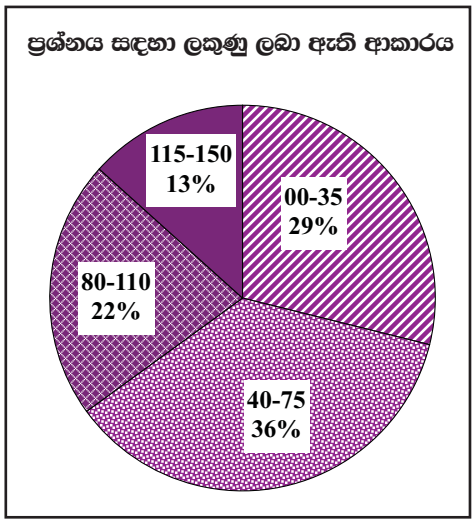
$= \frac{3mg}{l}(l)$

$= 3mg$ (5)

10

---

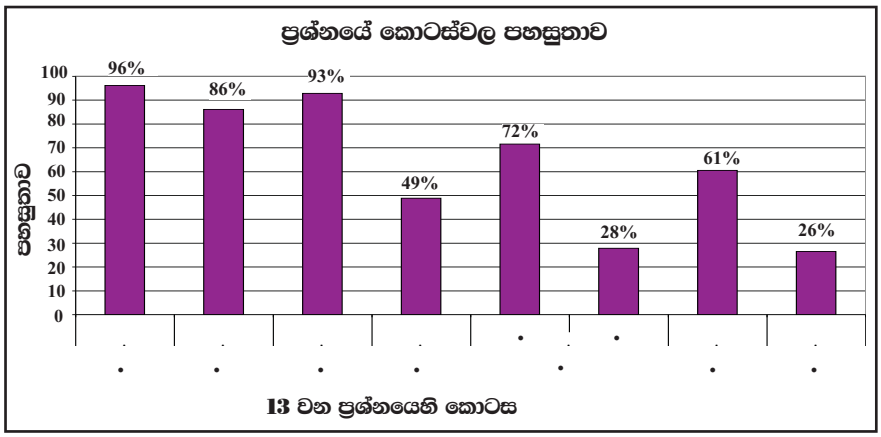
13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 82%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 29%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 36%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් අටකින් සමන්විත වන සේ ව්‍යුහගත කර ඇත. එම කොටස් අතුරෙන් මුල්ම කොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව අවම වේ. එම කොටස් දෙකෙහි පහසුතා පිළිවෙළින් 96%ක් හා 26% වේ. මුල් කොටස් තුනෙහි පහසුතා ඉහළ අගය ගැනීම මෙහිදී කැපී පෙනේ. ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 57%කි.

සමස්ත පිළිතුර ඉලක්ක කර ගනිමින් ව්‍යුහගත ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි මුල් කොටස් තුන සඳහා එනම්, මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ ලාක්ෂණික සමීකරණය ලබා ගැනීම තෙක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. α, β හා ω යන නියත සෙවීමේදී ω හි අගය ලාක්ෂණික සමීකරණයෙන් උපකල්පනය කොට තිබීම හේතුවෙන් ද $x = \frac{l}{3} + \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ සමීකරණය දෙවරක් t විෂයයෙහි අවකලනය නොකිරීම හේතුවෙන් ද, එම කොටසට අදාළ මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමට ද නොහැකි වී තිබිණි. "ඒ නයින්" විස්තාරය සෙවීමේ කොටසට ද සාර්ථක ලෙස පිළිතුරු සපයා නොතිබිණි. අංශුව B වෙත ළඟා වීම සඳහා ගත වූ මුළු කාලය සෙවීම සාර්ථකව කර තිබුණු නමුත් අංශුව B හි ඇති විට තන්තුවේ ආතතිය නිවැරදිව සොයා නොතිබුණි. බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට ප්‍රශ්නය මගින් විමසෙන කරුණු කෙරෙහි සිය අවධානය සැලකිල්ලෙන් යොමු කරමින් පිළිතුරු සැපයිය හැකි වී නම්, හයවැනි සහ අටවැනි කොටස්වලින් මීට වඩා ඉහළ ලකුණු ලබා ගැනීමට බොහෝ ඉඩකඩ තිබිණි.

14 වන ප්‍රශ්නය

14.(*a*) *OABC* යනු චතුරස්‍රයක් යැයි ද *D* හා *E* යනු පිළිවෙළින් *OB* හා *AC* විකර්ණවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. තව ද, *DE* හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය *F* යැයි ගනිමු. *O* අනුබද්ධයෙන් *A*, *B* හා *C* ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් **a**, **b** යැයි **c** ගනිමින්, $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{4}(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$ බව පෙන්වන්න.

P හා *Q* යනු පිළිවෙළින් *OA* හා *BC* පැතිවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. *P*, *F* හා *Q* ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව පෙන්වා $PF : FQ$ අනුපාතය සොයන්න.

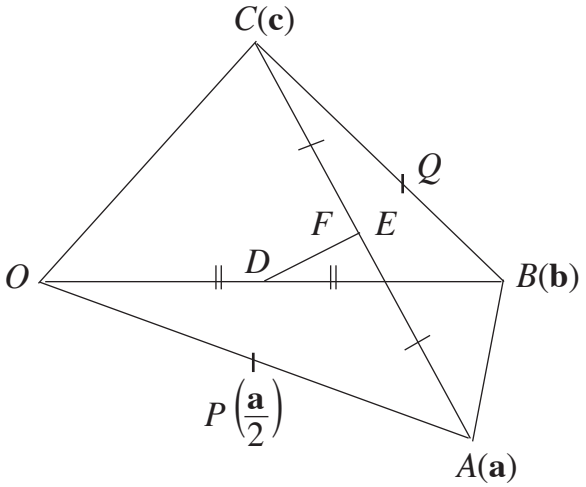
(*b*) *ABCD* යනු, පැත්තක දිග $2l$ හා $BD = 2l$ වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. රොම්බසයේ විකර්ණ *O* ලක්ෂ්‍යයෙහිදී හමුවේ. විශාලත්ව නිව්ටන $2P$, $6P$, $4P$, $8P$ හා $6P$ වූ බල පිළිවෙළින් *AB*, *BC*, *DC*, *DA* හා *BD* දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{OC}$ හා $\overrightarrow{OD}$ දිශාවලට බල පද්ධතිය විභේදනය කර, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව *BC* ට සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.

පද්ධතියේ *O* වටා සූර්ණය සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට *E* ලක්ෂ්‍යයේදී දික් කරන ලද *AB* හමු වේ නම්, $BE = 2l$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, නිව්ටන αP, βP, γP හා αP විශාලත්ව සහිත අතිරේක බල පිළිවෙළින් *EB*, *CE*, *CA* හා *DC* දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මුළු පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ ඇත්නම් α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

(*a*)



$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right)$ (5)

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$ (5)

$= \mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \mathbf{a} + \frac{1}{2}(\mathbf{c} - \mathbf{a})$

$= \frac{\mathbf{a} + \mathbf{c}}{2}$ (5)

$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DF}$ (5)

$= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2}\overrightarrow{DE}$

$= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2}\ \mathbf{(e - d)}$

$= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{a + c}}{2} - \frac{\mathbf{b}}{2}\right)$

$= \frac{\mathbf{a + b + c}}{4}$ (5) **25**

$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ (5)

$= \mathbf{b} + \frac{1}{2}\ \mathbf{(c - b)}$

$= \frac{1}{2}\ \mathbf{(b + c)}$ (5)

$\overrightarrow{PF} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OF}$

$= -\frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a + b + c}}{4}$

$= \frac{\mathbf{- a + b + c}}{4}$ (5)

$\overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OQ}$

$= \frac{\mathbf{- a + b + c}}{4} + \frac{1}{2}\ \mathbf{(b + c)}$

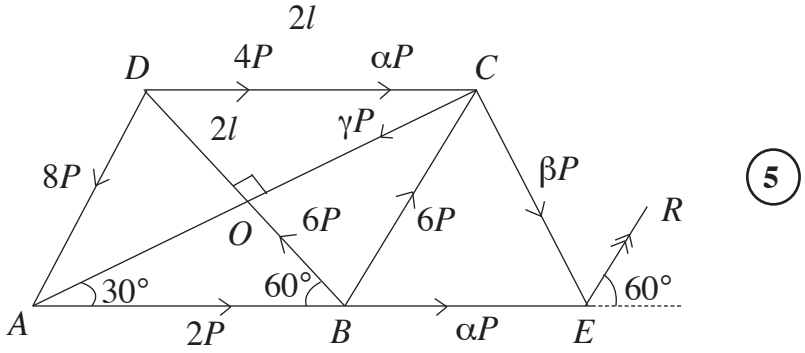
$= \frac{\mathbf{- a + b + c}}{4}$ (5)

$\overrightarrow{PF} = \overrightarrow{FQ}$ (5)

$\Rightarrow P, F$ හා Q ඒක රේඛීය වේ. (5)

තවද $PF : FQ = 1 : 1$ (5) **35**

(b)



$\overrightarrow{OC}$: ↗

$$X = 2P\cos 30° + 6P\cos 30° + 4P\cos 30° - 8P\cos 30° \quad (5)$$

$$= 2P.\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - 3 + 2 + 4)$$

$$= 2\sqrt{3}P \quad (5)$$

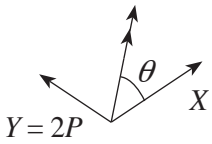
$\overrightarrow{OD}$: ↖

$$Y = 6P - 2P\cos 60° + 6P\cos 60° - 4P\cos 60° - 8P\cos 60° \quad (5)$$

$$= 6P - 2P.\frac{1}{2}(1 - 3 + 2 + 4)$$

$$= 6P - 4P$$

$$= 2P \quad (5)$$



$\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{2P}{2\sqrt{3}P} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad \theta = 30°$ (5)

$\therefore$ සම්ප්‍රයුක්තය BC ට සමාන්තර වේ. (5)

35

O සූර්ණ ගැනීමෙන්,

$$M_0 = 2P.l\cos 30^\circ + 6P.l\cos 30^\circ - 4Pl\cos 30^\circ + 8Pl\cos 30^\circ \quad (5)$$

$$= 2Pl\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + 3 - 2 + 4)$$

$$= 6\sqrt{3}Pl \quad (5)$$

10

$$R^2 = X^2 + Y^2 = \left(2\sqrt{3}P\right)^2 + (2P)^2$$

$$= 12P^2 + 4P^2$$

$$= 16P^2 \qquad (5)$$

$$R = 4P$$

O ↖ සූර්ණ ගැනීමෙන්,

$6\sqrt{3}Pl = 4P(l\cos 30^\circ + x\cos 30^\circ)$, මෙහි $x = BE$ වේ. (5)

$$6\sqrt{3}Pl = 4P\frac{\sqrt{3}}{2}(l + x)$$

$$3l = l + x$$

$$x = 2l \qquad (5)$$

15

සමතුලිතතාව සඳහා,

$\overrightarrow{OC}$ දිගේ විභේදනයෙන්

↗ $2\sqrt{3}P - \gamma P = 0$ (5)

$\gamma = 2\sqrt{3}$ (5)

$\overrightarrow{OD}$ දිගේ විභේදනයෙන්

$2P - \beta P = 0$ (5)

$\beta = 2$ (5)

E ← සූර්ණ ගැනීමෙන්,

$\alpha P2l\cos 30^\circ - \gamma P2l = 0$ (5)

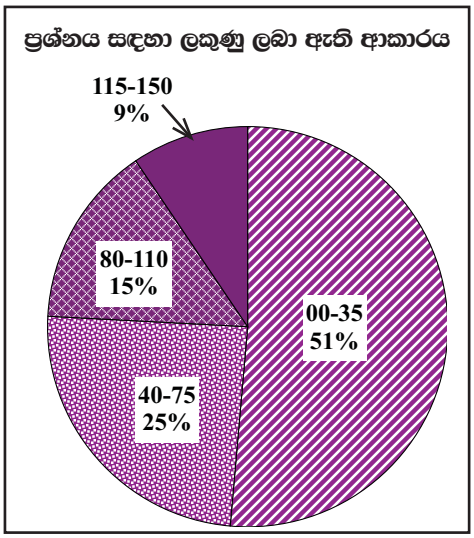
$\alpha\sqrt{3} = \gamma . 2$

$\alpha = 2\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$ (5)

30

---

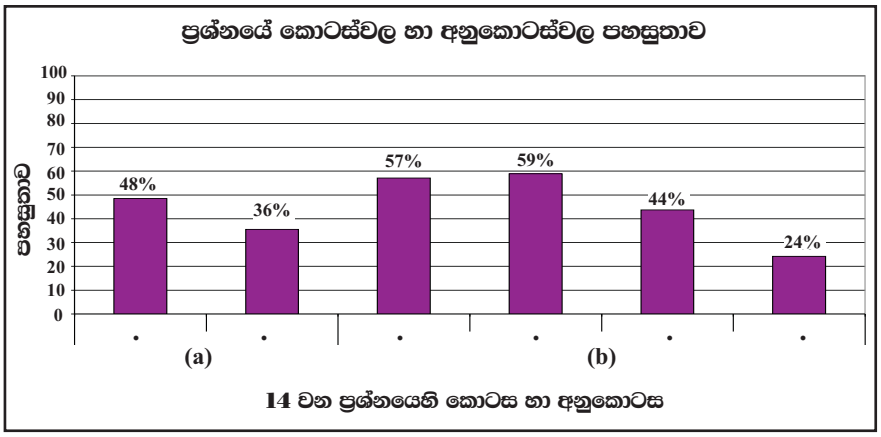
14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 67%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 51%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 15%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 9%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



14 වන ප්‍රශ්නයෙහි කොටස හා අනුකොටස

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) කොටස් දෙකක් යටතේ ඇති අනුකොටස් හයකින් සමන්විත වේ. (b) කොටසෙහි මුල් කොටස් දෙක හැරුණු විට ඉතිරි කොටස්වල පහසුතා 50%ට වඩා අඩුය. (b)හි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එහි අවසාන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වේ. එම පහසුතා පිළිවෙළින් 59% හා 24% වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 43%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය, එකිනෙකින් ස්වායත්ත (a) හා (b) නම් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටස දෛශික වීජය මත ද (b) කොටස ඒක තල බල පද්ධති මත ද පදනම් වේ. (a) කොටස යටතේ ඇති අනුකොටස් දෙකෙහිම පහසුතා 50%ට වඩා අඩු ය. අනුපාත ප්‍රමේයය දැනට ක්‍රියාත්මක විෂය නිර්දේශයට අයත් නොවේ.

(a) F ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය වන, $\overrightarrow{OF}$ සෙවීමේදී අනුපාත ප්‍රමේයය යොදා ගැනීම නිසා එම කොටසට හිමි මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමට බොහෝ අයදුම්කරුවන්ට නොහැකි වී තිබිණි. දෛශික අංකනය භාවිත කිරීමේදී දෛශික නිරූපණය කිරීම කෙරෙහි දක්වා ඇති සැලකිලිමත් බව ඉතාමත් අඩු ය. $PF : FQ$ අනුපාතය සෙවීමේදී දෛශික බෙදීමෙන් එය ලබා ගැනීම නිසා එම කොටසට ද ලකුණු අහිමි වී තිබිණි. ඒ සඳහා දෛශික දෙකෙහි විශාලත්ව බෙදීම කළ යුතු වේ.

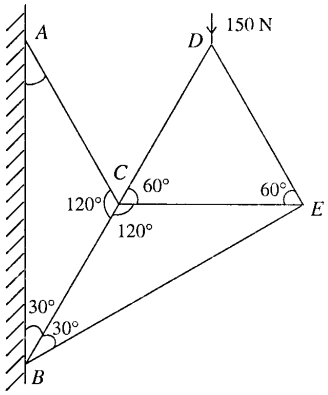
(b) ප්‍රශ්නයෙහි සඳහන් කර තිබූ දිශාවලටම බල විභේදනය නොකිරීම හේතුවෙන් සමහර අපේක්ෂකයින්ට ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි විය. α, β, γ සඳහා නිවැරදි අගය ලබා ගෙන තිබුණේ ද අපේක්ෂකයින් සුළු පිරිසකි. මේ නිසා අවසාන අනුකොටසෙහි පහසුතාව ඉතා අඩු අගයකට සීමා වී තිබිණි.

15 වන ප්‍රශ්නය

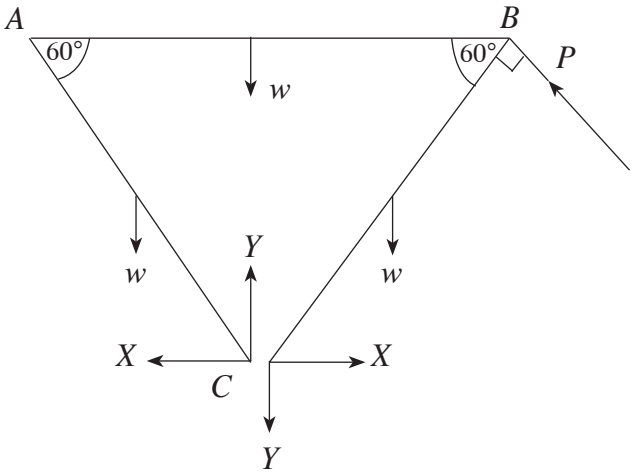
15. (*a*) එක එකක දිග $2a$ හා බර w වූ AB, BC හා CA ඒකාකාර දඬු තුනක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A ශීර්ෂය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත්තේ ත්‍රිකෝණයට සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකිවන පරිදි ය. ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි BC ට ලම්බව B හිදී යෙදූ P බලයකින් ත්‍රිකෝණය, AB තිරස්ව හා AB ට පහළින් C තිබෙන පරිදි, අල්ලා තබා ඇත. P හි අගය සොයන්න.

C හි දී AC මගින් BC මත යෙදෙන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචකත් සොයන්න.

(*b*) යාබද රූප සටහනින් අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. එය සිරස් බිත්තියකට A හා B හිදී සුමටව අසව් කර ඇති අතර, D හිදී 150 N භාරයක් දරයි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, **ඒ නයින්,** දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.



(*a*)



පද්ධතියට A වටා සූර්ණ ගැනීමෙන්,

$W(a\cos 60^0 + a + (2a - a\cos 60^0)) = P.\,2a\cos 60^0$ **(15)**

$W\left(\frac{a}{2} + a + 2a - \frac{a}{2}\right) = 2a.\frac{1}{2}P$ **(10)**

$P = 3W$ **(5)** **30**

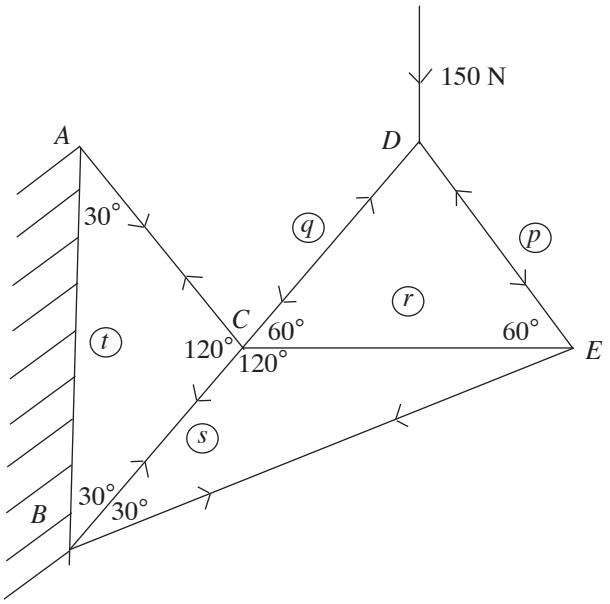
A, $Ya - Xa\sqrt{3} = W.\frac{a}{2}$ **(10)**

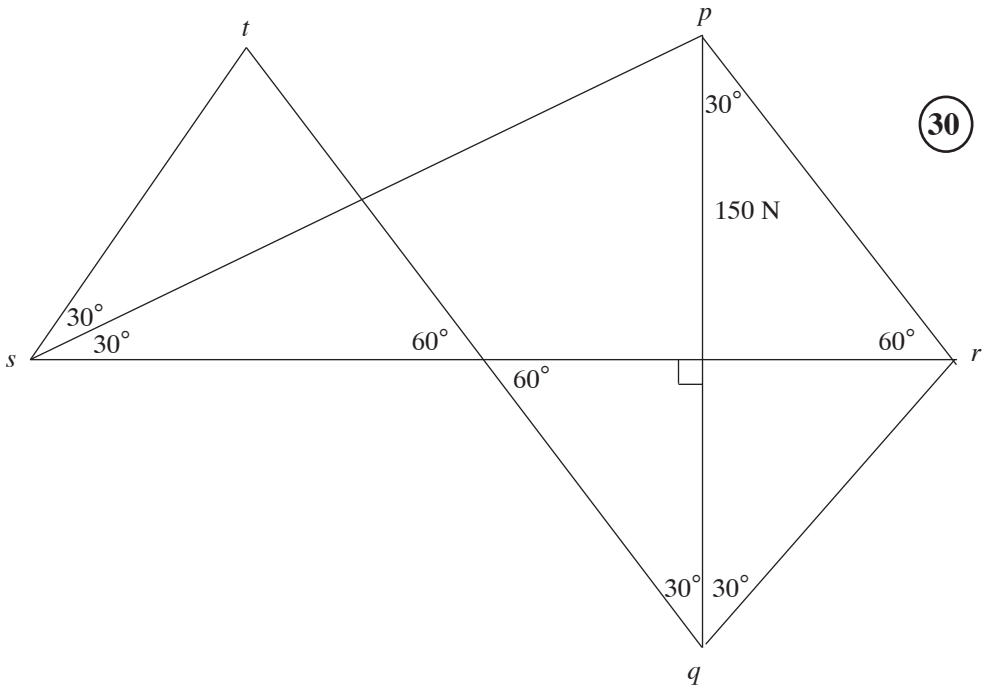
B, $Ya + Xa\sqrt{3} = -W.\frac{a}{2}$ **(10)**

$\Rightarrow \quad Y = 0$ **(5)**

$\therefore X = -\frac{W}{2\sqrt{3}}$ **(5)** **30**

(*b*)





30

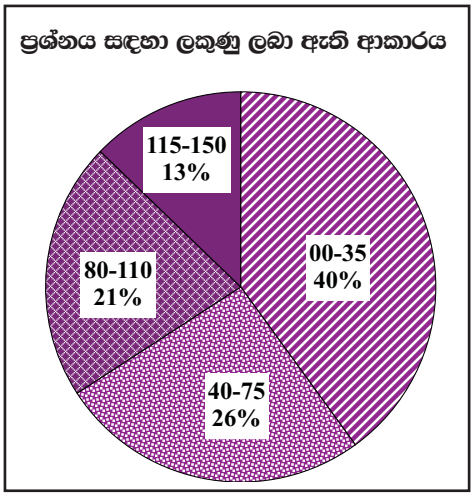
30

දණ්ඩ	තෙරපුම	ආතතිය	විශාලත්වය
AC	–	√	$100\sqrt{3}$ N
CD	√	–	$50\sqrt{3}$ N
DE	√	–	$50\sqrt{3}$ N
CE	–	√	$100\sqrt{3}$ N
BC	–	√	$50\sqrt{3}$ N
BE	√	–	$150\sqrt{3}$ N

60

60

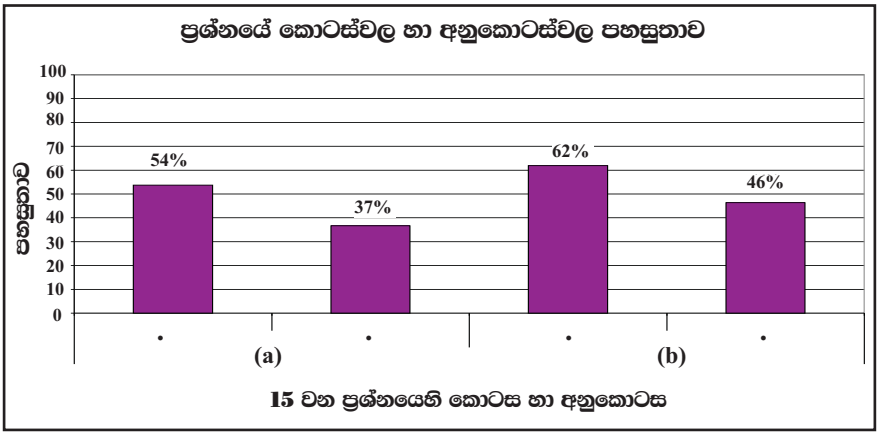
15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 82%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 40%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



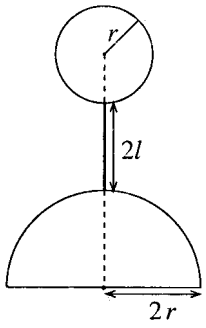
මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත (a) හා (b) නම් ප්‍රධාන කොටස් දෙකක් යටතේ අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් (b) හි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර (a) හි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වේ. එම කොටස්වල පහසුතා පිළිවෙළින් 62%ක් හා 37%ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 49%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත වන (a) හා (b) නම් කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. (a) කොටසට “සන්ධි කළ දඬු” ද (b) කොටසට “රාමු සැකිලි” ද පදනම් වේ. (a) සඳහා ඇති ප්‍රශ්න කොටසෙහිදී, දී ඇති තොරතුරු කියවා නිවැරදිව අවබෝධ කර නොගැනීම හේතුවෙන් P බලය නිවැරදිව ලකුණු කර නොතිබීමත් සූර්ණ ගැනීම නිවැරදිව නොකිරීමත් නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ගේ ලකුණු අඩුවී තිබිණි.

(b) සඳහා ඇති ප්‍රශ්න කොටසෙහි මුල් අනුකොටසට සාපේක්ෂ වශයෙන් වැඩි අයදුම්කරුවන් පිරිසක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. බෝ අංකනය යොදා ගනිමින් සම්පූර්ණ ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන නිවැරදිව ඇඳ ගැනීමත් රූප සටහනේ ආතති හා තෙරපුම් නිවැරදිව නිරූපණය කිරීමත් එම තොරතුරු නිවැරදිව වගුවෙහි දක්වමින් එකිනෙකට අනුරූප තොරතුරු සැසඳීමත් සැලකිලිමත්ව කරන ලද නම් ඉහළ ලකුණු ප්‍රමාණයක් පහසුවෙන් ලබාගත හැකිව තිබූ ප්‍රශ්නයකි.

16 වන ප්‍රශ්නය

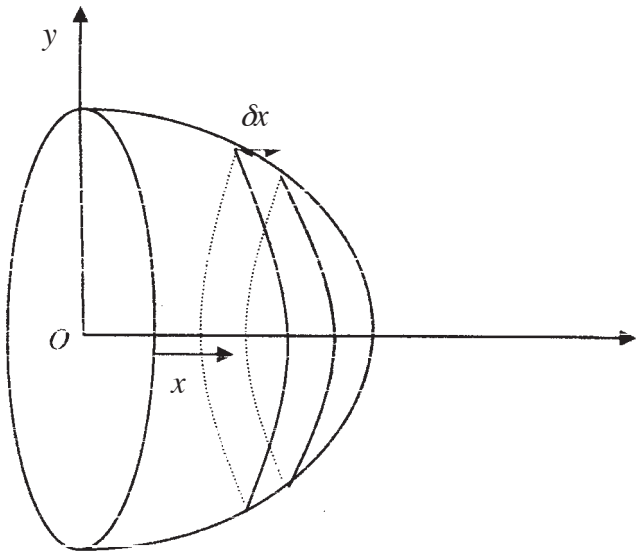
16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



එකම ඒකාකාර ද්‍රව්‍යයකින් සාදි ඝන අර්ධ ගෝලයක් හා ඝන ගෝලයක්, දිග $2l$ සහ ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර දණ්ඩක දෙකෙළවරට රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට අර්ධ ගෝලයේ සමමිති අක්ෂය, දණ්ඩ හා ගෝලයේ කේන්ද්‍රය එකම සරල රේඛාවක් මත පිහිටන පරිදි දෘඩ ලෙස සවි කිරීමෙන්, සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත. ගෝලයේ අරය r ද, ස්කන්ධය m ද වන අතර අර්ධ ගෝලයේ අරය $2r$ වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{6}(8r + 3l)$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

මෙම සංයුක්ත වස්තුව තිරසට θ කෝණයකින් ආනත අචල තලයක් මත, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකය තලය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් තලය රළු යැයි උපකල්පනය කරමින්, $\tan\theta < \frac{12r}{8r + 3l}$ නම්, සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙන බව පෙන්වන්න.

$l = \frac{4r}{3}$ හා $\theta = \frac{\pi}{6}$ නම්, සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙන බව පෙන්වා සංයුක්ත වස්තුව මත ආනත තලය මගින් යෙදෙන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.



සමමිතියෙන්, අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිති අක්ෂය මත පිහිටයි. **(10)**

O සිට x දුරින් වූ δx ඝනකමකින් යුත් අංශුමාත්‍රීය තැටිය සලකමු.

O සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\overline{X}$ යැයි ගනිමු.

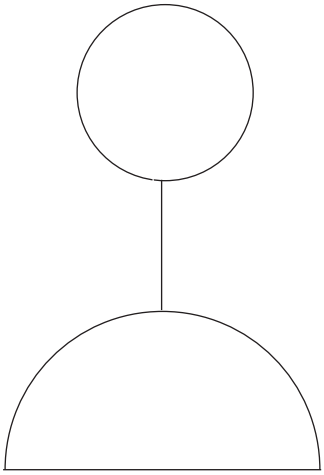
ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය ρ යැයි ගනිමු.

δx ඝනකමකින් යුත් අංශුමාත්‍රීය තැටියේ ස්කන්ධය $\approx \pi(a^2 - x^2)\,\delta x\rho$

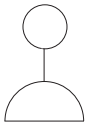
$$\overline{X} = \frac{\int_0^a \pi(a^2-x^2)x\rho\,dx}{\int_0^a \pi(a^2-x^2)\rho\,dx} = \frac{\left[\frac{a^2x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\right]_0^a}{\frac{2}{3}a^3}$$ **10** **10** **05**

$= \frac{3}{8}a$ **05**

40



සමමිතියෙන්, සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය සමමිති අක්ෂය මත පිහිටයි. **05**

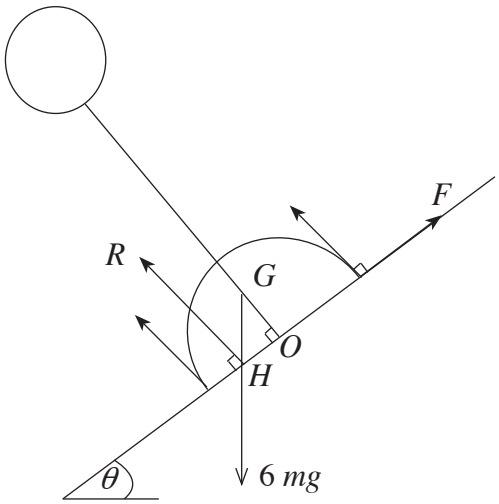
වස්තුව	ස්කන්ධය	කේන්ද්‍රයට **O** සිට දුර
	$m = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$ **05**	$3r + 2l$ **05**
r	$\frac{2}{3}\pi\ (2r)^3\rho = \frac{2}{3}\pi 8r^3\rho = 4m$ **05**	$\frac{3}{8}(2r) = \frac{3r}{4}$ **05**
	m **05**	$2r + l$ **05**
	$6m$ **05**	$\overline{Y}$

$6m\bar{Y} = m(3r + 2l) + 4m\left(\frac{3r}{4}\right) + m(2r + l)$ **10**

$6\bar{Y} = 8r + 3l$ **05**

$\bar{Y} = \frac{1}{6}(8r + 3l)$

55



$OG = \frac{1}{6}(8r + 3l)$

$OH < 2r$ නම් සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙයි. (10)

එනම් $OG \tan\theta < 2r$ (05)

$\tan\theta < \frac{2r \times 6}{8r+3l} = \frac{12r}{8r+3l}$ (05) **20**

$l = \frac{4r}{3}$, $\theta = \frac{\pi}{6}$

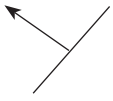
$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (05)

$\frac{12r}{8r+3l} = \frac{12r}{8r+3.\frac{4r}{3}} = \frac{12r}{12r} = 1$ (05)

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ (05)

$\tan\theta < \frac{12r}{8r+3l}$

∴ සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙයි. (05) **20**

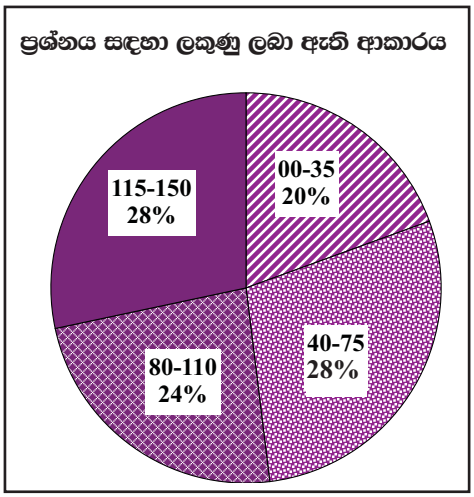


විභේදනයෙන්,

$R - 6mg\cos 30^\circ = 0$ (10) ∴ $R = 3\sqrt{3}\,mg$ (05) **15**

---

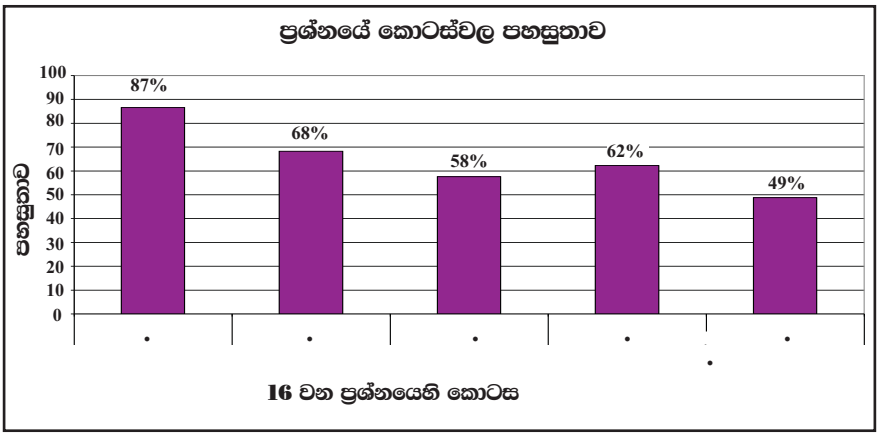
16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 77%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 20%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් පහකින් සමන්විතවේ. ඒවා අතුරෙන් මුල්ම කොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව අවම වේ. එම කොටස්වල පහසුතා පිළිවෙළින් 87% හා 49% වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 69%කි.

කොටස් පහකින් යුක්ත වන සේ ව්‍යුහගත කර ඇති මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී බොහෝ අපේක්ෂකයින් සිද්ධාන්ත මත පදනම් වූ මුල් කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. එහෙත් අර්ධ ගෝලයේ සහ සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර සමමිති අක්ෂය මත පිහිටන බව සඳහන් නොකිරීම නිසා ඊට අදාළ ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබිණි. ඝන ගෝලයේ සහ අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධ m ඇසුරින් ප්‍රකාශ නොකිරීම හේතුවෙන් ද සාර්ථකව පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට නොහැකිව තිබුණි.

ආනත තලය මත තබා ඇති සංයුක්ත වස්තුව මත ක්‍රියා කරන බල නිවැරදි ලෙස ලකුණු නොකිරීම නිසා විසඳුම ලබා ගැනීම අපහසු වී තිබිණි. සංයුක්ත වස්තුව ආනත තලය මත නොපෙරළීම සඳහා අවශ්‍යතාව බොහෝ දෙනකුට හොඳින් අවබෝධ වී නොතිබුණු බව ද පෙණිනි. බොහෝ අපේක්ෂකයින් සංයුක්ත වස්තුව මත ආනත තලය මගින් යෙදෙන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයා නොතිබුණි. එහෙත් මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 69%ක් තරම් ඉහළ මට්ටමක පැවතුණි. එය මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල පහසුතා අතුරෙන් වැඩිම අගයයි.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) පාසලක එක්තරා විභාගයකට පෙනී සිටි සිසුන් 100 දෙනකු පිළිබඳ සමීක්ෂණයකට අනුව, එම සිසුන්ගෙන් 48 දෙනකු විභාගය සමත් වී ඇති බව අනාවරණය විය. තව ද මෙම සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් 50 දෙනකු පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වී ඇති බව ද 30 දෙනකු පාසලේ දී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි වී ඇති බව ද කිසිම සිසුවකු ක්‍රීඩා කටයුතු හා සංගීත කටයුතු යන දෙකට ම සහභාගි වී නොමැති බව ද අනාවරණය විය. තව ද, පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ සිසුන්ගෙන් 60% ක් විභාගය සමත් වී ඇති අතර පාසලේදී ක්‍රීඩා කටයුතු හෝ සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි නොවූ සිසුන්ගෙන් 30%ක් විභාගය සමත් වී ඇත.

ඉහත සිසුන් 100 දෙනාගෙන් එක් සිසුවකු සසම්භාවී ව තෝරා ගනු ලැබේ. මෙම සිසුවා

(i) පාසලේදී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ අයකු බව දී ඇති විට, ඔහු විභාගය සමත් අයකු වීමේ,

(ii) විභාගය සමත් වූ අයකු බව දී ඇති විට, පාසලේදී ඔහු ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ අයකු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) කුඩා ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයක විෂ්කම්භවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇත.

විෂ්කම්භය (cm)	කුඩා බෝල සංඛ්‍යාව
0.80 – 0.81	1
0.81 – 0.82	3
0.82 – 0.83	9
0.83 – 0.84	20
0.84 – 0.85	14
0.85 – 0.86	2
0.86 – 0.87	1

විෂ්කම්භවල ව්‍යාප්තියේ පළමුවන චතුර්ථකය ගණනය කරන්න.

මෙම ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය 0.835 cm හා 0.01 cm බව දී ඇත. කුඩා ලෝහ බෝල 100 ක තවත් කුලකයක් සඳහා විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය පළමුවන ලෝහ බෝල 50 හි කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය ම බව ද සම්මත අපගමනය 0.015 cm බව ද දී ඇත.

ලෝහ බෝල 150 හි සංයුක්ත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

දෙවන ලෝහ බෝල 100 ක කුලකය සඳහා මිනුම් ගැනීමේදී භාවිත කරනු ලැබූ උපකරණය දෝෂ සහිත බව ද එමගින් එක් එක් බෝලයක විෂ්කම්භය 0.015 cm ප්‍රමාණයකින් අවතක්සේරු වී ඇති බව ද පසුව සොයා ගනු ලැබිණ. මෙම ලෝහ බෝල 100 හි විෂ්කම්භවල සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(***a***) S, M, N හා X පහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දක්වා ඇත.

S : ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වීම

M : සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි වීම

N : ක්‍රීඩා හෝ සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි නොවීම

X : විභාගය සමත් වීම

10

10

එවිට, $P(S) = \frac{50}{100}$, $P(M) = \frac{30}{100}$, $P(N) = \frac{20}{100}$, $P(X) = \frac{48}{100}$ **05**

05 $P(X \setminus S) = 0.60, P(X \setminus N) = 0.30$ **05**

(i) මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයයෙන්,

$P(X) = P(S)\,P(X \setminus S) + P(M)\,P(X \setminus M) + P(N)\,P(X \setminus N)$ **10**

$\frac{48}{100} = \frac{50}{100} \times 0.6 + \frac{30}{100} \times P(X \setminus M) + \frac{20}{100} \times 0.3$ **05**

$P(X \setminus M) = \frac{48 - 30 - 6}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ **10**

(ii) බේයිස් ප්‍රමේයයෙන්, $P(S \setminus X) = \frac{P(S)\,P(X \setminus S)}{P(X)} = \frac{50 \times 0.6}{48} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$

05

10

75

(***b***) පළමුවන චතුර්ථකය $= \frac{50}{4}$ වන නිරීක්ෂණයේ අගය $= 12.5$ වන නිරීක්ෂණයේ අගය

$\therefore$ පළමුවන චතුර්ථකය පිහිටන පන්ති ප්‍රාන්තරය $(0.82 - 0.83)$ **10**

$\therefore$ පළමුවන චතුර්ථකය $= 0.82 + \frac{(12.5 - 4)}{9} \times 0.01$ **10**

$= 0.82 + 0.009$

$= 0.829$ **05**

25

බෝල 50 හි විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය $= 0.835$

බෝල 100 හි විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය $= 0.835$ (10)

$\therefore$ බෝල 150 හි විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය $= 0.835$

10

බෝල 50 හි විෂ්කම්භවල විචලතාව, $S_1^2 = 0.01^2 = 0.0001$

බෝල 100 හි විෂ්කම්භවල විචලතාව, $S_2^2 = 0.015^2 = 0.000225$

බෝල 150 හි විෂ්කම්භවල සංයුක්ත කුලකයේ විචලතාව,

$$S^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2} \quad (10)$$

$$= \frac{50 \times 0.0001 + 100 \times 0.000225}{150}$$

$$= \frac{0.0050 + 0.0225}{150} \quad (05)$$

$$= 0.00018$$

15

---

y යනු බෝල 100 හි විෂ්කම්භවල නිවැරදි අගය යැයි ගනිමු.

එවිට, $y = x + 0.015$; මෙහි x මුල් අගය වේ. (05)

(05) $\therefore \bar{y} = \bar{x} + 0.015$ හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය = මුල් සම්මත අපගමනය (05)

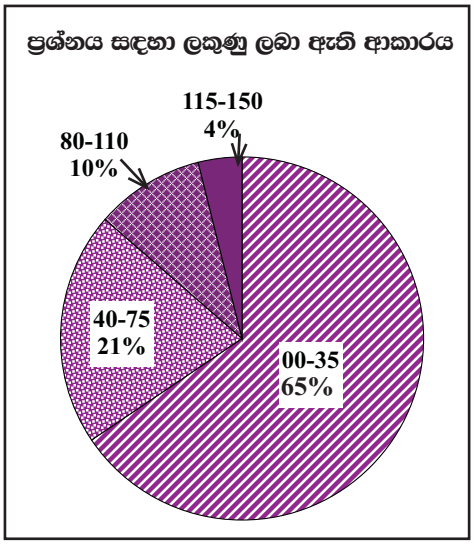
$\therefore$ සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය $= 0.835 + 0.015 = 0.85$ හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය $= 0.015$ (05)

(05)

25

---

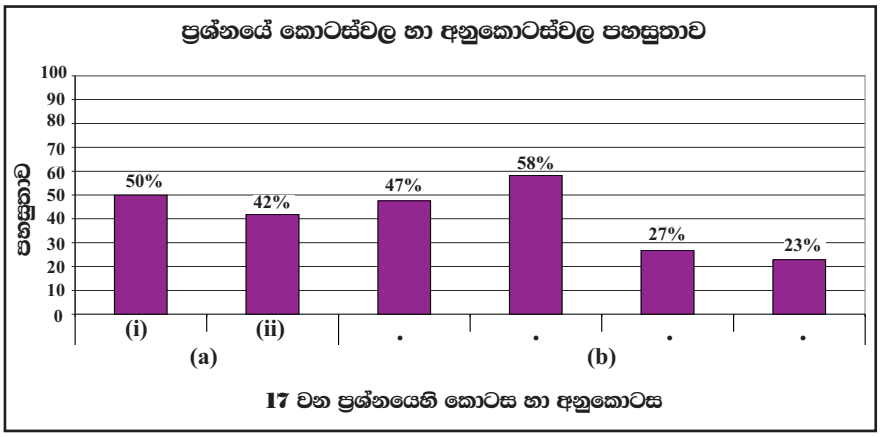
17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති ප්‍රතිශතය 40%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 35 ප්‍රාන්තරයේ 65%ක් පමණ ද,
ලකුණු 40 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
ලකුණු 80 - 110 ප්‍රාන්තරයේ 10%ක් පමණ ද,
ලකුණු 115 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) නම් කොටස් දෙකක් යටතේ ඇති අනුකොටස් හයකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් (b) හි දෙවන අනුකොටසේ පහසුතාව උපරිම වන අතර (b) හි අවසාන අනුකොටසේ පහසුතාව අවම වේ. එම අනුකොටස්වල පහසුතා පිළිවෙළින් 58% හා 23% වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි සමස්ත පහසුතාව 41%කට සීමා වී තිබේ.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. ඉන් (a) කොටසට සම්භාවිතාව ද (b) කොටසට සංඛ්‍යානය ද පදනම් වේ. ලකුණු ප්‍රදානයේ දී (a) හා (b) කොටස් දෙකට සමානව බර තබා ඇත.

(a) සීමිත පියවර සංඛ්‍යාවකින් පිළිතුරු සැපයිය හැකි මෙම කොටසට අයදුම්කරුවන්ගෙන් බහුතරයක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර (ii) කොටසට පිළිතුරු සැපයීමේදී විවිධ ක්‍රම භාවිත කර තිබුණි. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 48%ක් වේ.

(b) සංඛ්‍යානය භාවිතය පිළිබඳ දැනුම අල්ප වීම නිසාත් සංයුක්ත කුලකයේ විචලතාව සඳහා වූ සූත්‍රය නොදැන සිටීම නිසාත් මෙම කොටසට පිළිතුරු සැපයීම අවම මට්ටමක තිබුණි. තවද රේඛීය පරිණාමන පිළිබඳ දැනුම බහුතරයකට නොතිබිණි.

II පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අවම වශයෙන් තෝරා ගනු ලැබ ඇති ප්‍රශ්නය මෙය වන අතර පහසුතාව අවම ප්‍රශ්නය ද මෙයයි. සංඛ්‍යානය සහ සම්භාවිතාව ආශ්‍රිත මූලික සිද්ධාන්ත ඇසුරෙන් පිළිතුරු සැපයිය හැකි වුව ද බොහෝ විට උසස් පෙළ පන්තියෙහි අවසාන කාල වකවානුවේදී උගන්වනු ලැබීම හෝ සමහරවිට ප්‍රමාණවත් පරිදි ඉගෙනීමට හා පුනරීක්ෂණය කිරීමට අවස්ථා නොලැබීම හෝ නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන්ගේ අවධානයෙන් ගිලිහී ගිය විෂය කොටසක් පදනම් වූ ප්‍රශ්නයක් බවට මෙය පත්ව තිබේ.

III කොටස

3.0 පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා :

3.1. පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු :

පොදු උපදෙස් :

- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති මූලික උපදෙස් කියවා හොඳින් තේරුම් ගත යුතුය. එනම් එක් එක් කොටසින් කොපමණ ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාවකට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ද කුමන ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වේ ද කොපමණ ලකුණු ලැබේ ද කොපමණ කාලයක් ලැබේ ද යන කරුණු පිළිබඳව සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන ප්‍රශ්න පිළිබඳව නිරවුල් අවබෝධයක් ඇති කර ගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය.

- ★ I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

- ★ I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 07න් තෝරා ගත් ප්‍රශ්න 05කට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

- ★ සෑම ප්‍රධාන ප්‍රශ්නයක්ම අලුත් පිටුවකින් ආරම්භ කළ යුතුය.

- ★ අයදුම්කරුගේ විභාග අංකය සෑම පිටුවකම අදාළ ස්ථානයේ ලිවිය යුතුය.

- ★ ප්‍රශ්න අංක හා අනුකොටස් අංක නිවැරදිව ලිවිය යුතුය.

- ★ සියලුම ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ලිවිය යුතුය. ප්‍රශ්න යටතේ දී ඇති තොරතුරුත්, ලබා ගත යුතු පිළිතුරු හෝ සාධනය කළ යුතු ප්‍රතිඵල කවරේ ද යන්නත් පැහැදිලිව අවබෝධ කර ගත යුතුය.

- ★ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමේදී දී ඇති කාලය නිසි පරිදි කළමනාකරණය කර ගැනීමට වග බලා ගත යුතුය.

- ★ පැහැදිලි අත් අකුරින් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. පිළිතුරු ලිවීමේදී නිල් පාට හෝ කළු පාට පෑන් පමණක් භාවිත කළ යුතුය. අනෙකුත් පාට පෑන් භාවිත කිරීමෙන් වැළකිය යුතුය.

විශේෂ උපදෙස් :

- ★ රූප සටහන් ඇඳිය යුතු අවස්ථාවලදී ඒවා ඉතා පැහැදිලිව ඇඳ නම් කළ යුතුය. මෙහිදී රේඛාවල දිග හා කෝණවල විශාලත්ව සන්සන්දනාත්මකව නිවැරදි රූපය හා අනුරූප වන සේ දැක්වීම අවශ්‍ය වේ. රූපසටහන්වල නිරවද්‍යතාව, සම්බන්ධතා දැකීමටත් ඒ ඇසුරින් පහසුවෙන් පිළිතුරු කරා එළඹීමටත් මහෝපකාරී වෙයි. රූප සටහන්වල තොරතුරු ඇතුළත් කිරීමේදී ද නිරවද්‍යතාව කෙරෙහි වැඩි අවධානයක් යොමු කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ. (නිදසුන : බල ලකුණු කිරීම)

- ★ ගණනය කිරීම්වලදී එක් එක් පියවර පැහැදිලිව සඳහන් කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය ස්ථානවලදී පියවර අතර සම්බන්ධය දැක්වෙන සමාන ලකුණු හෝ වෙනත් අදාළ සංකේත හෝ ලියා දැක්වීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය. එක් පියවරක හෝ පිටුවක හෝ ඇති ප්‍රකාශන හා සමීකරණ ඊළඟ පියවරට හෝ පිටුවට පිටපත් කිරීමේදී ඒවායේ නිරවද්‍යතාව පිළිබඳව ඉතා සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ★ අවශ්‍ය ස්ථානවලදී නිවැරදිව ඒකක භාවිත කළ යුතුය.

- ★ ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී X හා Y අක්ෂ නිවැරදිව නම් කර පරිමාණගත කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය අවස්ථාවල ඒකක ද සඳහන් කළ යුතුය.
- ★ මූලික සමානුපාත පිළිබඳ සංකල්ප නැවත පරිශීලනය කළ යුතුය.
- ★ මූලික ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම සහ අවබෝධය ඉතා වැදගත් වේ.

  නිදසුන්: (1) සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ
  (2) රොම්බසයක ලක්ෂණ
  (3) සවිධි ෂඩස්‍රයක / බහු අස්‍රයක ලක්ෂණ
  (4) ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත විවිධ ප්‍රමේය
  (5) සමරූපී ත්‍රිකෝණ
  (6) වෘත්ත ආශ්‍රිත ප්‍රමේය
  (7) සමමිති ගුණ

- ★ සාධකවලට බිඳිය හැකි වර්ගජ ප්‍රකාශන එකවරම සාධකවලට වෙන්කර ගැනීමේ හැකියාව ප්‍රගුණ කළ යුතුය.
- ★ දෛශික නිරූපණයේදී නිවැරදි සංකේත භාවිත කිරීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය.
- ★ "එනයින් ලබා ගන්න", "අපෝහනය කරන්න", "සත්‍යාපනය කරන්න", "ව්‍යුත්පන්න කරන්න" වැනි යෙදුම් කෙරෙහි සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ඒ අනුව පිළිතුර කරා එළඹීමට වග බලා ගත යුතුය. 'එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ' යනුවෙන් සඳහන් අවස්ථාවලදී බහුල වශයෙන්ම පෙර ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය භාවිත කර ඊට පසු ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීම වඩාත් පහසු වේ.
- ★ දී ඇති තොරතුරු භාවිතයෙන් නිගමනයකට එළඹිය යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම ක්‍රියාවලිය ඉදිරිපත් කිරීම ලකුණු අහිමි වීමට හෝ අඩුවීමට හේතු වේ. එබැවින් ප්‍රශ්නය මගින් අපේක්ෂිත ආකාරයට පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ යුතුය. එහෙත් "නම් ම පමණක්" හෝ "ම නම් පමණක්" සත්‍ය බව සාධනය කළ යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම වශයෙන් ද ප්‍රතිඵලය ලැබෙන බව සනාථ වන පරිදි පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ යුතු වේ.
- ★ සෑම විටෙකදීම අවසාන පිළිතුර සරලම ආකාරයෙන් දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය. අවසාන පිළිතුර, ප්‍රශ්නයෙහි අසා ඇති ආකාරය අනුව පැහැදිලිව දැක්විය යුතුය.
- ★ අයදුම්කරුවන් තම ඉලක්කම්, සංකේත සහ අදහස් පැහැදිලිවත් නිවැරදිවත් ලියා දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය.
- ★ පිළිතුර කරා එළඹීමට අවශ්‍ය සුළු කිරීම් (සංඛ්‍යාමය, වීජීය හෝ ත්‍රිකෝණමිතික) කටුවැඩ ලෙස සැලකුව ද පිළිතුර සමඟම පසෙකින් ඉදිරිපත් කරන්න.
- ★ පිළිතුර සම්පූර්ණ කිරීමට නොහැකි අවස්ථාවලදී වුව ද ප්‍රශ්නයට පිළිතුර ලබා ගැනීමට අදාළ ඉදිරි පියවර ලියා දැක්වීම බොහෝවිට ඵලදායි විය හැකිය.
- ★ ප්‍රශ්නයක අග කොටස්වල පවා මුල් කොටස්වලින් ස්වාධීන වූ පහසු කොටස් තිබිය හැකි බැවින් ප්‍රශ්නයක මුල් කොටස අපහසු වුව ද ප්‍රශ්නය අත්හැර නොයා ඉතිරි කොටස් පිළිබඳව ද අවධානය යොමු කිරීම වැදගත් වේ.
- ★ සමහර විටෙක යම් අනුකොටසක් සාධනය නොකළ ද එම ප්‍රතිඵල අවශ්‍ය නම් යෙදීමෙන් ඉදිරි අනුකොටසක් සඳහා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ හැකිය.

3.2. ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා :

- ★ විෂය නිර්දේශයෙහි අන්තර්ගත විෂය සන්ධාරය, අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් සම්බන්ධ වන බැවින්, තෝරා ගත් විෂය කොටස් වෙනුවට සමස්ත විෂය නිර්දේශයම ආවරණය වන පරිදි ඉගෙනුම සම්පූර්ණ වීම ඉතා වැදගත් වේ.

- ★ විෂය නිර්දේශ, ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහ හා බාහිර සම්පත් මූලාශ්‍ර පිළිබඳව ගුරුභවතුන් මෙන්ම සිසුන් ද දැනුවත්වීම හා භාවිතය අවශ්‍ය ය.

- ★ පාරිභාෂික පද (technical terms), නම්, ම නම් ආදී පද පිළිබඳව අයදුම්කරුවන් දැනුවත් කිරීම වැදගත් වේ.

- ★ තම විෂය දැනුම යාවත්කාලීන කර ගැනීමට හා සංවර්ධනය කර ගැනීමට ගුරුභවතුන් වග බලා ගත යුතුය.

- ★ සංයුක්ත ගණිතය වැනි විෂයයක් ඉගෙනීම විභාග කේන්ද්‍රීය නොවිය යුතු වුවත්, විභාගයේදී භාවිත කරනු ලබන ප්‍රශ්න පත්‍රවලින් ඉහළ ලකුණු ලැබීමට නම් මූලාකෘති ප්‍රශ්න මෙන්ම පෙර වර්ෂවල ප්‍රශ්න පත්‍ර හා ලකුණු දීමේ පටිපාටි පරිශීලනය කර, එක් එක් ප්‍රශ්නයට උපරිම ලකුණු හිමිවන පරිදි වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයිය යුත්තේ කෙසේ දැයි යන්න පිළිබඳව සිසුන් මනා අවබෝධයක් ලබා ගත යුතුය. මේ සඳහා සිසුනට මඟ පෙන්වීම ද ගුරු භවතුන්ගේ වගකීමක් ලෙස සැලකිය යුතුය.

- ★ වගු අංක 4ට අනුව, 21-30 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 4381ක් වන අතර එය මුළු අයදුම්කරුවන්ගෙන් 13.54%ක් නියෝජනය කරයි. සෑම වසරකම පාහේ මෙම ලකුණු ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබා ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව මීට ආසන්න අගයක් ගනියි. එබැවින් ඉදිරි විභාගවලදී මෙම අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි දෙනකු 31-40 ප්‍රාන්තරය තුළට හෝ ඊට ඉහළ ලකුණු මට්ටමකට ගෙන ඒම සඳහා, ඔවුන් හඳුනාගෙන, විශේෂයෙන් එම අයදුම්කරුවන් ඉලක්ක කර,
  - (i) අදාළ මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සරල මට්ටමේ සිට ක්‍රමයෙන් සංකීර්ණ මට්ටම කරා පිවිසෙන විධිමත් අභ්‍යාස මාලාවක් කරා යොමු කිරීමත්,
  - (ii) ස්වයං අධ්‍යයනය තුළින් තම දැනුම හා භාවිත කුසලතා වර්ධනය කර ගැනීමට යොමු කිරීමත්

  පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය ආශ්‍රිතව ක්‍රියාත්මක කිරීම ඉතා ඵලදායී වනු ඇත.

- ★ විශේෂයෙන් සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ස්වයං අධ්‍යයනය ඉතා වැදගත් බව ඔවුන් දැනුවත් කරන්න. ආරම්භයේදී අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීමත් සමඟ ගණිත ගැටලු විසඳීමට ඔවුන් යොමු කරන්න.